



مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (٣)

علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري

(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)

الدكتور رشدي راشد

علم الهندسة والمناظر

في القرن الرابع الهجري

(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)

GIFTS 2006
The Swedish Institute
Alexandria



مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (٣)

علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري

(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)

الدكتور رشدي راشد

ترجمة: الدكتور شكر الله الشالوشي

مراجعة: الدكتور عبد الكريم العلاف

الفهرسة أثناء النشر - إعداد مركز دراسات الوحدة العربية

راشد، رشدي

علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري (ابن سهل -
القوهي - ابن الهيثم)/ رشدي راشد؛ ترجمة شكر الله الشالوحي؛
مراجعة عبد الكريم العلاف.

٥٣٢ ص. - (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٣)

ببليوغرافية: ص ٥١٩ - ٥٢٧.

يشتمل على فهرس.

١. الهندسة (رياضيات). ٢. ابن سهل، أبو سعد العلاء. ٣. ابن
الهيثم، محمد بن الحسن. ٤. القوهي، أبو سهل. أ. الشالوحي، شكر
الله (مترجم). ب. العلاف، عبد الكريم (مراجع). ج. العنوان.
د. السلسلة.

620.0042

«الآراء الواردة في هذا الكتاب لا تعبر بالضرورة

عن اتجاهات بيتناها مركز دراسات الوحدة العربية»

عنوان الكتاب بالفرنسية

Géométrie et Dioptrique au X^e Siècle

Ibn Sahl, Al - Qūhī et Ibn Al - Haytham

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «سادات تاور» شارع ليون ص.ب: ٦٠٠١ - ١١٣

الحمراء - بيروت ٢٠٩٠ ١١٠٣ - لبنان

تلفون : ٨٦٩١٦٤ - ٨٠١٥٨٢ - ٨٠١٥٨٧

برقياً: «مرعبي» - بيروت

فاكس: ٨٦٥٥٤٨ (٩٦١١)

e-mail: info@caus.org.lb

Web Site: <http://www.caus.org.lb>

حقوق الطبع والنشر محفوظة للمركز

الطبعة الأولى: بيروت، آب/أغسطس ١٩٩٦

الطبعة الثانية: بيروت، كانون الثاني/يناير ٢٠٠١

المحتويات

٧	مقدمة المترجم
١١	مقدمة
١٧	الفصل الأول
٢٤	أولاً : ابن سهل وبداية علم الانكساريات
٣٢	ثانياً : المرآة المكافئة
٣٦	ثالثاً : مرآة القطع الناقص (أو الإهليلجية)
٤١	رابعاً : الانكسار وقانون سنيلليوس
٥٣	الفصل الثاني
٥٨	أولاً : العدسة المستوية المحدبة والعدسة محدبة الوجهين
٦٦	ثانياً : الأبحاث الانكسارية عند ابن الهيثم والفارسي
٦٧	ثالثاً : الكاسر الكروي
٧٦	رابعاً : العدسة الكروية
٨٤	خامساً : الكرة المحرقة
٩٣	الفصل الثالث
٩٧	أولاً : ابن سهل وابن الهيثم وقانون سنيلليوس
١٠٢	ثانياً : الإنشاء الميكانيكي للقطوع المخروطية
١٠٦	ثالثاً : القطوع المخروطية والقسم التوافقية
١٢٦	رابعاً : تحليل المسائل الهندسية
١٥٣	الفصل الرابع
١٥٥	أولاً : الاسطرلاب ومنهج الاسقاطات
١٥٥	ثانياً : المؤلفون والنصوص والترجمات
١٦١	ج - مسألة هندسية أوردها السجزي

د - كتاب عن تركيب مسائل حلّها أبو سعد	
العلاء بن سهل	١٦٢
هـ - حول خواص القطوع المخروطية الثلاثة	١٦٦
و - رسالة في الاسطرلاب بالبرهان للقوهي	
وشرح ابن سهل له	١٦٧
ز - الآلات المحرقة	١٦٨
ح - البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء	١٧١
ابن الهيثم	١٧٤
١ - المقالة السابعة من «كتاب المناظر»	١٧٤
٢ - رسالة في الكرة المحرقة	١٧٩
شرح الفارسي للكرة المحرقة لابن الهيثم	١٨٠
الفصل الخامس : النصوص والملاحق	١٨٥
أولاً : النصوص	١٨٧
١ - العلاء بن سهل	١٨٧
النص الأول : كتاب الحرافات	١٨٧
النص الثاني : البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء	٢٣٩
النص الثالث : في خواص القطوع الثلاثة	٢٤٣
النص الرابع : شرح كتاب صناعة الاسطرلاب	
لأبي سهل القوهي	٢٥١
٢ - ابن الهيثم	٢٦٩
النص الخامس : كتاب المناظر - المقالة السابعة : الكاسر الكروي	٢٦٩
النص السادس : كتاب المناظر - المقالة السابعة : العدسة الكرية	٢٩١
النص السابع : رسالة في الكرة المحرقة	٢٩٧
النص الثامن : ابن الهيثم : رسالة في الكرة المحرقة	
(تحرير كمال الدين الفارسي)	٣١٩
ثانياً : الملاحق	٣٤٥
ملحق ١ : كتاب تركيب المسائل التي حلّها	
أبو سعد العلاء بن سهل	٣٤٥
ملحق ٢ : مسألة هندسية لابن سهل	٣٧٥
ملحق ٣ : كتاب صناعة الاسطرلاب بالبرهان	٣٧٦
ملاحظات إضافية	٤١٧
ملحق الأشكال الأجنبية	٤٧٥
قائمة المصطلحات	٥١٥
المراجع	٥١٩
فهرس	٥٢٩

مقدمة المترجم

تشكل حياة البشرية الممتدة على مئات آلاف السنين مغامرة شيقّة في عالم الاكتشاف والمعرفة، مكّنت الإنسان من استخدام العصا، فالحجر، فالمدن، وسمحت بتدجين النار، فالماء والهواء، فالتفاعلات الكيميائية، فالذرة.

وتكاد المرحلة الممتدة على الألف العشرة الأخيرة منها أن تتميز بتراكم نوعي يحولها إلى حقبة من نوع آخر هي، برأينا، حقبة البناء الحضاري. وتبدو مغامرة التحضر كأروع قصص البشرية وأكثرها برهاناً على وحدتها، مغامرة ما نزال نعيش في خضمّها التفاعل، نشارك فيها ثلاثئة جيل من أجدادنا، في عظمة المعرفة وجمال الشعور بالمساهمة في حُجَير بسيط في صرح البناء الحضاري.

ومن البديهي أن تاريخ العلوم لا يتجزأ عن تاريخ صانعيها لكنه لا ينحصر مطلقاً به! فللعلوم «حياتها» وضرورة تطورية خاصة بها تجعلها، على رغم ارتباطها بواقعها السياسي والعسكري، متلاحمة مع ماضيها تنبعث منه وتتطور! فلا تكون بذلك مجرد «تابع» أو «جزء» من تاريخ عظيم ما أو أمة ما... إن تطوّر العلوم، كحلقة أساسية من الحلقات المتلاحمة المشكّلة الحضارة ككل، تجعل من تاريخ البشرية عملية تتابع وتكامل تتعارض في ذلك مع التباين والانقسام التابع من التاريخ السياسي والعسكري للبشرية!

وتاريخ الحضارة من حيث إنه تاريخ تلك المغامرة البشرية المتتابعة والمتواصلة، يختلف بشكل تام عن تلك الصورة التي حاول الغرب بشكل خاص، إرساءها في معظم العقول. فبشكل واع أو غير واع، صُوّر تاريخ الحضارة وكأنه مجرد قمتين تقع أولاهما عند اليونان وثانيتها مع الغرب الأوروبي؛ فإذا ما أضيف تأثير حضارة «قديمة» ما، فبشكل نقاط واهية يُراد لها

أن تبدو كفتات بعيدة عن كل تنابع أو تكامل...

وهدف تصوير تاريخ الحضارة بشكل كهذا لا يمكن إلا أن يصبّ في خضم تلك المحاولات العاملة على تقسيم البشرية ما بين شرق «عاطفي» وغرب «منطقي»، إذ يكفي لبرهنة ذلك إضفاء صفة «الغربي» على تلك المساهمة اليونانية العظيمة، صفة تتناقض مع امتداداتها الجغرافية ومناطق وجودها وتواصلها السابق واللاحق...

ومحاولات الدفاع، المشرقية عموماً والعربية خصوصاً، غالباً ما تتمثل بتقبل هذه الفلسفة «التشويبية» للحضارة، وبالإكتفاء بمحاولة إضافة قمة ثالثة ما بين القمتين السابقتين هي «قمة الحضارة العربية»! إن نظرة موضوعية واعية تشق طريقها على الرغم من كل العوائق؛ هذه النظرة تركز، لا محالة، على وحدة التجربة البشرية وعلى فلسفة الحضارة التواصلية التكاملية الممتدة على مدى آلاف عشرة من السنين.

هذه النظرة تقودنا، لا محالة، إلى رؤية أكثر شمولية للتاريخ البشري وللحضارة كمغامرة موحدة له، مغامرة كان المشرق الأدنى أرضاً خصبة ومرتعاً متتابعاً لها، وكان مركزاً أسهم في إغنائه موقعه الجغرافي ووظيفته الاقتصادية على مر العصور وعلى طول بضع مئات من الأجيال... فالتجارة نشاط تلاحم دوماً مع الحضارة، ترابط بها، وتفاعل معها، وتعاضم بتعاظمها... والتجارة عملت دوماً على قبول الآخر وتقبل ما لديه من علم ومعرفة واستيعاب منتوجاته المادية منها والفكرية، ونقلها وخلق الجديد منها...

وظيفة المشرق المتوسطي جعلت منه القاعدة التي امتدت فيها وتواصلت على مدى أكثر من عشرة آلاف من السنين، الحضارة بأبعادها المختلفة، وبمساهمات متنوعة تفاعلت في ما بينها أو أعطت دفعاً جديداً لما ضعف منها، مساهمات اشترك وتتابع بالاشتراك فيها المصريون والسامريون والبابليون والفينيقيون واليونان والفرس و... الخ. هذه المساهمات تكاملت في ما بينها دافعة بركب الحضارة إلى الأمام، على الرغم من التقاطع السياسي والانقطاع التصارعي، والحروب التي غالباً ما كانت نتيجتها في هذه المنطقة من العالم تغيير ساكن القصر مع متابعة للواقع الاقتصادي وللأسس الحضارية للمنطقة في دينامية جديدة.

وتقع عملية الانفصام الأساسية في تاريخ البشرية الحضاري مع اكتشاف

الأمريكيتين وما استتبعه من غنى للغرب المنسي قبلها على شاطئ بحر الظلمات، وتعميق هذا الانقسام حمله اكتشاف طريق رأس الرجاء الصالح بُعيد ذلك، وما أدى إليه، منذ قرابة خمسة عشر جيلاً، من تهميش لدور المشرق الاقتصادي وانحسار لتأثيره الكوني.

وأروع ما في المرحلة العربية من المغامرة الحضارية امتداداتها المتعددة على الصُّعد كافة، بمصادرها وأسسها الفكرية ومنابعها، وبأجناس المشتركين فيها، وبقومياتهم، وبأديان المضطّلعين بها، ويتواصلهم... فإذا بها عربية لا قومية أو عرقية أو ما شابه ذلك من أطر ضيقة، بل عربية الصفة واللغة بمرتكز أساسه تلك التعددية الرائعة التي قد تعبّر عنها كلمة أمة...

د. شكر الله الشالوحي

١٤ تشرين الثاني ١٩٩٣

مقدمة

هذا الكتاب هو ثمرة وصلر بين مشروعَي بحثٍ تزامن العمل فيهما منذ أمد طويل. كان أولهما يهدف إلى تقييم مدى تأثير كتاب المناظر لبطليموس (وخصوصاً المقالة الخامسة منه المتعلقة بانكسار الضوء) في علم المناظر عند العرب. أما المشروع الثاني فقد رمينا من ورائه إلى قياس تأثير هندسة أرخيدس وأبولونيوس في البحث في الرياضيات في القرنين التاسع والعاشر للميلاد بشكل خاص.

إن هذين المشروعين، وإن بدا للوهلة الأولى مستقلين بعضهما عن بعض، هما مترابطان ارتباطاً وثيقاً، فكلاهما يقودنا إلى الرياضي والفيزيائي ابن الهيثم المتوفى سنة ١٠٤٠ الذي تعدّ أعماله أساسية، ليس بالنسبة إلى تاريخ العلوم عند العرب فحسب، بل وعند الأوروبيين كذلك.

هذان المشروعان يقودان، بحسب رأينا، إلى هدف واحد نسعى إليه في دراستنا هذه، كما سعينا إليه في دراستنا السابقة المتعلقة بتاريخ الجبر ونظرية الأعداد. هذا الهدف يتعلق بإبراز الوقائع العلمية الكلاسيكية ضمن الإمكانيات المتوفرة لدينا، كي يسهل علينا فهم آلية انبثاقها وتطورها.

ولقد قام ابن الهيثم، باعتراف معظم مؤرخي العلوم، بأول إصلاح لعلم المناظر ليشمل مواضيع لم يتطرق إليها أسلافه الهيلينستيون. إن مشروعنا الأول يدرس بالتحديد الشروط التي جعلت ممكناً القيام بهذا الإصلاح في علم المناظر خصوصاً، وفي الفيزياء عموماً، كما يتناول أسباب التوسع في مجالات البحث.

وكان من البدوي أن يقودنا هذا التفكير إلى قراءة جديدة لتاريخ فصول عدة من علم المناظر: المرايا المحرقة أولاً، ومن ثم النظرية الهندسية للمعدسات وصولاً إلى علم انكسار الضوء.

ولم يكن هذا الاختيار وليد صدفة، بل أوحى به المجالات المتعددة التي تناولها ابن الهيثم والتي لم ير المؤرخون فيها سوى أعمال متناثرة. فلقد تناول ابن الهيثم بالدراسة المرايا المحرقة والكرة المحرقة، كما أفرد أجزاء كاملة من مؤلفه كتاب المناظر للكاسر الكروي.

غير أنه لا يكفي سرد الوقائع، مهما بلغت درجة دقته، لفهم الإصلاح الذي أدخله ابن الهيثم، بل يتوجب التساؤل عن طبيعة هذه الأعمال وعن الروابط التي تحببها في ما بينها وبين مجمل بحثه في علم المناظر.

إن هدفنا واضح: فانطلاقاً من تحديدنا موقع دراسات ابن الهيثم حول المرايا والكرات والكواسر في مجمل مساهماته، نتجنب الوقوع في الفخ المصوب لمؤرخي ابن الهيثم؛ هذا الفخ يتجسد بتصور ابن الهيثم وكأنه الوريث البارز المباشر (من دون أي وسيط) لبطليموس، وبالاتفاق من هذا التصور لفهم أعماله وكأنها متابعة لأعمال العالم الإسكندري مع بعض التعارض والتباين المحدود معه.

ومهما يكن من أمر، فإن دراستنا هذه الفصول المختلفة قادتنا إلى اكتشاف نتائج لم يكن وجوده يخاطر ببال، فمكثتنا من تحديده وإعادة بنائه، وسمحت لنا بإبراز وجه كان حتى الأمس القريب، في طي النسيان.

هذا النتائج هو دراسة تظهر فيها وللمرة الأولى النظرية الهندسية للعدسات. أما الوجه فهو وجه رياضي من الطراز الأول عاش في النصف الثاني من القرن العاشر، عُرف باسم ابن سهل، كان ابن الهيثم قد عرفه وقام بدراسته.

وقد قادنا هذا الاكتشاف إلى إعادة النظر في تاريخ الانكساريات بالشكل المتبع حتى الآن، إذ بدا جلياً أن نظرية الانكساريات ليست من نتاج علماء نهاية القرن السادس عشر، وأن دراسة انكسار الضوء ومعركة قانون سنيلليوس يرجعان إلى القرن العاشر، كما سنبين ذلك لاحقاً. هذه النتائج، إضافة إلى غيرها، تفرض تصوراً جديداً للتاريخ، خصوصاً أن موقع ابن الهيثم نفسه قد تغير في ضوء ذلك: لقد بتنا نعرف أن له أسلاًفاً آخرين عدا بطليموس وأنه، في الحقبة الممتدة من هذا الأخير إليه، كانت قد ظهرت اختراعات تبين جلياً أن الإصلاح الذي قام به ابن الهيثم كان على حساب تقهقر نسبي سنوضحه لاحقاً: فبدلاً من الانطلاق من قانون سنيلليوس الذي اكتشفه ابن سهل، يعود ابن الهيثم إلى مقارنات النسبة مابين الزوايا. من هنا أضحي موضوع ظروف الإصلاح الذي قام به ابن الهيثم يُطرح بشكل جديد مختلف في ظروف تغيرت في ضوء وجود دراسات ابن سهل.

وكي يحظى المؤرخون بالمادة الضرورية لتأريخ جديد لعلم الانكساريات،
وكي يتمكن القراء من الحكم انطلاقاً من المعطيات المتوفرة، وجدنا لزاماً علينا
تقديم النصوص الأساسية لعلم الانكساريات عند العرب، أي أهم ما كُتب في
هذا المجال قبل القرن السابع عشر. لذا قمنا، وللمرة الأولى، بتحقيق «الرسالة»
المكتشفة حديثاً لابن سهل، وكذلك ما وصل إلينا من دراساته الأخرى المتعلقة
بالبصريات؛ إضافة إلى كتابات ابن الهيثم وتعليقات كمال الدين الفارسي حولها.
وهكذا فلقد أثبتنا وشرحنا ستة نصوص هي: «رسالة» ابن سهل ومذكرته حول
صفاء الفلك ونصين من كتاب ابن الهيثم السابع في كتاب المناظر - يبحث النص
الأول في الكاسر الكروي والنص الآخر في العدسة الكروية - و«رسالته» حول
الكرة المحرقة، وشرح كمال الدين الفارسي لها. ولم يُطبع من هذه النصوص إلا
الأخير منها، وكانت طباعته ضمن نشرة غير علمية صدرت في حيدرآباد، تم
بعدها ترجمته بتصرف إلى الألمانية.

ولا تقتصر أهمية البحث في المرايا المحرقة والعدسات على المجالين الأساسيين
المتعلقين بانعكاس الضوء وانكساره، بل تتعداهما لتشمل وبدرجة موازية، علم
«الهندسة». فالواقع إنه لم يُنَوَّه بشكل كاف حتى الآن بإحدى السمات البارزة
للرياضيات في ذلك العصر، والمتعلقة بازدياد لم يسبق له مثيل في الاتجاه التطبيقي.
هذه الاتجاهات مورست أساساً في الحقلين المذكورين أعلاه، إضافة بشكل خاص،
إلى علم الرصد الفلكي. فلا عجب إذاً أن يكون الرياضيون الذين عملوا في هذا
المضمار بهذه النزعة قد انتموا إلى المدرسة الأرخيدسية الجديدة والأبولونية. وهذا ما
يعيدنا إلى مشروع بحثنا الثاني المتعلق بتاريخ الرياضيات.

خُصَّص مشروع البحث الثاني هذا للأرخيديسين الجدد، هؤلاء الرياضيون
الذين حاولوا في الحقبة الممتدة ما بين القرنين التاسع والحادى عشر، استعادة طرق
أرخيدس أو تجديدها بغية حساب مساحات السطوح المنحنية، وأحجام المجسمات
الناجمة عنها، ليتم تحديد مراكز الثقل فيها، والذين طوروا الهندسة التحليلية بفضل
تمكنهم من نظرية القطوع المخروطية. وقد بلغ هذا التقليد، هو الآخر، ذروة مجده
مع ابن الهيثم. ومرة أخرى، ارتكازاً على أبحاثنا في تاريخ هذه العلوم، وجدنا
ابن سهل يفرض نفسه كأحد أكثر الوجوه بروزاً، بل إنه انتمى إلى طائفة من
رياضيين انخرطوا في معظم هذه الدراسات، منهم أسماء لمعت في النصف الثاني
من القرن العاشر أمثال القوهي والصاغاني والسجزي... لقد اهتم ابن سهل

بمسائل شتى كحساب مساحة قطع مكافئ، وتحديد مراكز النقل، وإنشاء المسبّح في الدائرة، والتحليل الهندسي... الخ. ولكونه عالماً في انكساريات الضوء وانكساره، فقد اهتم ابن سهل بالخصائص البصرية للمخروطيات ويطرق الإنشاء الميكانيكي لرسمها رسماً متواصلاً.

ويمكننا القول إن هذا المنحى التطبيقي للبحث الهندسي، والذي اقتنضته ضرورات الدراسات البصرية، يظهر مرة أخرى في حل بعض المسائل المطروحة من قبل الفلكيين. فانطلاقاً من دراسة الاسطرلاب، انكبّ القوهي وابن سهل على دراسة إسقاطية الكرة. هذا المجال الجديد في البحث الهندسي بُني ويشكل جلي من قبل القوهي في «رسالته» حول نظرية الاسطرلاب الهندسية، ومن قبل ابن سهل في شرحه إياها. والمقصود بـ«الشرح» ها هنا، الإيضاحات التي حملها ابن سهل إلى النقاط الأقل وضوحاً في هذه النظرية، وإتمامه بعض براهين القوهي. وهكذا نعي ويسهولة تامة، لماذا خصص ابن سهل، مُنظر علم المخروطيات والمناهج الإسقاطية، بحثاً كاملاً لدراسة الخصائص التوافقية للقطوع المخروطية الثلاث. وعلى الرغم من أهميتها في تاريخ المناهج الإسقاطية والبحث في المخروطيات، أي في مجمل تاريخ الهندسة، لم تحظ هذه الأعمال العلمية الثلاثة بأية دراسة على الإطلاق حتى الآن. لقد قمنا للمرة الأولى ها هنا بإثباتها هي الأخرى وترجيئها^(*).

تبيّن دراسات ابن سهل الرياضية هذه، إضافة إلى «رسالة» القوهي، تلك الروابط الوثيقة القائمة ما بين البحث الهندسي من جهة والبحث البصري والفلكي، من جهة أخرى، والتي هي برأينا ميزة أعمال ذاك العصر الباهرة. وهكذا يظهر لنا بوضوح تام كيف أن رياضيي القرن العاشر طوروا الهندسة الهلينستية، واستحدثوا حقولاً هندسية جديدة، كالطرق الإسقاطية في هذا المجال والهندسة الجبرية في مجال آخر. ونرى أخيراً كيف أن ابن الهيثم في مجالي البحث والطرق المتبعين قد انتمى إلى مدرسة، يمكن الإلام بأعمال ابن سهل من الإحاطة الموضوعية بها.

فالواقع إن تاريخ هذه المدرسة جوهرى لمن يود الإحاطة بنقاط التقاء ابن الهيثم بها، وكذلك بمواقع تباينه وانقطاعه عنها.

خطان اثنان أديا إذاً إلى انبثاق هذا الكتاب وأملى التقاؤهما اختيار عنوانه الحالي: **أولهما** يتابع مسيرة ابن سهل ليقف عند مجمل كتاباته التي وصلتنا في مجالي

(*) يقصد المؤلف أنه ترجعها إلى الفرنسية (الترجم).

البصريات والرياضيات. أما الثاني فيواكب تاريخ مجالات تطبيق ثلاثة للهندسة: الانكساريات، والتحليل الهندسي - وعلى الأخص نظرية المخروطيات لحل بعض مسائل الإنشاء الهندسي - والطرق الإسقاطية. من جهة أخرى، يتألف هذا الكتاب من أقسام ثلاثة، خصصت كالتالي: أولها لتدوين تاريخ علم الانكساريات العربي وابن سهل الرياضي، والثاني للنصوص المثبتة (مرفقة بترجمة لها)، أما الثالث فللملاحظات المكملة الضرورية لاستيعاب النص، وللfehars. وقد راعينا في مجال إثبات النصوص وترجمتها إتباع أكثر المعايير صرامة، بل أكثرها «غلوًا»، بحسب نعت لا نرفقه البتة. إن عملنا كمؤرخين يخضع لبناء وظيفي: أن لا نرتبط مسبقاً بمنهجية، بل، على العكس تماماً، أن نلتزم النظرة الوحيدة التي تمكن من رسم الوقائع وفهمها. وبالفعل كيف يمكن عرض هذه الوقائع، بل كيف يمكن اكتشافها ونقلها، من دون تحليل لبنية المفاهيم التي انصهرت فيها والصلات التي ربطتها مع غيرها، والمسائل التي انبثقت منها، والمتغيرات والالتواءات التي أصابتها، وصولاً إلى سوء الفهم الذي وقعت ضحيته. اعتبارات جمة ضرورية لاسترجاع، ولو جزئي، لهذا النشاط المنطقي السابق والمحدد. إن الاكتفاء بالتواريخ وبحث المؤثرات، أو بمجرد إيجاد العلاقة من فحوى نص معين، يبقى ذا أهمية محدودة، على الرغم من وشاح الدقة التحليلية أو المرجعية المزعومة التي تستر بها كتابات كهذه.

ولقد حققت جزءاً مهماً من هذا الكتاب أثناء إقامتي في معهد Institute for Advanced Study-Princeton خلال العام ١٩٨٦-١٩٨٧، وفي صيف ١٩٨٨. أتمنى أن يجد مارشال كلاجت (Marshall Clagett) هنا في هذا العمل تعبيراً عن امتناني الصادق لصداقته التي خصني بها. كما أشكر أيدين سايلي (Aydin Sayili) ورُسيل (G. Russel) مساعدتي في الحصول على صورة عن مخطوطة المقالة السابعة لابن الهيثم. كما أشكر أمعاء مكتبات ميللي (طهران)، وكولومبيا (نيويورك)، والسليمانية (استانبول)، ومكتبة جامعة ليدن، وجميع الذين سهلوا عملي. كما أخص ألين أوجر (Aline Auger) بالشكر لمساعدتها القيمة على تصحيح الطباعة وتدقيق fehars.

رشدي راشد

تشرين الأول ١٩٨٦ - آذار ١٩٩٠

الفصل الأول

ابن سهل وبداية علم الانكساريات

مقدمة

لم يصلنا من أعمال ابن سهل في البصريات سوى مخطوطتين: أولاهما رسالته الآلات المحرقة التي كتبها في بغداد ما بين عامي ٩٨٣ و ٩٨٥ وأهداها إلى البويهى ملك تلك الحقبة. أما الثانية، وهي كتيب البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء، فنحن نجهل تاريخ تأليفهما. هل بإمكاننا الجزم بأن هاتين المخطوطتين تمثلان مجمل أعمال ابن سهل في البصريات؟ الحقيقة إنه ليس بمقدورنا الآن الإجابة عن هذا السؤال بشكل أكيد، غير أن هاتين المخطوطتين كافيتان لإعطائنا برهاناً لا شك فيه على أهمية إسهام ابن سهل في مجال البصريات إنَّ على صعيد البحث العلمي بحد ذاته، أو على صعيد الدور التاريخي الذي يلعبه. وهما تكشفان، من جهة أخرى، عن المصادر الأساسية للبحث في علم البصريات في تلك الحقبة والتي هي، باعتراف ابن سهل نفسه، أعمال الانعكاسيين القدامى حول المرايا المحرقة، من جهة، وكتاب المناظر لبطليموس من جهة أخرى. في مقدمة «رسالته»، يذكر ابن سهل اطلاعه على كتب عدة للانعكاسيين القدامى والتي عاجلت مسألة المرايا المحرقة ولكنها لم تتطرق إلى موضوع العدسات على الإطلاق. ويبقى هذا القول، وللأسف الشديد، عاماً وغامضاً إذ لا يذكر ابن سهل اسماً ولا عنواناً، وسنعمد لاحقاً إلى طرح بضعة أسماء أمثال أنتيميوس التريالي والكندي. أما في ما يخص بطليموس، فابن سهل يستشهد بكتاب المناظر ويتمعن بشكل خاص بتفحص الجزء الخامس منه الذي كرسه بطليموس للانكسار.

إن التقاء هاتين المدرستين (مدرسة الانعكاسيين والمدرسة البطليموسية) بمعزل عن أية مدرسة أخرى (كمدرسة جالينوس أو مدرسة الفلاسفة)، يلقي الضوء على

اسهام ابن سهل، ويسمح برؤية انطلاقة علم الانكساريات. وكما سنبين لاحقاً، فإن التقاء نظرية الانكسار كما وردت في كتاب المناظر عند بطليموس، بأبحاث الانعكاسيين حول المرايا المحرقة، شكل النبع الذي استقى منه ابن سهل علم الانكساريات. من هنا، فإن هذا العلم كان بعيداً في انطلاقة عن كل تساؤل حول النظر والرؤية، وهو بذلك وليد علم الانعكاسيات.

مسألتان اثنتان، مختلفتا الطبيعة على الرغم من ترابطهما الوثيق، هيمتا على أبحاث الانعكاسيات في موضوع المرايا المحرقة. أولاهما، ذات طابع نظري يتعلق بالخصائص الهندسية للمرايا، ومدى قدرتها على إشعال المواد القابلة للاحتراق تبعاً للمسافة وموقع النبع الضوئي. هذه المسألة تعود إلى دوزيته (Dosithee)، مراسل أرخيدس، أو إلى ديوقليس^(١). أما المسألة الثانية فهي تاريخية الطابع، انطلقت منذ حوالي القرن السادس وارتكزت على التساؤل عن مدى صحة اسطورة إحراق أرخيدس أسطول مرسيللوس (Marcellus)، إبان هجومه على سرقسطة. وقد تساهل الانعكاسيون البيزنطيون أمثال أنتيميوس التريالي، عن شكل المرأة وأجزاء جهاز أرخيدس الانعكاسي. هاتان المسألتان نفسيهما نجدهما لدى ابن سهل في القرن العاشر؛ إنهما إذاً مسألتان مرتبطتان بتقليد عميق الجذور.

ولا يخفى علينا الآن أنه لم يكن لابن سهل الأسبقية في طرح هاتين المسألتين لدى العرب، فالفيلسوف والعالم الكندي قد طرحهما في «رسالة» مهمة درس فيها موضوع المرايا المحرقة عاملاً على تشذيب نقائص أبحاث أنتيميوس^(٢)، كما إن

(١) ورد في مجموعة ديوقليس المعربة: «وأما هيبوداموس المنجم، فإنه لما نظر إلى أرقازيا وقدم فيها سألنا كيف نجد بسيط امرأة متى وضعت قبالة الشمس اجتمعت الشعاعات التي تنعطف منه إلى نقطة فأحرقت»، ويتابع ديوقليس مؤكداً أن مسألة «إنشاء امرأة تتلقى الأشعة المنعكسة فيها في نقطة واحدة ما قد أوجد دوزيته حلاً لها. انظر: Rushdi Rashid, *Dioclès, Anthémios de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.

(٢) كتب أنتيميوس التريالي بهذا الصدد: «وبما أنه من غير الجائز سقيه اسم أرخيدس الذي أجمعت الروايات على أنه أحرق سفن العدو بأشعة الشمس، نرى إذاً أن المسألة لا بد من أن تكون ممكنة». انظر: P. Ver Eecke, *Les Opuscles mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios* (Paris: Bruges, 1940), p. 51.

ومن ناحية أخرى، كتب الكندي في مطلع رسالته، بعد أن ذكر بأسطورة أرخيدس: «فهذا قول أنتيميوس. وقد كان يجب على أنتيميوس ألا يقبل خبراً بغير برهان في التعليم وفي صناعة الهندسة خاصة». ويتابع الكندي في مكان آخر: «ونعرض ذلك على أوضح ما يمكننا وأقربه ومبين بالبراهين الهندسية». انظر: Rushdi Rashid, *L'Œuvre optique d'al-Kindī*.

كتاب عطار^(٣) وشهادة المفهرس ابن النديم^(٤) يظهران أن البحث في موضوع هذه المرايا كان شديد الحيوية قُبيل قيام ابن سهل بأبحاثه.

غير أننا نشهد مع ابن سهل انطلاقاً مسألة جديدة. ففي مقدمة «رسالته» يوضح ابن سهل، ومن دون أدنى التباس، أسبقيته بالتفكير في الإشعال بواسطة الضوء العابر «لآلة»، والمنكسر بعد ذلك في الهواء، أي أسبقية تفكيره في موضوع «العدسات». وكي يتمكن من طرح هذه المسألة، ينساق ابن سهل إلى صياغة مسألة الحراقات بشكل جديد تماماً؛ فلم يعد اهتمام هذا العالم ينحصر في موضوع المرايا فحسب، بل تعداها إلى مجموعة أكثر اتساعاً تشمل، إضافة إلى هذه المرايا، العدسات، أو، بحسب تعبيره، كل «الأجهزة المحرقة». وهكذا، لم يعد الانعكاس موضوع الدراسة الوحيد في البصريات كما كان سابقاً، بل انضم إليه الانكسار. وتحولت بذلك المسألة التقليدية في البحث حول الانعكاسيات تحولاً جذرياً لتحمل عند ابن سهل العنوان التالي: «استخدام الانعكاس أو الانكسار بغية الإشعال في نقطة محددة بواسطة منبع ضوئي بعيد أو قريب».

وبغية التفكير في هذه المسألة وحلها، يجمع ابن سهل العناصر التالية: من جهة أولى:

أ - الإشعال بالانعكاس؛

ب - الإشعال بالانكسار؛

ومن جهة أخرى:

ج - الحالة التي يمكن اعتبار الأشعة فيها متوازية؛

د - حالة الأشعة المنبثقة من نقطة على مسافة متناهية.

وتركيب هذه العناصر يسمح بالحصول المتسلسل على فصول «رسالته» كافة، وهو ما يمكن من إعادة تكوينها وترتيب فصولها^(٥). وهكذا، فإن تركيب (أ) و(ج)

(٣) ألف عطار بن محمد رسالة في المرايا المحرقة: الأتول المشرقة في عمل المرايا المحرقة (استانبول، لالولي ٢٧٥٩ (١١)، ص ٢١ - ٢٢).

(٤) ينسب المفهرس ابن النديم أيضاً مؤلفاً لقسطا بن لوقا حول المرايا المحرقة، هو: كتاب المرايا المحرقة، انظر: أبو الفرج محمد بن اسحق بن النديم، المفهرست، تحقيق رضا نجدد (طهران: [د.ن.]، ١٩٧١)، ص ٢٥٣.

(٥) انظر: Rushdi Rashid, «Burning Mirrors and Lenses in the Tenth Century: The

= Beginning of Anaclastics».

يعطي الحالة التي تكون فيها الأشعة متوازية -منبع الضوء على مسافة تُعد لامتناهية- والإشعال بالانعكاس، وأما الجهاز الانعكاسي الذي يعطيه ابن سهل مثلاً لهذه الحالة فهو المرآة المكافئة العاكسة لأشعة الشمس. أما تركيب (أ) و(د) فيعطي حالة الأشعة المنبثقة من منبع متناهٍ والإشعال فيها بالانعكاس؛ ويعطي ابن سهل مثلاً لهذه الحالة مرآة القطع الناقص. أما تركيب (ب) و(ج) فيقود إلى الأشعة المتوازية ذات الإشعال بالانكسار حيث يأخذ ابن سهل العدسة المستوية المحدبة مثلاً لهذه الحالة. وأخيراً، يقوده تركيب (ب) و(د) إلى العدسة ذات الوجهين المحدبين.

ولا يكتفي ابن سهل بشرح القواعد التالية لكل حالة، وإنما يتوسع بعرض طرق تصنيع هذه الآلات المحرقة ولو نظرياً على الأقل. من هنا نفهم أن ليس بمقدوره الاكتفاء بمجرد دراسة المنحنيات ورسمها. فعلى غرار جميع أسلافه الذين عملوا على إنشاء المرايا، كان على ابن سهل أن يعي طريقة إنشاء هذه المنحنيات؛ لذا احتوى كل فصل من «رسالته» على قسمين: خصص أولهما لدراسة نظرية للمنحني المطروح، أما الثاني فلإنشاء هذا المنحني. وبالفعل، فإن ما وصلنا بشكل كامل من هذه «الرسالة» يفي بتلك المواصفات؛ فالفصل المخصص للقطع الزائد وهو ضروري للعدسات المستوية - المحدبة، ينقسم إلى قسمين: دراسة المنحني كقطع غروطي، والإنشاء الميكانيكي لهذا المنحني. في القسم الأول، يعتمد ابن سهل على تعريف القطع الزائد بقمته ومحوره وضلعه القائم، ويدرس حيثئذ المماس انطلاقاً من خاصية ازدواج البؤر، لينتقل بعد ذلك إلى الجسم الزائدي فالمستوي المماس مبرهنأ وحدانيته. أما في القسم الثاني فيعمد إلى رسم متواصل لقوس منحني هو بالواقع قوس قطع زائد، لينتقل بعدها إلى دراسة المستوي المماس للسطح الناجم عن دوران هذا القوس حول خط مستقيم ثابت. وكما سنرى لاحقاً، ينطلق في القسمين من خصائص المماس كي يجد قوانين الانكسار، ويستنتج بذلك طريقة إنشاء عدسة مستوية- محدبة وصولاً إلى عدسة محدبة الوجهين.

ويسمح تنظيم «رسالة» ابن سهل، في ضوء ما وصلنا، من إعادة تركيبها بشكل أكيد، بإظهار عناصر مشروعه المختلفة. وسنبيّن بدقة، عند كل قسم، الحالة التي وصلنا عندها.

= ظهر تحت عنوان: «A Pioneer in Anacletics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses», *Isti*, no. 81 (1990), pp. 464 - 491.

غير كاملة	المقدمة
كاملة	دراسة القطع المكافئ كقطع غروطي
	منبع بعيد + مرآة قطع مكافئ
وصلت جزئياً فقط	رسم متواصل للقطع المكافئ
	الانعكاس
ضائلة	دراسة القطع الناقص كقطع غروطي
	منبع قريب + مرآة قطع ناقص
شبه كاملة	رسم متواصل للقطع الناقص
كاملة	دراسة القطع الزائد لقطع غروطي
	منبع بعيد + عدسة مستوية محدبة (جسم قطع زائد)
كاملة	رسم متواصل للقطع الزائد
	الانكسار
كاملة	منبع قريب + عدسة محدبة الوجهين

وهكذا نرى من دون عناء أن القسم المفقود هو ما بين نهاية دراسة القطع المكافئ وبداية دراسة القطع الناقص. ويبدو أن هذا الضياع يعود إلى حقيقة قديمة^(٦). غير أنه بإمكاننا التأكيد أن الدراسة النظرية للقطع المكافئ وما يتبعها حول الرسم المتواصل لقوس منه، قد وصلتنا كاملة، على الرغم من غياب دراسة مماس هذا القوس ودراسة المستوي المماس للمجسم المكافئ، وغياب التطبيق البصري عنه. أما في ما يخص الجزء العائد إلى القطع الناقص، فقد بُترت منه دراسة هذا المنحني كقطع غروطي، لكنه، في المقابل، يقدم بشكل شبه كامل، دراسة للمرآة الاهليلجية الناجمة عن قوس القطع الناقص المرسوم بشكل متواصل.

ويمقدورنا إذاً إحصاء محتويات القسم المفقود من «الرسالة»، فلا تمنعنا هذه الثغرة البتة من الإحاطة بفحوى هذا الكتاب وشكله. وهكذا وبمجرد الاطلاع

(٦) انظر لاحقاً تاريخ خطوطات «رسالة» ابن سهل هذه.

البسيط على بنية هذا المؤلف تتمكن من الإلمام بموقع ابن سهل الجديد: متابعة للمدرسة الانعكاسية اليونانية والعربية، وانفصام عنها بإدخاله الانكسار والعدسات في مجال بحثه. ويغية فهم أكثر عمقاً لنظرتنا الجديدة هذه، يتحتم علينا القيام بتحليل تفصيلي لمختلف فصول هذه «الرسالة».

أولاً: المرأة المكافئة

شكلت المرأة المحرقة المكافئة، كما هو معروف، وقبل ابن سهل بزمان طويل، موضوع بحث؛ فلقد ترك لنا ديوقليس وأنثيموس التريالي ومؤلف مقتطف بويو^(٧)، دراسات عدة حولها. كما خصص علماء آخرون قسماً من أعمالهم لها. نجدها كذلك في نص عُرب من اليونانية منسوب إلى دترومس^(٨). أما بالعربية، وقبل ابن سهل، فقد كتب حول هذه المرأة المكافئة كل من الكندي^(٩) وأبو الوفاء البوزجاني^(١٠). نلاحظ إذ أن البحث في هذا الموضوع يتميز لا بقدمه فحسب، بل ويشيوعه النسبي حتى القرن العاشر. غير أن دراسة ابن سهل حول هذه المرأة تختلف عن كل سابقتها بميزات يمكننا تفحص مساهماته من الإحاطة بها.

إن هدف ابن سهل من استعمال هذه المرأة هو الرد على السؤال التالي: كيف يمكن، بمجرد انعكاس أشعة الشمس (أي انطلاقاً من منبع يُعد ذا بُعد لا متناهٍ بحيث تصل الأشعة متوازية في ما بينها إلى المرأة المذكورة)، من إشعال نقطة على مسافة معينة؟

(٧) لدراسة المرأة المكافئة من قبل أنثيموس التريالي وفي مقتطف بويو، انظر: Th. Heath, «The Fragment of Anthemius on Burning Mirrors and the Fragmentum Mathematicum Bobiense», *Bibliotheca Mathematica*, vol. 7, ser. 3 (1906-1907), pp. 228 sqq.; Ver Eecke, *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémius*, pp. XXI sqq., 55-56 et 59 sqq., et George Leonard Huxley, *Anthemius of Tralles: A Study in Later Greek Geometry*, Greek, Roman and Byzantine Monographs; no. 1 (Cambridge, Mass.: [n. pb.], 1959), pp. 185 sqq.

(٨) لم نتوصل إلى توضيح هوية هذا المؤلف. إن النص بالعربية موجود في المكتبة البريطانية تحت رقم ٧٤٧٣. وستنشر هذه المخطوطة مثبتة ومترجمة ومحللة في: Rashid, *Diocès, Anthémius de Tralles*, *Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.

(٩) أظهرنا وللمرة الأولى في: *L'Œuvre optique d'al-Kindi* أن الكندي عالج كذلك المرأة المكافئة.

(١٠) M.F. Woepcke, «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboul Wafâ», *Journal asiatique*, 5^{ème} ser., no. 5 (avril 1855), pp. 325 sqq.

Rashid, *Ibid*.

كما أن نص أبي الوفاء البوزجاني قد حقق وترجم في:

فلتكن AB هذه المسافة و AC اتجاه أشعة الشمس . ولنبدأ بالحالة التي يكون فيها AC عمودياً على AB ، وننشئ $AC = AB/2$ و CD عمودياً على AC ، على أساس $AB^2 = AC \cdot CD$. إن القطع المكافئ المعرف برأسه C ويمحوره AC ، وبضلعه القائم CD يمر في النقطة B (الشكل رقم (١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنأخذ قوساً BE من هذا المكافئ في الاتجاه المعاكس لـ C ، ولنقم بدورانه حول الخط الثابت AC . ترسم حيثئذ بالتتابع B و E قوسي دائرة BF و EG . فيتحدد بذلك جزء من مجسم مكافئي EBFG ، نرمز إليه بـ (BG) . يعتمد ابن سهل حينذاك إلى إظهار المقولة التالية :

مقولة : «إذا كان السطح (BG) انعكاسياً وسقطت عليه أشعة موازية لـ AC ، انعكست هذه الأشعة نحو النقطة A» .

بغية برهان هذه المقولة ، يبدأ ابن سهل بمناقشة المستوي المماس ووحداثيته في نقطة H . لتكن H نقطة من (BG) ؛ يكون القوس IJ ، الناجم عن قطع المستوي ACH للمجسم (BG) ، قوساً مكافئاً مساوٍ للقوس BE . لتكن K الإسقاط العمودي لـ H على AC ، و L نقطة من AC بحيث يكون $CL = CK$. يكون حينذاك الخط المستقيم LH مماساً للقوس IJ ، ويكون المستوي الحاوي للمستقيم LH والعمودي على المستوي AHC هو بدوره مماساً للسطح (BG) عند النقطة H .

يبرهن ابن سهل بالخلف أن هذا المستوي لا يقطع (BG) خارج النقطة H ، وليثبت ، بعدها ، وحدانية المستوي المماس في هذه النقطة^(١١) .

ومن ثم ، يناقش ابن سهل انعكاس شعاع مواز للمحور :

ليكن HX الشعاع الساقط في النقطة H ولتكن M نقطة على امتداد LH ؛ يمكن برهنة تساوي الزاويتين $\angle AHL = \angle MHX$.

لدينا :

$$CD \cdot AC = AB^2 = 4AC^2,$$

أي أن :

$$CD = 4AC.$$

(١١) برهان بالخلف يستعمل الشكل رقم (٢) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية.

من جهة أخرى، بما أن النقطة H موجودة على الجسم المكافئ، لدينا:

$$HK^2 = CD \cdot KC = 4AC \cdot KC.$$

ومنه نستنتج:

$$AH^2 = AK^2 + 4AC \cdot KC = AK^2 + 4AC^2 + 4AC \cdot AK = (AK + 2AC)^2 = AL^2,$$

وبالتالي $\angle AHL = \angle ALH$. ولكن، وبما أن $HX \parallel AL$ ، نحصل على $\angle ALH = \angle MHX$ وبالتالي $\angle AHL = \angle MHX$. وهكذا فإن الشعاع الساقط XH على النقطة H ينعكس ماراً بالنقطة A.

ويعالج ابن سهل في ما بعد الحالة التي لا يكون فيها AC عمودياً على AB. فهو يُسقط من B المستقيم العمودي على AC، وتكون C قاعدته، ثم يأخذ على المستقيم AC نقطة D بمسافة $AD = AB$. وهنا يبرز احتمالان: إما أن تكون C و D من جهتين متقابلتين بالنسبة إلى A (الشكل رقم (٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، أو من الجهة نفسها بالنسبة إليها (الشكل رقم (٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). لتكن E نقطة في وسط CD وعلى المستقيم العمودي منها نقطة F حيث $EF \cdot CE = BC^2$. إن المكافئ ذا القمة E والمحور AE والضلع القائم EF يمر بـ B، فيعطي دوران قوس منه BG حول المحور AC، مجسماً مكافئاً (BI). وكل شعاع يسقط بشكل مواز للمحور AC على سطح هذا الجسم، ينعكس نحو النقطة A.

وليبرهن ابن سهل مقولته في هاتين الحالتين، يعمل للرجوع إلى الحالة السابقة. فيكفي إذاً أن يظهر أن A هي بؤرة المكافئ، أي أن $EA = 1/4 EF$. ويتم ذلك كالتالي:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = AC^2 + EF \cdot CE \text{ و } EF \cdot CE = BC^2$$

وفي كل من الحالتين نجد:

$$AE = EC - AC \text{ و } AD = 2EC - AC$$

(الشكل رقم (٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)؛

$$AE = EC + AC \text{ و } AD = 2EC + AC \text{ أو}$$

(الشكل رقم ٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لدينا إذاً:

$$\begin{aligned} AD^2 &= AC^2 + 4EC^2 \pm 4EC.AC = AC^2 + 4EC(AC \pm AC) \\ &= AC^2 + 4EC \cdot AE. \end{aligned}$$

ومنه نستنتج: $EC \cdot EF = 4EC \cdot AE$ ، أي $EF = 4AE$.

تقع إذاً النقطة A من القمة E على مسافة تساوي ربع الضلع القائم. وهكذا، وكما في الحالة السابقة، فإن كل شعاع يسقط على المرآة (BI) موازياً للمحور، ينعكس ماراً بالنقطة A.

وهكذا برهن ابن سهل في الحالات الثلاث:

$$\angle BAC < \pi/2, \angle BAC = \pi/2, \angle BAC > \pi/2$$

وأن الأشعة الموازية للمحور تنعكس جميعها نحو النقطة A من المحور، على مسافة من رأس المكافئ تساوي ربع الضلع القائم.

ولإكمال هذا التحليل المتعلق بدراسة ابن سهل عن المرآة المكافئة، يبقى علينا أن نستخلص روابطه مع من سبقه لنتمكن من تقدير موقع مساهمته ومقدارها. ولنلاحظ أولاً أن ابن سهل يستعين في براهينه بالخاصية المميزة (le symptôme) للمكافئ، إضافة إلى كون رأسه هو النقطة الوسطى للتحتمماس. وانطلاقاً من هاتين الخاصيتين، أصبح بمقدورنا القيام بمقارنة دقيقة لأعمال ابن سهل مع أعمال الانعكاسيين القدامى وأعمال معاصريه.

أولى الكتابات المطروحة لهذه المقارنة هي تلك العائدة إلى ديوقليس وقد وصلتنا ترجمة عربية لها، لم تمكن من تحديد دقيق لتاريخها. فيها نقرأ المقولة نفسها التي طرحها ابن سهل وبرهنها مع فارق في كون ديوقليس قد لجأ إلى خاصية مساواة التحتمماس للوسيط، من دون الاستعانة في هذه المرحلة بالخاصية المميزة.

كاتب قديم آخر، بيزنطي على الأرجح، اسمه دترومس، كما وصلنا بالعربية، يستعمل في هذه المسألة الخصائص نفسها التي يعتمد عليها ابن سهل، مع اختلاف في نقطة الانطلاق: فدترومس ينطلق من تساوي الزاويتين ليحدد البؤرة،

في حين ينطلق ابن سهل من البؤرة ليرهن تساوي الزاويتين. ويبدو التباعد أعظم في طريقة إنشائهما القطع المكافئ، إذ يلجأ دترومس إلى الإنشاء بالنقط مستعيناً بمسطرتين، في حين يعتمد ابن سهل إلى استخدام الرسم المتواصل، وسنبتين ذلك لاحقاً.

وتختلف طريقة ابن سهل عن طريقتي أنتيميوس التريالي والكندي اختلافاً يُبرر توقفاً، ولو سريعاً، عنده. إلا أنه يبدو أكثر وضوحاً مقارنةً بطريقة أبي الوفاء البوزجاني، الذي، على الرغم من استناده إلى الخاصية المميزة للقطع المكافئ وابتدائه بمقطع مستقيم مساوٍ للضلع القائم، يلجأ إلى إنشاء المكافئ بالنقاط. وهكذا نرى أن جميع هذه الدراسات تختلف اختلافاً جماً عن دراسة ابن سهل. أما في ما يخص الاستقصاء المشهور لمقتطف بويبو^(١٢)، فلقد استعمل كاتبه المجهول الخاصيتين نفسيهما اللتين استعملهما ابن سهل. ولكن ليس هناك من دليل على أن هذا المقتطف كان قد تُرجم إلى العربية، أو قد عُرف بشكل غير مباشر، من قبل ابن سهل أو من سبقه.

إن تحليل كتابة ابن سهل حول المرأة المكافئية لا يسمح لنا بإيجاد رابط تسلسلي مع الكتاب القدامى والمعاصرين. ويبقى بالمقابل أن أسطورة أرخيدس، التي يذكرها ابن سهل، قد وردت في نص لأنتيميوس التريالي^(١٣). ولم يكن هذا النص وحده المترجم إلى العربية والذي يذكر هذه الأسطورة^(١٤)، إلا أنه يتميز من غيره بكونه، بحسب ما نعرفه حتى الآن، النص القديم الوحيد الذي يحوي دراسة عن المرأة الإهليلجية وهو موضوع أعاد ابن سهل دراسته. كما يتميز من غيره من النصوص المترجمة عن اليونانية، بأنه كان مرجعاً جد معروف، فهو موضوع تعليق نقدي للكندي^(١٥)، وقد أتى ابن عيسى على ذكره مراراً، وفي القرن العاشر ورد بالكامل في رسالة لعطادر^(١٦). وتتعرّض هذه الوقائع جميعها التي جئنا على إثباتها

Rashid, Ibid.

(١٢)

Ver Eecke, *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios*, pp. 51 et 55 - 56.

(١٤) في نص ينسب إلى ديديم بعنوان: «وصف المرأة التي أحرق بها أرخيليس سفن العدو»؛ نجد هذه الأسطورة بشكل غامض حيث ستفسره لاحقاً.

(١٥) الكندي، كتاب الشماعات (خودا - يخنش، ٢٠٤٨)؛ قارن بـ: *L'Œuvre optique d'al-Kindi*.

Rashid, *Dioclès, Anthémios de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*. (١٦)

بذكر ابن سهل في دراسته عن المرأة المكافئة لأنتيميوس التريالي كاسم وحيد إلى جانب أرخميدس^(١٧). وعلى هذا فابن سهل كان، من دون شك، قد اطلع على كتابة التريالي هذه.

وبما أن ابن سهل، طبقاً لأقواله، قد اطلع على كتب لمؤلفين قدامى عدة، لم تكن معلوماته لتقتصر إذاً على كتابة أنتيميوس التريالي وحده، ومن المنطقي القول باطلاعه على إحدى الترجمات التي ذكرنا، كما أنه من المعقول إلمامه بالأعمال العربية في هذا المضمار ولا سيما أعمال البوزجاني الذي لم يتقدمه سناً فحسب، بل وعاش هو أيضاً في بغداد متمياً، مثله، إلى حاشية البويهيين.

يتبين من هذه المناقشة الموجزة أن ابن سهل قد انتمى إلى مدرسة بحث في المرايا المحرقة. وكان طبيعياً أن يقوم بعض العلماء بإعادة معالجة مواضيع سبق طرحها، عاملين على إيجاد حلول أخرى لها، وهي من السمات التي، في هذا المجال كما في غيره، ميزت ذلك العصر. ويكفي لتبيان ذلك التذكير، مثلاً، بالدراسات حول الإنشاءات الهندسية^(١٨). والواقع أن ابن سهل كان معتاداً على هذا المنحى: فهو قد أسهم، كما سنرى لاحقاً، في دراسة حل مسألة المسبع المنتظم المشهورة التي كانت موضع نقاش في القصر البويهي من قبل علماء كثر، أمثال القوهي والسجزي.

وقد عاد ابن الهيثم في ما بعد إلى أبحاث ابن سهل هذه حول المرأة المكافئة: ولهذه النقطة أهمية خاصة لكل من تفحص أعمال ابن سهل (في أسبقيتها

(١٧) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «في المرايا المحرقة بالقطوع»، في: مجموع الرسائل (حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧هـ/١٩٣٨ - ١٩٣٩م)، ص ٢ - ٣. انظر:

J. L. Heiberg and E. Wiedemann, «Jbn al-Haitams Schrift über Parabolische Hohlspiegel,»

Bibliotheca Mathematica, vol. 3, no. 10 (1909-1910), Gérard J. L. Heiberg and E. Wiedemann, «Jbn al-Haitams Schrift über Parabolische Hohlspiegel,» مع ترجمة ألمانية لها.

انظر طبعة: Marshall Clagett, *Archimedes in the Middle Ages* (Philadelphia: American Philosophical Society, 1980), vol. 4, esp. pp. 13-18.

(١٨) انظر: عادل انبوبا، «تسبيع الدائرة»، (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية)،

Journal for the History of Arabic Science, vol. 1, no. 2 (1977),

وكذلك ملخص بالفرنسية لهذا المقال، في: Adel Anbouba, «Construction de l'heptagone régulier par les arabes au 4^{ème} siècle de l'hégire,» *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 2, no. 2 (1978).

وفي علاقات خلفه معها) بهدف تحديد الموقع التاريخي لمساهمة ابن الهيثم. فقد استعان هذا الأخير، تماماً كابن سهل، بالخاصية الأساسية للمكافئ وبخاصية التثتمماس، وميز، تماماً كابن سهل، بين الحالات الثلاث المشار إليها سابقاً لبرهانها^(١٩). أما الفارق المهم الوحيد في هذا المجال فيمكن في طريقة العرض التي حسنها ابن الهيثم بلجوته إلى «التحليل والتركيب». ومهما يكن من أمر، فإن المقارنة لا تترك مجالاً للشك في اطلاع ابن الهيثم على «رسالة» ابن سهل هذه. ويزداد هذا الاستنتاج يقيناً في ما يقدمه ابن الهيثم كمرجع للإنشاء الميكانيكي للمنحنيات المخروطية.

ينتقل ابن سهل في ما بعد إلى رسم المكافئ رسماً متواصلاً بواسطة البؤرة والدليل، فيأخذ نقطة ثابتة A ومستقيماً ثابتاً DF، وطولاً $DE = 1$ على مستقيم عمودي له. وليكن AC مستقيماً عمودياً على DF؛ بشكل أن يقع DF ما بين A و E ويكون $DE > AC$ (الشكل رقم ٥) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ويشرح ابن سهل عملية إنشاء ثلاث نقط من المكافئ المعرف بالبؤرة A وبالدليل EH الموازي لـ DF، وذلك من دون تسميته حتى الآن بالقطع المكافئ. هذه النقاط الثلاث، F و B على DE، و I على GH العمودي على DF، هي كالتالي: $AF = 1, BE = BA, IH = IA$ ، ومن ثم:

$$(1) BD + BA = IG + IA = FA = 1.$$

وتتابع النقط D و C و G و F بهذا الترتيب على DF. وبيرهن، بالخلف، أن $AI > AB$. يقوم ابن سهل برسم نصف دائرة مركزها A وقطرها JK، حيث إن $JK \leq AB$ ، ومن ثم رسم دائرتين متساويتي الشعاع مع الدائرة الأولى، مركزهما B و I، ويستتبع الافتراض $AB \leq JK$ بأن $JK < AI$ ؛ وهكذا فإن الدائرتين (A) و (B) من جهة، والدائرتين (I) و (A) من جهة أخرى لا تتقاطعان. ويُنشأ PU عماساً مشتركاً لـ (A) و (B)، و MN عماساً لـ (B) عمودياً على DF.

ويستتج من هذا أن: $PU = AB, MN = BD$ و $\widehat{PK} = \widehat{UM}$.

وإذا رُمز بـ S₁ إلى طول محيط JPUMN وبـ P نصف قطر إحدى الدوائر، نحصل على:

(١٩) انظر الهامش رقم (١٧) من هذا الفصل.

$$s_1 = \widehat{JP} + PU + \widehat{UM} + MN = 1 + p.$$

وبشكل مماثل نقرن المحيط JWZQR بالدائرة (I)، فنحصل على:

$$s_2 = \widehat{JW} + WZ + \widehat{ZQ} + QR = 1 + p.$$

إن طريقة ابن سهل للتوصل إلى الرسم المتواصل تتبع عملياً من العلاقة $s_1 = s_2$ الناتجة من المعادلة (I).

يأخذ ابن سهل كوساً صلباً، بحيث ينزلق ضلع زوايته القائمة NO على DF، في حين ينطبق الضلع الآخر NS على NM ويختار $NS > NM$.

إن النقطة A ثابتة، وكذلك نصف الدائرة (A)؛ في حين تتحرك الدائرة (B) مقرونة بحزام طوله $1 + p$ ، يُثبت أحد طرفيه في J على نصف الدائرة (A)، أما الآخر فمثبت في N على الكوس. ويُفترض أن الحزام غير قابل للارتخاء، فيتكلم ابن سهل عن «سلك حديدي» ويشرح ضرورة استعمال الدوائر كي لا ينقطع هذا السلك. فلو تحولت الدوائر إلى مجرد نقط لأصبح المحيط ABD مستدق الرأس في B لدرجة قد ينقطع معها السلك تحت ضغط المسير.

إن الضغط على الدائرة (B) مع الإبقاء على الحزام مشدوداً، وعلى الدائرة (B) أن تبقى في تماس مع ضلع الكوس NS، يسمح بانزلاق الكوس على المستقيم DF الذي يلعب دور السكة، فيرسم المسير الموضوع في النقطة B قوساً مكافئاً BI. ونلاحظ إمكانية تحريك النقطة B في الاتجاهين وصولاً إلى قمة المكافئ من جهة وإلى الموقع الذي تصبح فيه الدائرة (B) مماسة للمستقيم DF من جهة أخرى.

أما الجزء الأخير من تفحص الرسم المتواصل للمكافئ، وهو للأسف ضائع، فيفترض -كما يظهر تشابه سير بقية الفصول- أن يحتوي على دراسة عن المماس في نقطة من القوس BI، وعن المستوي المماس للمسطح المتولد من هذا القوس وأخيراً، عن انعكاس الشعاع الضوئي على هذا السطح. ويهتم هذا الجزء الضائع كذلك بالثبوت من كون المرآة المنشأة بالبؤرة والدليل هي فعلاً مكافئية، إذ إن خاصية البؤرة -الدليل لم تكن بعد كافية في القرن العاشر، عند ابن سهل على الأقل، للتعريف بالمكافئ-.

ثانياً: مرآة القطع الناقص (أو الإهليلجية)

يتفحص ابن سهل بعد ذلك إشعال جسم قابل للاحتراق على مسافة معينة بانعكاس ضوء يوجد منبعه على مسافة متناهية، أي للبحث عن إحداث إشعال في نقطة A موجودة على مسافة معينة، انطلاقاً من منبع ضوئي موجود في نقطة C. ولذا يدرس ابن سهل المرآة الإهليلجية.

وكما ذكرنا سابقاً، فإننا لا نعرف حتى الساعة، أية كتابة مخصصة للمرأة الإهليلجية سابقة لنص ابن سهل، باستثناء دراسة لأنتيميوس الترابلي. وقد يعود ضعف اهتمام الباحثين في الرايا المحرقة، هذه المرأة إلى ما تفرضه من شروط قاسية في ما يتعلق بموقعي النبع والبؤرة. ودراسة أنتيميوس هذه لا تتعدى كونها مدخلاً يركز فيه العالم البيزنطي على خاصية ازدواجية بؤر الإهليلج ليؤكد، ومن دون أي شرح إضافي، انطلاقاً من قوانين الانعكاس، ان الشعاع المنبثق من إحدى البؤرتين ينعكس نحو الأخرى؛ كما انه يتبنى طريقة «البستاني» لرسم الإهليلج رسماً توأصلياً^(٢٠). ويبدو جلياً اطلاع ابن سهل على هذه الدراسة، ولكنه من الواضح، في ضوء ما وصلنا من أبحاثه حول المرآة الإهليلجية، أنه قد أعاد كلياً دراسة هذه المسألة. ونظراً إلى ضياع القسم الأول من هذا الفصل، وهو قسم مخصص لدراسة الإهليلج كقطع غروطي، فإن ما وصلنا يعالج طريقة الإنشاء الميكانيكي للإهليلج ويبحث في انعكاس الضوء على مرآة إهليلجية.

بغية رسم قوس قطع ناقص رسماً توأصلياً، ينطلق ابن سهل من نقاط غير مستقيمة ثلاث، A و B و C بحيث إن: $AB < AC < BC$ (الشكل رقم ٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

يضع على المستقيم CB نقطة D تكون كالتالي: $CB + BA = CD = 1$ ؛ ويضع على الدائرة (C, 1) نقطة E تكون كالتالي: $\angle ACB < \angle ACE \leq \angle CAB$ ؛ لأن B و E تقعان في الجهة نفسها بالنسبة إلى المستقيم CA؛ ويضع على المقطع CE نقطة F متساوية البعد عن A و E. أي ان: $FA + FC = 1$. وتقع إذاً النقطتان B و F على الإهليلج ذي البؤرتين A و C والدائرة الدليلية (C, 1). وكما فعل مع المكافئ، لا يسمي ابن سهل هذا القطع باسمه (الإهليلج) عند عرضه طريقة رسم

(٢٠) انظر مثلاً: Ver Eecke, *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios*,

pp. 47 sqq.

تواصل للقوس BF المحدد بهذا الشكل. ينتج من مجمل الافتراضات المعتمدة لإنشاء F، أن $AF > AB$ ، وهي علاقة يبرهنها ابن سهل بالخلف، وبالتالي فإن $CF < CB$ ويستتج أن $CF \geq AB$ ^(٢١).

ونرسم مقطعين متساويين ومتوازيين GH و IJ، بوسطين هما على التوالي A و C ويكون $GH < AB$ ، $IJ = GH$ ، ويشعاع يساوي $1/2 GH$ نرسم الدوائر (A)، (C)، (B) و (F) التي لا تقاطع في ما بينها نظراً إلى افتراض $GH < AB$.

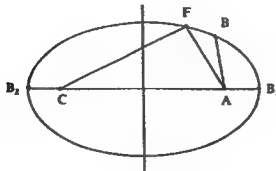
ليكن MN مماساً مشتركاً خارجياً لـ (A) و (B)، وكذلك KL لـ (B) و (C). نحصل حينها: $MN = AB$ و $KL = BC$ ، وبالتالي $MN + KL = 1$. من ناحية أخرى، بما أن $AM \parallel BN$ و $BK \parallel CL$ و $AH \parallel CJ$ ، نحصل على $\widehat{HM} + \widehat{NK} + \widehat{LJ} = 2p$ حيث $2p$ هو محيط إحدى الدوائر. نقرن عندئذ الدائرة (B) بالالتفاف s_1 حول HMNKLJ:

$$s_1 = \widehat{HM} + MN + \widehat{NK} + KL + \widehat{LJ} = 1 + 2p.$$

وبشكل مماثل، لتكن UQ مماساً مشتركاً خارجياً لـ (A) و (F)، وكذلك PO لـ (F) و (C)، فنقرن حينها الدائرة (F) بالالتفاف s_2 حول HUQPOJ وطوله s_2 :

$$s_2 = \widehat{HU} + UQ + \widehat{QP} + PO + \widehat{OJ}.$$

(٢١) لتبيان ذلك نأخذ الاهليج ذا البؤرتين A و C والمحور الأكبر B_1B_2 . فإذا جرت B على القوس B_1FB_2 ازدادت المسافة AB من AB_1 إلى AB_2 وبالتالي تصغر CB: $AB_2 > AB > CB$ فنتستج: $\angle ACF > \angle ACB \rightarrow AF > AB$; $\angle ACF \leq \angle CAB \rightarrow CF \geq AB$. آخذين بالاعتبار محور التناظر، وهو وسيط B_1B_2 .



وكالسابق لدينا: $\widehat{HU} + \widehat{PQ} + \widehat{OJ} = 2p$ و $UQ + PO = AF + FC = 1$ ان $s_2 = 1 + 2p = s_1$.

عند ذلك يتصور ابن سهل جهازاً مؤلفاً من ثلاث دوائر متساوية الشعاع تلعب دور بكرات، ومن حزام طوله ثابت $1 + 2p$ ؛ اثنتان من هذه الدوائر، ومركزاهما A و C، ثابتان، أما البكرة الثالثة، ومركزها B، فهي متحركة. يثبت طرفا الحزام أحدهما في نقطة H من الدائرة (A) والآخر في J من الدائرة (C)، ويحيط هذا الحزام بالبكرة (B) (الشكل رقم ٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ندفع بالبكرة (B) مع الإبقاء على الحزام مشدوداً فيرسم المركز B قوساً ناقصاً (إهليلجياً) BF.

ويتابع ابن سهل دارساً الانعكاس على مرآة إهليلجية، يرمز إليها بالسطح (BX) الذي نحصل عليه بتدوير القوس الإهليلجي BF حول AC، فترسم فيه بذلك B و F قوسين دائريين هما على التوالي BC و FX. لنبرهن أن الأشعة الواردة من C تنعكس نحو النقطة A.

لتكن T نقطة على القوس BF نقرنها بالدائرة (T) وبالتفاف طوله s. وتتطابق الدائرة (T) في أحد مواقعها مع (B)، فينتج من ذلك أن $s = s_1$ ، وبالتالي $TA + TC = BA + BC$ (الشكل رقم ٧) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن I' نقطة ما من (BX) فيقاطع المستوي A'I'C و (BX) وفق قوس B_eO' الذي يشكل القوس FB أحد أوضاعه، فنحصل إذاً على: $I'A + I'C = BA + BC$ (الشكل رقم ٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

نمدد CI' طولاً قدره $I'B_e = I'A$ ؛ فيكون $B_eI'B_e$ منصف الزاوية $A'I'B_e$ ، مماساً في النقطة I' للقوس B_eO' . ويبرهن ابن سهل ذلك، وكذلك وحدانية المماس، ببرهان الخلف.

إن المستوي الحائري للمستقيم B_eB_e والعمودي على المستوي ACI' هو مماس للسطح (BX) عن النقطة I'؛ وهو مستوي مماس وحيد.

ويستعمل ابن سهل برهان الخلف كذلك، ليثبت أن المستقيمين AI' و CI' لا يقطعان السطح (BX) خارج النقطة I' . وينعكس الشعاع الضوئي القادم بحسب CI' على المرآة (BX) باتجاه IA ، وفقاً لقوانين الانعكاس. والأمر صحيح لكل نقاط السطح (BX).

نلاحظ في الحالتين المعالجتين (المرآيا المكافئية والإهليلجية) اهتمام ابن سهل بصورة خاصة بتحديد المستوي المماس عند نقطة سقوط الضوء على السطح العاكس، وكذلك بوحداية هذا المستوي. ولا ينبع هذا الاهتمام من معرفته بنظرية المخروطيات فحسب، بل إنه مرتبط مباشرة بمفهومه لانعكاس الضوء. فهو لا يكتفي بقانون تساوي زاويتي السقوط والانعكاس، بل يستند إلى القانون الناص على كون مستقيم الشعاع الساقط ومستقيم انعكاسه، وأخيراً العمودي للمستوي المماس في نقطة السقوط هذه على السطح، تقع جميعها في مستوٍ واحد. وليس السطح العاكس بالنسبة إلى ابن سهل هو المهم، بل هذا المستوي المماس. وعلى الرغم من ارتكازه المستمر في دراسته للمرآيا المكافئية والإهليلجية، على هذين القانونين، فهو لم يصفهما صراحة. وعلى الرغم من ذلك يجب الاحتراس من اعتبار ذلك ظاهرة وظيفية تتعلق بغياب لصياغة المفاهيم لديه: فالموضوع لا يتعدى مجرد أسلوب كتابة. فابن سهل، عالم الهندسة أساساً، لا يولي فيزياء الضوء أو فيزيولوجيا البصر عنايته؛ لقد اختار عرضاً هندسياً مقتصراً واضح البرهان.

ومهما يكن من أمر، فابن الهيثم يتابع في ما بعد ويلج على أهمية المستوي المماس، ويولي عناية خاصة لصياغة قوانين الانعكاس في أكثر من مكان في كتاب المناظر، فنراه يكتب: «كل ضوء ينعكس عن سطح صقيل، فإن كل نقطة من السطح الصقيل الذي منه انعكس الضوء، ينعكس الضوء منها على خط مستقيم، يكون هو والخط المستقيم الذي عليه امتد الضوء إلى تلك النقطة، والعمود الخارج من تلك النقطة، القائم على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على تلك النقطة في سطح واحد مستو، ويكون وضع الخط الذي عليه ينعكس الضوء بالقياس إلى العمود المذكور كوضع الخط الذي عليه امتد الضوء من سطح صقيل، فإنه يحيط مع العمود الذي يخرج من تلك النقطة قائماً على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على تلك النقطة، بزاوية مساوية للزاوية التي يحيط بها الخط الأول الذي عليه امتد الضوء إلى تلك النقطة مع ذلك العمود، وتكون الخطوط الثلاثة في سطح واحد مستو قائم على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على نقطة

ويتميز هذا النص بوضوح صياغته لقانوني الانعكاس بما لا مثيل لهما من قبل، غير أن ابن الهيثم لا يأتي فيه بأمر لم يتناوله من قبله وبدقة ابن سهل في براهيته. اختلاف الأسلوب هذا، بين المهندس ابن سهل والمهندس - الفيزيائي ابن الهيثم، يستحق منا اهتماماً خاصاً، وسنعود إليه لاحقاً.

ثالثاً: الانكسار وقانون سنيلليوس

في القسم الثاني من «رسائله»، يتساءل ابن سهل عن الاشغال بالانكسار فيقوده ذلك إلى دراسة العدسات البُورِيَّة. وللإحاطة بدقة بإجابته، علينا بادئ ذي بدء، الإلمام بمعرفته الشخصية بالانكسار. ففي ضوء ما وصلنا من شهادة، استحوذ الفصل المخصص لهذا الموضوع من كتاب المناظر لبطليموس، جلَّ اهتمامه. فقد قام ابن سهل، عند قراءته المقالة الخامسة من هذا الكتاب، بصياغة «مذكرة» مقتضية حول شفافية الفلك، «مذكرة» كان ينوي ضمها إلى مناقشة أكثر إسهاباً لمجمل الكتاب الخامس هذا. فمن الطبيعي إذاً أن ننطلق من تفحص هذه «المذكرة» المرتبطة بقراءته كتاب المناظر لبطليموس، لنعود بعدها إلى «الرسالة» التي صيغت من دون شك في مرحلة لاحقة.

يهدف ابن سهل في مذكرته هذه إلى برهنة أن شفافية الفلك ليست مطلقة. فيأخذ شعاعاً قدم من نقطة F من الفلك إلى نقطة A من سطح كرة العناصر ومركزها C، لينكسر حينها باتجاه AB. حالات ثلاث يمكن تصورها تبعاً لوضعية الشعاع الساقط FA بالنسبة إلى الناطم العمودي GA وللامتداد AE لـ BA. فهو إما بينهما (الحالة ١) أو متطابقاً مع EA (الحالة ٢) أو خارجهما (الحالة ٣).

في الحالة الأولى، وبما أن زاوية الانكسار BAC أكبر من زاوية السقوط GAF، يستنتج ابن سهل أن الوسط I (أي الفلك) حيث يوجد FA، أقل شفافية من الوسط II مكان وجود AB، وبالتالي، أن شفافية الكرة السماوية ليست مطلقة (الشكل رقم ١) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

(٢٢) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توبكاي سراي، احمد III، ٣٣٩٩)، المقالة

الرابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٥، ص ١٤-١٥.

في الحالة الثانية (FA متطابقة مع EA) فإن انكسار FA باتجاه AB يعني أن الوسيطين I و II ذوا شفافية متساوية وهي شفافية الكرة السماوية.

فإذا لم يتغير الوسيط II، وإذا كان الشعاع AF، الذي يتطابق دائماً مع EA، ينكسر بحسب AD كخط مستقيم يقع بين AB والخط العمودي AC، فهذا يعني أن AF هي في وسط I' الأكثر شفافية من الوسيط II. وبالتالي أكثر شفافية من الوسيط I ولتكن i_1 زاوية السقوط في الوسيط I و i_2 زاوية الانكسار في الوسيط II. عندئذٍ، إذا كانت الشفافية في الوسيط II والزاوية i_1 بقيتا بالقيمة نفسها، بإمكاننا أن نكتب عندها: إذا انكسر FA وفق AB، يعني $i_2 = i_1$ ، يكون الوسيط I بشفافية الوسيط II نفسها.

أما إذا انكسر FA وفق AD، يعني $i_2 > i_1$ ، يكون الوسيط I' أقل شفافية من الوسيط II، وبالتالي، أقل شفافية من الوسيط I. يوجد إذاً وسط أكثر شفافية من الكرة السماوية (الشكل رقم (٢) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

أما في الحالة الثالثة (AF وراء AE) فإن انكسار AF باتجاه AB يعطي أن الوسيط I أكثر شفافية من الوسيط II. فإذا بقي الوسيط II كما هو وانكسر AF باتجاه AH، وهو المستقيم الموجود بين AB والناظم AC، ففي هذه الحالة يكون AF في وسط I' أكثر شفافية من الوسيط I (الشكل رقم (٣) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وهكذا تظهر طريقة ابن سهل في هذه المذكرة. فلتحديد النقطة F نقرأ له ما يلي: «وليكن نقطة ثابتة في وجه كوكب يخرج ضوءها على خط AB هي نقطة و في جانب خط أج الذي فيه نقطة ه لا يئنه بطليموس في المقالة الخامسة من كتاب المناظر»^(٢٣). فمن الواضح أن ابن سهل يشرح ها هنا قانون وجود الشعاعين الساقط والمنكسر في المستوي نفسه مع الناظم ووقوع كل منهما في جهة من الناظم^(٢٤). كما يطبق قاعدة أخرى مأخوذة عن بطليموس: وهي أن الزاوية

(٢٣) المصدر نفسه، ص ٥٣.

(٢٤) Claudius Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, éd. par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956), pp. 224 - 225: «Debet ergo iterum exinde, sicut in precedentibus, superficies quae transit per radium fractum, esse directa, super superficiem de qua fit fraction».

الكبرى تنم عن شفافية أكبر، أي أن الانكسار يتعلق حجماً واتجهاً بفارق الكمدة بين وسطين يعبرهما الضوء؛ إذ يبتعد الشعاع عن الناظم بانتقاله من وسط إلى آخر أقل كمدة، ويقترب منه في الحالة المعاكسة. وبعبارة أخرى، إذا ما رمزنا i_1 إلى زاوية السقوط في الوسط I و i_2 إلى زاوية الانكسار في الوسط II، كانت i_1 و i_2 حادثين؛ فإذا كانت $i_2 > i_1$ ، نستنتج أن الوسط I أقل كمدة من الوسط II^(٢٥).

حتى هنا، ما يزال ابن سهل يطبق في دراسته عن الانكسار مفاهيم سبق ووجدناها عند بطليموس^(٢٦)، إلا أن معرفة ابن سهل بالانكسار لا يقف عند هذا الحد؛ فهو لا يتخطى بطليموس فحسب بل يتبع منحى آخر. فبمجرد قراءة مذكرته هذه حول شفافية الفلك، نتنبه لما يوليه من أهمية لمفهوم «الوسط» حيث يعتمد إلى إظهار أن كل وسط - بما في ذلك الفلك - يتسم بكمدة معينة خاصة به. ولقد وعى ابن الهيثم هذه الفكرة لاحقاً، إذ كتب لدى اطلاعه على مذكرة ابن سهل هذه، أن سلفه بحث عن أن يبرهن «أن الشفيف الذي في الأجسام المشفة يمكن أن يزداد لطفاً وصفاء إلى غير نهاية، أعني أن كل شفيف في جسم مشف يمكن أن يتخيل شفيفاً أصغر منه»^(٢٧). ومهما قيل، فإن هذا الطرح من قبل رياضي كابن سهل يوضح بجلاء مفهوم الوسط الذي تحدده كمدة خاصة به.

ولكن الاكتشاف الأهم العائد لابن سهل يكمن في طرحه، في «الرسالة»، لسؤال لم يسبقه إليه أحد، وهو موضوع الإشعال بواسطة الانكسار، فهو لم يعد، حينها، يحدد الوسط بكمدته بل «بنسبة ثابتة» خاصة به. ويشكل مفهوم «النسبة الثابتة» هذه التي تميز الوسط عن غيره الحجر الأساس لدراسة الانكسار في العدسات. فهذه «النسبة»، التي يعلنها ابن سهل من دون القيام بحسابها، ليست في الواقع سوى عكس قرينة الانكسار n للوسط بالنسبة إلى الهواء. إنه حقاً قانون

(٢٥) أي، بشكل آخر: $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ حيث i_1 و i_2 هما زاويتان حادثتان، و n_1 و n_2 هما قرنتي انكسار الضوء على التوالي في الوسطين. فإذا كانت $i_1 > i_2$ صارت $i_2 > i_1$ ، وبالتالي: $n_1 < n_2$.
(٢٦) Albert Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*, vol. 52, no. 2 (1957), pp. 157-158.

نلاحظ أن ابن سهل لم يذكر في أي وقت، شعاع البصر؛ فكل ما يتكلم عنه يتعلق بقواعد الإنكسار ومفهوم كمدة الوسط، إضافة إلى قواعد من المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس.

(٢٧) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «مقال في الضوء لابن الهيثم»، وهو ترجمة ناقدة إلى الفرنسية من قبل رشدي راشد في مجلة: *التاريخ والعلوم*، المجلد ٢١ (١٩٦٨)، ص ٢١٨.

سنيلليوس للانكسار، بشكل يشابه كثيراً ما منقراً لدى سنيلليوس نفسه بعد حوالي ستة قرون. فلنعد إلى «رسالة» ابن سهل.

في مطلع دراسته للانكسار في العدسات، يأخذ ابن سهل سطحاً مستوياً GF يفصل بين البلور والهواء، ويمتد الضوء بحسب المستقيم CD في البلور، لينكسر تبعاً لـ CE في الهواء. وينشئ انطلاقاً من G ناظماً للسطح GF يلتقي مع CD في H ومع الضوء المنكسر في E (الشكل رقم (١١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

من الواضح تطبيق ابن سهل هنا للقانون السابق ذكره ومفاده وجود الشعاعين CD في البلور و CE في الهواء في المستوي نفسه مع الناظم GE لسطح البلور. وكعادته، ومن دون أدنى توضيح مفهومي، يكتب ابن سهل: «فخط ج ه أصغر من خط ج ح. ونفصل من خط ج ح خط ج ط مثل خط ج ه، ونقسم ح ط نصفين على نقطة ي، ونجعل نسبة خط ا ك إلى خط ا ب كنسبة خط ج ط إلى خط ج ي ونخرج خط ب ل على استقامة خط ا ب ونجعله مثل خط ب ك» (٢٨).

وهكذا يخلص ابن سهل في بضع جمل، إلى أن النسبة $CE/CH < 1$ ويعمد إلى استعمالها على امتداد بحثه المتعلق بالعدسات المصنعة من البلور نفسه. وهو لا يتوانى عن العودة إلى «النسبة» نفسها، مستعيداً الشكل نفسه كلما ناقش الانكسار في هذا البلور.

وليست هذه النسبة سوى عكس قرينة الانكسار، إذ لو رمزنا بـ i_1 و i_2 إلى زاويتي الناظم مع CD و CE على التوالي، لحصلنا على ما يلي:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{CG \cdot CE}{CH \cdot CG} = \frac{CE}{CH}.$$

أما ابن سهل فيأخذ النقطة I على المقطع CH بحيث يكون $CI = CE$ ، والنقطة J في وسط IH وهو ما يعطينا:

$$\frac{CI}{CH} = \frac{1}{n}.$$

وتتميز القسمة CIJH البلّور في كل عملية انكسار، وهو ما يبدو أن ابن سهل قد أدركه، ويشهد بذلك استعماله المتواصل لهذه القسمة طوال دراسته.

ويستعمل ابن سهل بادئ ذي بدء:

$$\frac{AK}{AB} = \frac{CI}{CJ} = \frac{2}{n+1};$$

ليعود بعدها إلى استعمال النسبة $\frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}$ بشكل متواصل في تنمة «دراسته». ومن ناحية أخرى، يبرهن ابن سهل، في خضم بحثه حول العدسة المستوية المحدبة والعدسة محدبة الوجهين، أن اختيار القطع الزائد لصنع هذه العدسات يتعلق بطبيعة البلور، إذ إن انحراف القطع الزائد عن مركزه هو $e = 1/n$.

وهذه النتيجة ذات الأهمية البالغة ستسمح لابن سهل بإدخال قاعدة العودة المتطابقة (الرجوع العكسي) في الانكسار، وهي قاعدة جوهرية في دراسة العدسات ذات الوجهين المحدبين، وهو ما سنراه لاحقاً.

إنه إذاً قانون سنيليلوس نفسه والشكل نفسه^(٢٩) الذي أعطاه هذا الأخير؛

(٢٩) الاطلاع على مختلف الشهادات المتعلقة بمساهمة سنيليلوس في هذا الموضوع يظهر أن صياغته تكاد لا تعدى إلا قليلاً وضوح صياغة ابن سهل، كما تتطابق المعاني وتتشابه. ففي رسالة كاليوس الشهيرة إلى قسطنطين ويكنز والمكتشفة من قبل: D. J. Korteweg, «Descartes et les manuscrits de Snellius», *Revue de métaphysique et de morale*, no. 4 (1896), pp. 491-492,

نقرأ: «Esto medii densioris terminus AB, visibile V, radius incidentiæ VR, refractus in rariore medio RO, oculi situs in puncto O. Videbitur itaque imago rei visibilis in concursu radii refracti OR continuati et perpendicularis incidentiæ; quæ sit VP et punctum concursus I. In eodem itaque medio, sc. hic densiore, radius incidentiæ verus erit VR, suusque apparens RI. Docent observata quæ ratio est VR ad RI, semper obtinere eandem inter quoscunque radios similes, ut U'R' et R'T'. Quin in ipso radio perpendiculari et irrefracto UA, ubi incidentis ipsius pars est radius apparens; neque enim res visibilis U spectata perpendiculariter suo apparet loco, sed superiore in J; atque ut UA ad AJ, ita VR se habet ad RI. Unius itaque radii obliquatione, aut perpendicularis contractione cognita, quod modis pluribus facile fieri potest cognoscetur ratio cæterorum incidentium et apparentium omnium, quæ, exempli gratia, in aqua ut 4 ad 3, in vitro ut 3 ad 2, quando sc. utrobique consistit in ære».

وكريستيان ويكنز، وهو ابن قسطنطين هذا، وقد رأى مخطوطة سنيليلوس بنفسه، يرسم تاريخ هذا القانون، فيكتب بعد كيلر: ... سنيليلوس عندما رأى ما للأمر من أهمية ظاهرة، نظراً إلى اكتشاف التلسكوب، توصل بعد عتاه كبير وبعد إجراء تجارب عديدة إلى قياس مناسب لقيمة الانكسارات، من دون أن يفهم ما وجده فهماً كافياً، لأنه وعلى سبيل المثال، عندما يأخذ المستوي AB كسطح للماء، وأن العين الموجودة في نقطة F تنظر إلى صورة النقطة D الموجودة تحت سطح الماء AB. فترى العين صورة D على المستقيم FC، بينما يتلاقى امتداد المستقيم FC مع DA في النقطة G، علماً بأن DA عمودي على سطح الماء. يؤكد سنيليلوس بعد هذا الإنشاء أن صورة الجسم D هو النقطة G الواقعة بين القطعين CD و CG بنسبة محددة هي نسبة ٤ إلى ٣ في حالة الماء. انظر: Christiaan Huygens, *Œuvres complètes* (La Haye: [s. n.], 1916),

= T. 13, Dioptrique 1653, 1666, 1685-1692), pp. 491 - 492.

فكل الشهادات متفقة على أن سنيلليوس، في المخطوطة التي صاغ فيها القانون الحامل اسمه، لم يذهب أبعد من ابن سهل. إذ يُثبت غوليوس وكذلك ويكتز وفوسيسوس، الذين اطلعوا على مخطوطة سنيلليوس، أن هذا الأخير قد عرف هذا القانون بالشكل التالي: النسبة $\frac{CH}{CE}$ كمية ثابتة.

إن وجود هذه العلاقة نفسها عند ابن سهل في القرن العاشر لا يقلب تصورنا للتاريخ فحسب، بل يقودنا إلى طرح مخالف لمسألة إعادة اكتشاف هذا القانون مرات عدة، فلنقل إنه، إلى جانب أسماء سنيلليوس وهاريو وديكارت، يجب، من الآن فصاعداً، إضافة اسم ابن سهل.

رابعاً: العدسة المستوية المحدبة والعدسة محدبة الوجهين

يوضح اكتشاف قانون الانكسار وتطبيق مبدأ الرجوع المعاكس للضوء (العودة المتطابقة) مقدار المسافة التي قطعها ابن سهل بعد بطليموس. ولقد خاض ابن سهل خضم دراسة العدسات مستنداً على هاتين الوسيلتين؛ فإذ به ينقاد ويشكل طبيعي إلى برهنة أن القطع الزائد هو منحني انكساري، وإذ به يصوغ نظرية هندسية للعدسات هي، بحسب معرفتنا، أولى النظريات في هذا المجال.

يتبدى هذا الجزء من «الرسالة»، وقد وصلنا كاملاً، بدراسة الانكسار متابعاً بإنشاء عدسة مستوية محدبة، مروراً بإنشاء ميكانيكي للقطع الزائد، وصولاً إلى دراسة للخاصة الانكسارية لهذا المنحني. ويفضل مبدأ العودة المتطابقة، ينهي ابن سهل سريعاً دراسة العدسة الزائدية محدبة الوجهين.

يهدف ابن سهل، بادئ ذي بدء، إلى إنشاء عدسة تحدث الإشعاع على مسافة معينة بواسطة أشعة متوازية. ويكون لمادتها قرينة الانكسار للبلور نفسها الذي دُرِس سابقاً.

لتكن، على خط مستقيم، النقاط A، B، K و L مُشكّلة لقسمه مشابهة

= انظر أيضاً شهادة: Isaac Vossius, *De Lucis natura et proprietate* (Amstelodami: Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios, 1662), pp. 36-38.

C. de Waard, «Le Manuscrit perdu de Snellius sur la réfraction», *Janus*, no. 39 (1935).

للقسمه CJIH، بما يعني: $\frac{AK}{AB} = \frac{CI}{CJ}$ و $BL = BK$.

لدينا إذاً: $\frac{AK}{AI} = \frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}$.

ولتكن النقطتان M على AB حيث $AM = BK$ ، و N على المستقيم العمودي من B على AB بحيث إن $LM = 4BL$. $BN \cdot BM = 4BL$. نأخذ القطع الزائد ذا الرأس B والمحور BM والضلع القائم BN. ويتولد، نتيجة دوران القوس الزائدي BS حول المستقيم AB سطح زائدي؛ وترسم S دائرة مركزها O فنحصل على جسم دوراني محدد بالسطح الزائدي وبالدائرة (O, OS) (الشكل رقم (١٢) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

نفترض أن جسماً كهذا قد صُنع من البلور ذي قرينة الانكسار n.

قضية: إن أشعة الشمس الموازية إلى OB والعابرة لهذا الجسم، تنكسر على السطح الزائدي لتتقارب في النقطة A.

وبالفعل إن كل شعاع موازٍ إلى OB يجتاز السطح (O, OS) من دون انكسار ليلاقي السطح الزائدي، إما في النقطة B، وإما في نقطة أخرى $T \neq B$.

أ - في حالة النقطة B، يبرهن ابن سهل بالخلف ما يلي:

- إن المستوي العمودي في B على OB هو مماس في B على الجسم الزائدي؛

- وحدانية المستوي المماس في B؛

- عدم تلاقي المستقيم AO للمجسم الزائدي خارج النقطة B.

فيستتج أن الشعاع القادم باتجاه OB هو عمودي على المستوي المماس في B، فلا ينكسر ويصل إلى A.

ب - في حالة النقطة $T \neq B$ (الشكل رقم (١٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، يبرهن ابن سهل ما يلي:

- يلاقي المستوي BLT سطح العدسة وفق القطع الزائد VBW ذي المحور BM

والبؤرتين A و L؛

- إن النصف TZ للزاوية ATL هو مماس في T على القطع الزائد؛

- إن المستوي الحاوي على TZ والعمودي على المستوي BLT هو مماس في T

على السطح الزائدي، وهو وحيد.

نعلم أن:

$$AT - LT = BM.$$

لتكن إذاً U' على AT بحيث إن $AU' = BM$ ؛ يكون حينها $TU' = TL$ و TZ وسيطة المقطع LU' ، فتكون حيث LU' هذه عمودية على المستوي المماس.

ليكن XT الشعاع الساقط بشكل موازٍ على الخط AL . وتوجد الخطوط المستقيمة XT ، TL ، TZ و TA في المستوي ATL ، الذي يشتمل أيضاً على الناظم في النقطة T على الجسم الزائدي؛ فيتمي الشعاع المنكسر إلى هذا المستوي أيضاً. وبما أن المستقيم XT يقطع LZ في النقطة B_2 ؛ فيكون:

$$\frac{TU'}{TB_2} = \frac{AU'}{AL} = \frac{AK}{AL};$$

ولكن طبقاً لما سبق إنشأوه فإن:

$$\frac{TU'}{TB_2} = \frac{CE}{CH}; \text{ وبالتالي: } \frac{AK}{AL} = \frac{CE}{CH}$$

وهكذا يتشابه الشكلان TZB_2U' و $CGHE$ ؛ فيكون حيث $TU'A$ هو الشعاع المنكسر للشعاع الساقط XT ، الذي يجتاز المستوي OS في B_2 من دون أي انحراف، ليلاقى سطح الجسم الزائدي في النقطة T .

إن حزمة الأمعة المتوازية على AB والساقطة على الدائرة (O, OS) تدخل من دون انحراف في العدسة لتتحول إلى حزمة أشعة متقاربة في النقطة A .

ثم يعرض ابن سهل طريقته في رسم القطع الزائد رسماً متواصلاً^(٣٠) فينتقل من القسمة (A, B, K, L) التي عرضها سابقاً ليحصل على:

$$\frac{AK}{AL} = \frac{1}{n}.$$

(٣٠) اهتم رياضيو ذلك العصر بشكل خاص بإنشاء المنحنيات المخروطية. وهكذا فقد عمد إبراهيم ابن سنان إلى إنشاء القطع الزائد بالنقاط، انطلاقاً من الدائرة، في مذكرته: «في رسم القطوع الثلاثة» في: أبو اسحق إبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحراني: «مسائل ابن السنان (حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٩٤٨)، ص ١ - ١١، والمسائل المختارة (الكويت: دار نشر سعيدان، ١٩٨٣)، ص ٤١ - ٥٠.

كما أنشأ السجزي، معاصر ابن سهل، القطع الزائد القائم، في مذكرة هامة عن الخط القارب لهذا المنحني، انظر: Rushdi Rashid, «Al-Sijzi et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des coniques d'Apollonius», *Archives internationales d'histoire des sciences*, vol. 37, no. 119 (1987).

كما كتب كل من الفوهي والسجزي مقالة عن البركار التام حيث يتناولان الرسم المتواصل للقطع الزائد. انظر: Woepcke, «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafâ», كما نعلم أن الذين أتوا بعد ابن سهل، كابن الهيثم، تناولوا هذه المسألة بالدراسة.

حيث تكون n قرينة انكسار البلور المستعمل.

لتكن M نقطة على الدائرة (A, AK) بحيث تكون الزاوية AML منفرجة،
 N نقطة على المستقيم AM بحيث إن $\angle MLN = \angle LMN$ ؛ فيكون $NM = NL$ و
 $NA - NL = AM = AK$ ؛ ويكون بذلك موضع N على القطع الزائد ذا
الرأس B والبؤرتين A و L ، وكعادته، لا يسمى ابن سهل القطع المخروطي باسمه
في هذه المرحلة. فهو يريد إنشاء القوس BN ، وهو قوس زائدي، وطريقته في
ذلك مستوحاة مما سبق وقام به بالنسبة إلى القطعين المخروطيين الآخرين.

لتكن A في وسط مقطع OP عمودي على AB بحيث إن $OP \leq AB$ و OP
 $KL \leq$ (الشكل رقم (١٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) وعلى
الخط الموازي إلى AB والممتد من O ، نسقط عمودياً L و B في U و X على التوالي
ونضع V و Q بحيث يكون $OQ = UV$ (طول كيفي)؛ ثم نضع مقطعاً آخر غير
عدد $LN > UT$ ونرسم الدائرتين (A, AO) و (B, BX) .

نضع U' على العمودي في L على LN ، بحيث يكون $LU' = LU$ ، ثم نرسم
 $O'A'$ قطعاً للدائرة (A) موازياً على LU' . وليكن $I'B_e$ عمودياً على AI' بحيث
يكون $I'B_e = OQ$ ؛ ولتكن النقاط B_e, B_c و B_e على العمودي في U' على LU' ،
بحيث يكون $OQ = U'B_e = LN$ و $U'B_c = LN$ و $U'B_d = UT$.

ثم نرفع من النقاط Q, V, B_c و B_e مقاطع متساوية وعمودية على المستوي
:ALM

$$QR = VW = B_e B_c = B_e B_f$$

فنحصل إذاً على: $AL = OU = VQ = RW = I'U' = B_e B_c = B_e B_f$.

وتكون الدائرة (N) ذات المركز N والمساوية لـ (A) مماسة في B_c على $U'B_c$ (إذ
 $NLU'B_c$ مستطيلاً فإن $AI' = LU' = NB_c$).

لنرسم PZ مماساً مشتركاً على الدائرتين (A) و (B) ، كما نرسم المقطع BgB_h
أ مشتركاً على (A) و (N) ؛

ف نجد: $AB = PZ$ و $AN = BgB_h$ و $LN = U'B_c$ و $NS = B_e B_d$.

ولنبرهن المعادلتين التاليتين:

$$\text{المعادلة (1): } B_g B_h + B_c B_d = PZ + XT$$

$$\text{بما أن: } B_g B_h + B_c B_d = AN + NS = AK + MN + NS$$

وكذلك: $MN + NS = LS = UT = LB_i$ حيث B_i تمثل الإسقاط العمودي لـ T على AB . فنستخلص أن:

$$AN + NS = B_g B_h + B_c B_d = AK + LB_i$$

$$= AK + LB + BB_i = AB + BB_i = l,$$

وكما أن لكل نقطة من نقاط القطع الزائد:

$$AN + NS = AB + BB_i \quad (31)$$

لكن $AB = PZ$ و $BB_i = XT$ وتصبح المعادلة (1) مثبتة.

من جهة أخرى، فإن $\widehat{B_h B_c} = \widehat{B_g I'}$ لأن $\triangle B_h N B_c = \triangle B_g A I'$ ، وكذلك نصف دائرة $\widehat{O' P B_g} + \widehat{B_h B_c}$.

المعادلة (2):

$$\widehat{O' B_g} + B_g B_h + \widehat{B_h B_c} + B_c B_d = PZ + \text{نصف دائرة} + XT = l + p$$

حيث p تمثل نصف محيط إحدى الدوائر.

نلاحظ أن الدائرتين (A) و (B) لا تتقاطعان، لأن $AB \geq OP$. كما نلاحظ من ناحية أخرى أن: $AN > AB$ ، وهذه ميزة خاصة بالقطع الزائد، يبرهنها ابن سهل بالخلف؛ فيحصل بالتالي على: $AN \geq OP$ ، ولا تتقاطع الدائرتان (A) و (N).

وينطلق ابن سهل من المعادلة (2) ليصمم جهازاً قادراً على رسم متواصل

(31) وبالعكس، لدينا:

$$AN + NS = AB + BB_i \rightarrow AN + NS - LS = AB + BB_i - LB_i$$

ف نحصل إذاً على: $AN - NL = AB - BL$

للقوس الزائدي BN. يتألف هذا الجهاز من قسمين كل منهما متماسك: يدور القسم الأول منه حول النقطة الثابتة A. وهو يتألف من نصف دائرة يحدها القطر OP، ومن المقطعين OQ و RQ. وهذا الأخير عمودي على المستوي LAO. أما القسم الثاني فيدور حول النقطة الثابتة L وهو مؤلف من كوس صلب LUT، ومن مقطع VW عمودي على المستوي LUT؛ $VW = QR$ و V موجودة على UT، بحيث يكون $UV = OQ$. ويتصل هذان القسمان في ما بينهما بقضيب RW، يلعب دور الساعد^(٣٢)، فيؤدي دوران القسم الثاني حول L (الشكل رقم ١٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) إلى دوران القسم الأول بزاوية مساوية حول A.

بعد ذلك يتناول ابن سهل جزءاً متحركاً يتألف من الدائرة (B) التي تلعب دور البكرة، ومن حزام مثبت في P و T يلتف حول الدائرة (B) ويكون طول دورته PZXT ثابتاً يساوي $(l + p)$ بموجب المعادلة (2).

فإذا دفعنا الدائرة (B) شرط أن يبقى الحزام مشدوداً، فإن (B) تدفع بدورها الكوس الصلب TUL، ليدور هذا الأخير حول النقطة الثابتة L ساحباً كل الجهاز التماسك، بينما يبقى القضيب RW موازياً إلى AL. وعندما تتطابق B مع N، يأخذ الكوس LUT وضع $LU'B$ ، وتأتي P إلى O'، ليأخذ الحزام بذلك وضع $O'PB_1B_2B_3B_4$ (الشكل رقم ١٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية؛ وهكذا يرسم مركز البكرة B في هذا الانتقال القوس BN.

بما أن M هي نقطة التقاء المستقيم AN بالدائرة (A, AK)، فإن $NM < NK$ وبالتالي فإن $NL < NK$. وهكذا، ففي المثلثين NBL و NBK تكون $LBN < KBN$ ، والزاوية LBN هي بالتالي حادة. أما موقع العمود الساقط B₁ من النقطة N على AB فهو إذاً على نصف المستقيم BL. يبرهن ابن سهل في ما بعد بالخلف أن المستقيم NB₁ لا يلتقي القوس BN إلا في النقطة N^(٣٣). ويدوران الشكل المحدد بالقوس BN والمقطعين BB₁ و NB₁، حول المستقيم BB₁، يتولد جسم يُفترض أن يُصنع من البلور المدروس سابقاً.

(٣٢) الساعد Bielle هو قضيب يستعمل لتحويل الحركة المتناوبة إلى حركة رحوية (الترجم).

(٣٣) البرهان بالخلف يرجع إلى الشكل رقم (١٥) من النص الأول، (انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وما إن ينتهي من الرسم التواصلي للمنحني المميز بالخاصة (2) - وهو قطع زائد - حتى ينكبّ ابن سهل على دراسة الخاصة الانكسارية من دون الالتفات لبرهنة كونه قطعاً زائداً. فيبرهن القضية التالية:

قضية: «إن أشعة الشمس الموازية لـ BB_1 والساقطة على الجانب (B_1) تعبر هذا الجانب من دون انحراف، لتسقط على السطح الزائدي (B)، فتتكسر عنده باتجاه النقطة A».

لبرهنة هذه القضية يأخذ ابن سهل على السطح الزائدي نقطة B على المحور، ومن ثم نقطة أخرى خارجه، ويدرس في كلتا الحالتين المستوي المماس ومسار شعاع الضوء.

لنبدأ بالنقطة B: القوس NBB_1 في المستوي BLN وهو قوس زائدي رأسه B (الشكل رقم ١٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ولیکن BB_1 عمودياً على BL؛ يبرهن ابن سهل بالخلف أن BB_1 هو مماس في B على القوس NBB_1 وأنه المماس الوحيد في هذه النقطة. ثم يتقل إلى المستوي العمودي على المستوي BLN، الحاوي على المستقيم BB_1 ، فيبرهن أنه مماس في النقطة B على السطح (B) وإنه المستوي المماس الوحيد في هذه النقطة.

وأخيراً يبرهن ابن سهل - بالخلف - أن المستقيم AL يلتقي مع السطح (B) إلا في النقطة B فقط.

وهكذا فإن ضوء الشمس يمتد إذاً في البلور باتجاه B_1B ، ومن ثم في الهواء باتجاه BA.

لنتقل الآن إلى النقطة C_1 مختلفة عن B (الشكل رقم ١٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). يشكل الخط BC_1 التقاء المستوي BLC_1 بالسطح (B). يبرهن ابن سهل بالخلف أن المنصف C_1C_2 للزاوية LC_1A هو مماس في C_1 لهذا الخط، وأنه المماس الوحيد (الشكل رقم ١٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

كما يبرهن أخيراً أن المستوي العمودي على المستوي ALC_1 ، والمأخوذ من المستقيم C_1C_2 ، هو مماس إلى السطح (B) في النقطة C_1 .

لتكن حالياً C_1 ملتقى AC_1 مع الدائرة (A, AK)، يلتقي المستقيم LC_1 مع

المماس في النقطة C_2 ، وهو بدوره عمودي في هذه النقطة على المستوي المماس (الشكل رقم ٢٠) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). إن الموازي المأخوذ من C_2 على AL يقطع المستوي (B_2) في C_2 ، كما يقطع المستقيم LC_1 في النقطة C_2 ؛ عندها يتجلى أن:

$$\frac{C_2 C_1}{C_2 C_2} = \frac{AC_1}{AL} = \frac{AK}{AL};$$

ولكن، استناداً على الافتراض:

$$\frac{AK}{AL} = \frac{CE}{CH},$$

نحصل على:

$$\frac{C_2 C_1}{C_2 C_2} = \frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}.$$

ومن ناحية أخرى يبرهن ابن سهل بالخلف أن C_2 هي نقطة التلاقي الوحيدة للسطح (B) مع المستقيمين $C_2 C_2$ و AC_2 (الشكل رقم ٢١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وهكذا فإن الشعاع الشمسي الموازي لـ AL ، يسقط على المستوي (B_2) في C_2 ، ويدخل في الجسم لينتشر باتجاه $C_2 C_2$ ؛ فينكسر في C_2 على السطح (B) وينتشر في الهواء باتجاه $C_2 A$. وهذه حالة كل شعاع شمسي يسقط على الجانب (B_2) .

العدسة محدبة الوجهين

ينتهي ابن سهل دراسته بإنشاء عدسة محدبة بجزئين من مجسمين زائدين دورانين حول المحور نفسه، مصنعة من البلور نفسه للعدسة السابقة. ويستعمل هنا لهذا الانشاء النتيجة التي أثبتها خلال دراسته العدسة المستوية المحدبة مفترضاً مبدأ الرجوع العكسي للضوء (العودة المتطابقة). وتظهر العدسة محدبة الوجهين المنشأة هنا وكأنها التصاق عدستين مستويتين محدبتين.

وكالسابق، يأخذ ابن سهل على خط مستقيم قسمة A, K, B, L شبيهة بالقسمة C, I, J, H ليقربها بقوس BM من قطع زائد رأسه B وبؤرتاه A و L . ثم يأخذ قسمة أخرى N, O, S, P شبيهة بالقسمة C, I, J, H ، فيقربها بقطع زائدي رأسه النقطة S وبؤرتاه N و P (الشكل رقم ٢٢) من النص الأول، انظر ملحق

الأشكال الأجنبية). فنحصل على ما يلي:

$$\frac{CI}{CH} = \frac{NO}{NP} = \frac{AK}{AL} = \frac{1}{n},$$

و n هي قرينة انكسار البلور نسبة للهواء.

إن النصف MQ للزاوية AML هو مماس على المنحني BM في النقطة M.

لتكن R على AM بحيث $MR = ML$ ، (وبالتالي $AR = AK$)؛ ولتتقي عندئذ MQ مع LR في X بزاوية قائمة، فتكون LQX هي زاوية حادة.

وكذا الأمر مع النصف UT للزاوية NUP، فهو مماس للمنحني SU، والزاوية PTU هي حادة. وهكذا فإن المستقيمين MQ و TU يتلاقيان وتكون V نقطة التقائهما.

يلتقي المنحني BM مع الخطوط المستقيمة QB و QM و TV في نقطة واحدة فقط، هي بالتوالي B و M و W. ولا يلاقي المنحني SU المستقيم TV إلا في U؛ وهو يلاقي المنحني BW في النقطة Z.

لنثبت المستقيم BS، ولنذكر حوله السطح المحدد بالقوسين BZ و ZS وبالمستقيم BS، فترسم النقطة Z الدائرة ZU؛ ونحصل على الجسم 'BZSU' ليُصنع حينذاك من البلور.

قضية: «إن الأشعة الضوئية المنبثقة من النقطة N، والساقطة على السطح ZSU' تدخل العدسة وتلتقي السطح ZBU' ومن ثم تنتشر لتتلاقى في النقطة A فتشعلها».

يبدأ ابن سهل بدراسة حالة النقطة S. إن الخط المستقيم NS يلتقي سطح الجسم المضيء في النقطة I'. فإذا بالشعاع I'S، المتشر في الهواء، يدخل هذا الجسم في النقطة S، ويتشر باتجاه SB، ليخرج من النقطة B ويتشر باتجاه BA.

ثم يواجه حالة أية نقطة O' مختلفة عن S. إن المستوي BSO' يقطع سطح الجسم باتجاه $SO'B_e$ و B_eB (إذ إن B_e هي وضعية للنقطة Z، كما أن القوس $SO'B_e$ هو وضعية للقوس SZ، أما القوس B_eB فهو وضعية للقوس ZB)؛ ولكن على افتراض أن $O'B_e$ مواز لـ BS، وليكن B_e ملتقى المستقيم NO' مع سطح الجسم المضيء. وهكذا فإن الضوء المنبثق من النقطة B_e سيتشر في الهواء

باتجاه B_eO ، فيخترق البلور في النقطة O ، ويتشعّر باتجاه $O'B_e$ ليعود ويخرج من B_e ، ثم يعود ليتشعّر باتجاه B_eA .

إذا فإن حزمة أشعة صادرة عن منبع ضوئي N تنكسر أولاً على الجانب S وتتحول إلى حزمة أشعة متوازية (أسطوانية) لتسقط بدورها على الجانب B حيث تنكسر ثانية وتتحول إلى حزمة أشعة تقارب في النقطة A .



وهكذا فإن دراسة المرايا المحرقة هي التي قادت ابن سهل ليقيم بأولى الأبحاث حول الانكساريات. فانطلاقاً من التساؤل عن الإشعاع وعلى مسافة معينة بواسطة أشعة متوازية، أو منبثقة من منبع ضوئي موجود بدوره على مسافة متناهية، لا عن طريق الانعكاس فحسب بل وبواسطة الانكسار كذلك، إذ به ينساق انسياقاً طبيعياً إلى الخوض في البحث المتعلق بالانكساريات.

لكن قوة تملكه نظرية القطوع المخروطية، والتي تشهد بها «دراسته» إضافة إلى أعمال سنحللها لاحقاً، جعلت ممكناً قيامه بأبحاثه حول انعكاس الضوء وأدت إلى ولادة هذا الفصل في العلوم.

وكما في البحث في المرايا المحرقة، نتطلق هنا من تطبيق البنى الهندسية، وخصوصاً تلك التي تقدمها نظرية القطوع المخروطية، على بعض الظواهر الضوئية للتوصل إلى الهدف التطبيقي المنشود ألا وهو: الإشعاع انطلاقاً من منبع ضوئي، بعيداً كان أم قريباً.

وفي هذا النوع من المعرفة المرتبطة بإنشاء النماذج لا يكون الاهتمام مركزاً على صياغة مفهومية للقواعد المثالية للظواهر والقوانين. فهو بالأحرى بحث عما يتضمنه من عناصر ضرورية للإجابة عن التساؤل التطبيقي. وفي هذا السياق، فإن الموضوع الجديد المتعلق بالانكساريات لا يختلف عما سبقه من دراسة للمرايا المحرقة إلا بدرجة تعقيد العناصر المستعملة ودقة البنى الرياضية المطبقة.

وهذا التشابه المعرفي بين البحث الانعكاسي في المرايا المحرقة، والانكساري في العدسات، يعيدنا إلى التأكيد أن الثاني هو امتداد للأول، مع فارق في خصائص استعمال الطرق المتعلقة بالنماذج لكلا الموضوعين.

فليس من المستغرب إذاً هذا التشابه في أسلوب المعرفة: أسلوب يرتكز على

أساس هندسي في كلتا الحالتين.

فالمبني لا يجد نفسه ملزماً بانتقاء مذهب معين حول طبيعة الضوء مثلاً، أو حول أسباب الانكسار أو الانكسار. وهذا هو واقع ابن سهل على ما يتبين لنا من خلال ما وصلنا منه من مخطوطات: ينحصر اهتمامه الأوسع في عملية الإشعاع، فإذا بدراسة بعض هندسية. فالتجربة على الرغم من وجودها الطبيعي لا تشكل مطلقاً جزءاً من البرهان نفسه. فلا يتخطى ابن سهل بذلك حدود بناء النموذج وإنشائه اللزمين لصنع العدسة، وبالتالي لتحقيق مراده بالإشعاع. فإذا به يسهم في تحسين الدراسة الهندسية وتطويرها، تاركاً للاستعمال اللاحق تفحص القيمة التطبيقية لهذا النموذج المستحدث ومدى فعاليته. . .

يوضح هذا التحليل المقتضب، فحوى اكتشاف ابن سهل وبداية علم الانكساريات، إذ إننا الآن بتنا قادرين على فهم هذا الاهتمام المتجدد بدراسة الانكسار: إنها المرة الأولى، منذ كتاب المناظر لبطليموس، التي نواكب فيها تقدماً ملموساً ومهماً في هذا المضمار.

فابن سهل، كقارئ للمؤلف الاسكندري المذكور ومحلل له في الآن معاً، كان يعلم أن الشعاعين الساقط والمنكسر يقعان في مستوي واحد مع الناطم، كل واحد في جهة منه. كما كان يعلم مبدأ الرجوع العكسي (العودة المتطابقة) للضوء. ويضيف إلى كل هذا قانون سنيلليوس، الذي توصل إلى اكتشافه بنفسه.

فلقد أدخل ابن سهل، وكما يتبين سابقاً، نسبة الشعاع المنكسر إلى المسافة ما بين الصورة ونقطة السقوط (CE/CH) طوال دراسته، كنسبة ثابتة تحدد وسطاً ما بالنسبة إلى الهواء.

لكن ابن سهل لم ينظر بالمقابل، عند دراسته العدسات، إلا إلى نوع واحد من الأشعة، ألا وهي الموازية للمحور في حالة العدسة المستوية المحدبة، أو المنطلقة من بؤرة أحد الجانبين الزائدين في حالة العدسة محدبة الوجهين؛ ليحصل بذلك وفي كلتا الحالتين على تجمع الضوء المنكسر في نقطة واحدة من المحور.

من جهة أخرى، لا يولي ابن سهل أي اهتمام بصياغة ما يركز ضمناً عليه من قوانين وقواعد فيزيائية. فغياب هذه الصياغة، وإن كان لا يسمح مطلقاً بالشك في إحاطة ابن سهل بها، ليس عرضياً: إنه نابع، كما يبدو لنا، من غياب التساؤل حول الأسباب الفيزيائية لعملية الانكسار؛ فنصوص ابن سهل لا تظهر أية

محاولة لتفسير أشكال انتشار الضوء. ويختلف الأمر تماماً عندما يعالج المسائل المتعلقة بصورة جسم ما من خلال العدسة، إذ لا يمكننا عندئذ تجنب الصعوبات المتعلقة بتسديد النظر أو بالزيغ البصري. فهذه المسائل التي لم يتعرض لها ابن سهل في «رسالته»، ستبرز لتأخذ عند خلفه ابن الهيثم حيزاً مهماً، فتقوده إلى تحديد جديد للعلاقات بين شروط الابصار، وشروط انتشار الضوء.

يشير اكتشاف «مقالة» ابن سهل هذه جملة تساؤلات حول العلاقات التي قامت بين ابن الهيثم وسلفه، إذ من المستغرب حقاً أن تبقى مساهمة كهذه، وهي فعالة في تاريخ البصريّات ورائعة في زمانها من دون وريث. كما قد لا يقل غرابة إن أتى نتاج بثورية نتاج ابن الهيثم من دون أن تمهد له أعمال عظيمة سابقة له.

يبقى علينا إذا التساؤل عن مصير هذه المعرفة في تاريخ علم الانكساريّات في مرحلة ما بعد ابن سهل، أي في انجازات ابن الهيثم في هذا المجال...

الفصل الثاني
الأبحاث الانكسارية
عند ابن الهيثم والفارسي

تفرض أعمال ابن سهل البصرية، وبصورة خاصة رسالته المحاورات إعادة سبك لمعرفتنا بعلم الانكساريات عشية مساهمة ابن الهيثم^(١) الرئيسة. إذ لم يعد جائزاً تقديم هذا الإنجاز كامتداد لكتاب المناظر لبطليموس وحده وبشكل ما في تعارض معه، إذ يرسم القادم الجديد هيكلًا جديدًا للإطار الذي من دونه يبدو تراث ابن الهيثم معزولاً في التاريخ. وباستطاعتنا منذ الآن، إدراك نتيجة لهذا الوضع الجديد، وطرح تساؤل كان متعذراً طرحه سابقاً. ففي المقام الأول تكشف لنا معرفتنا بأعمال ابن سهل مواضيع بحث درسها ابن الهيثم ولكنها غابت عن أذهان المؤرخين الذين لم يلقوا بنظرهم إلى دراساته حول الكواسر والعدسات إيماناً منهم باتتمام دراسات كهذه إلى عصر بعيد لاحق.

أما السؤال الذي يطرح نفسه حالياً، فإنه يتعلق بقانون سنيلليوس: إذ على الرغم من اكتشاف ابن سهل له، لم يأخذ به ابن الهيثم، مفضلاً العودة إلى التَّسَبُّب بين الزوايا. فلماذا اختار هذا المجدد موقفاً محافظاً حيال هذه النقطة؟

هذان الموضوعان سيكونان شغلنا الرئيسي في هذا الفصل.

من المعروف أن المقالة السابعة من كتاب المناظر لابن الهيثم مخصصة

(١) بشأن حياة ابن الهيثم وأعماله البصرية، انظر: E. Wiedemann «Ibn al-Haytham, ein Arabischer Gelehrter», *Festschrift für J. Rosenthal* (Leipzig) (1906);

مصطفى نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢-١٩٤٣)؛ Matthias Schramm, *Ibn al-Haytham's Weg zur Physik*, Boethius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften, Bd.1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), and A.I. Sabra, «Ibn al-Haytham», in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1972).

للاتكسار. ولا يمكن القيام بدراسة دقيقة كاملة للاتكساريات عند ابن الهيثم من دون إخضاع هذه المقالة لفحص مفصل يملأ مجلداً كاملاً. وقد قام مصطفى نظيف^(٢) بالجزء الأكبر منه. غير أن مشروعنا هنا أقل شمولية، إذ إننا ننوي التطرق إلى أكثر أبحاث ابن الهيثم الاتكسارية تقدماً، أي تلك التي هي في المقالة السابعة هذه أو في غيرها، وقد خصصها المؤلف للكواسر والعدسات. لذلك سنكتفي من مجمل دراسته في الاتكسار، بعرض مختصر جداً لأكثر الاستنتاجات أهمية، بغية الإحاطة بها؛ فلنذكر أولاً بها.

بادئ ذي بدء، يبرهن ابن الهيثم في المقالة السابعة هذه، بوجود الشعاعين الساقط والمنكسر، والناظم في نقطة الاتكسار، في المستوي نفسه. كما يبرهن بأن الشعاع المنكسر يقترب من الناظم إذا نفذ الضوء من وسط أقل كمدّة إلى وسط أكثر كمدّة، والعكس صحيح.

وكما رأينا سابقاً، فقد صيغ هذا القانون، عند ابن سهل وعند بطليموس كذلك على نحو معين. ولكن فجوة في الأسلوب تنشأ ما بين ابن سهل وابن الهيثم، فجوة تعود إليها لاحقاً: فلكونه هندسياً فقط، يكتفي الأول بالصياغة النظرية للقانون وتطبيقاته، بينما يعمل الثاني على التحقق منه بالتجربة؛ وفي حين يتابع الهندسي فيصل إلى قانون سنيلليوس، يكتفي الفيزيائي بالنسب بين زوايا السقوط وزوايا الانحراف، ليصوغ لها القواعد ويمتخصها بالتجربة. يحدث كل هذا وكان الضرورة التجريبية لذلك العصر تستلزم تفهقراً نظرياً، وسنعود إلى هذه الملاحظة لاحقاً. أما الآن فنذكر بهذه القواعد التي أوردها ابن الهيثم:

١ - تتغير زوايا الانحراف d بشكل مباشر مع زوايا السقوط i : فإذا كانت $i > i'$ في وسط n_1 ؛ يكون $d > d'$ في الوسط n_2 .

٢ - إذا زادت زاوية السقوط بمقدار ما، تزيد زاوية الانحراف بمقدار أقل: إذا كان $i > i'$ و $d > d'$ ، يكون معنا $i - i' < d - d'$.

٣ - تزيد زاوية الاتكسار بزيادة زاوية السقوط: فإذا كانت $i > i'$ ، نحصل على $r > r'$.

(٢) نظيف، المصدر نفسه، ص ٦٨٢ - ٨٥٦. ونظر أيضاً بشكل خاص مقدمة الجزء الثاني من:

Rushdi Rashid, *Mathématiques infinitésimales aux IX-XI^{èmes} siècles*.

٤ - إذا نفذ الضوء من وسط أقل كمةً إلى وسط أكثر كمةً، $n_1 < n_2$ ، يكون معنا $i/2 < d$ ؛ وفي الانتقال المعاكس، يكون معنا $d < (i + d)/2$ ونحصل على $2i > d$.

٥ - يستعيد ابن الهيثم القواعد التي نصّها ابن سهل في رسالته البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء ويؤكد أنه، إذا دخل الضوء انطلاقاً من وسط n_1 ، بحسب زاوية السقوط نفسها، إلى وسطين مختلفين n_2 و n_3 ، عندها تختلف زاوية الانحراف d لكل من هذين الوسطين، بحسب اختلاف الكمة. فتكون مثلاً $d_2 > d_3$ إذا كانت n_3 أشد كمةً من n_2 ، أو إذا كانت n_1 أشد كمةً من n_2 التي هي أشد كمةً من n_3 .

خلافًا لما اعتقده المؤلف عند صياغتها، ليست جميع هذه القواعد الكمية صحيحة بوجه عام^(٣). فهذا هو شأن الحالتين الثانية والرابعة. يبقى أن نذكر أنها جميعاً تصمد أمام الفحص التجريبي ضمن حدود الظروف التجريبية التي استخدمها ابن الهيثم في الأوساط الثلاثة، الهواء والماء والزجاج، وبزوايا سقوط لا تتعدى 90° .

٦- يصوغ ابن الهيثم أخيراً مبدأ الرجوع المعاكس (العودة المتطابقة) الذي عرفه أسلافه وطبقوه^(٤).

هكذا يمكن نص قواعد الانكسار كما استعملها ابن الهيثم. فلنأت الآن إلى دراساته عن الكواثر والعدسات.

(٣) Rushdi Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique», *Revue d'histoire des sciences*, no. 21 (1968), pp. 202-204.

اقرأ على صفحة ٢٠٣، ٦٤٨ بدلاً من ٦٤٨، وعلى ص ٢٠٤، $\sin r$ بدلاً من $\sin 2$.

(٤) وبالفعل وجدنا هذا المبدأ عند ابن سهل وعند بطليموس قبله، انظر: Claudius Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, éd. par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956), pp. 242-243, et Albert Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*, vol. 52, no. 2 (1957), p. 158.

أما بالنسبة إلى ابن سهل فإنه يستعمل في أبحاثه، كدراسته في المدة محبة الوجوهين مثلاً، هذا المبدأ الموجود في المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس والذي تخصصه بنفسه.

أولاً: الكاسر الكروي

يعالج ابن الهيثم الكاسر الكروي في المقالة السابعة من مؤلفه كتاب المناظر. ونلاحظ أولاً أن هذه الدراسة تندمج في الفصل المخصص لمسألة الصورة، وليست بالتالي مستقلة هنا عن مسألة الرؤية. يميز ابن الهيثم حالتين، بحسب موضع النبع، وهو نقطة ضوئية على مسافة متناهية، تكون إما من الجهة المقفرة أو من الجهة المحدبة لسطح الكاسر الكروي.

لتفحص هذين الوضعين تبعاً، بدءاً بالحالة التي يأتي فيها الضوء المنكسر من نقطة B موجودة في الوسط الأكثر كمدّة، نحو نقطة A، موجودة في الوسط الأقل كمدّة، ويكون تحدّب الكرة لجهة A.

لتكن G مركز الكرة. يذكر ابن الهيثم أن انكسار شعاع منطلق من B وينكسر نحو A، يحتم وجود النقاط A، B و G في مستوٍ متعامد مع السطح الكروي. فإذا كانت النقاط A، B و G موجودة على الخط المستقيم نفسه، فكل مستو يمر في AB يفي بشروط المسألة؛ أما إذا كانت غير ذلك، فإنها تحدد مستوياً قطعياً، وبالتالي متعامداً مع السطح الكروي.

يتفحص ابن الهيثم، تبعاً، حالتين تبعاً لانتماء النقطتين A و B إلى القطر نفسه أو عدم انتمائهما له. لنفترض أولاً أن A و B هما على القطر CD نفسه. يبرهن حينذاك ابن الهيثم أن BC وحده ينفذ إلى A من دون أن ينكسر؛ وعندما تكون B على [C, D]، فإنها لا ترى إلا من النقطة C باتجاه BCA. ولإثبات هذه النتيجة، يعرض الحالات التالية:

إذا كانت $B = G$ ، فكل شعاع منطلق من B هو عمودي على الكرة ولا ينكسر؛ وشعاع BC وحده يمتد إلى العين A.

إذا انتمت B إلى [G, C]، ينكسر أي شعاع BE مبتعداً عن الناظم باتجاه EO ولا يمر في A (الشكل رقم (١) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

إذا انتمت B إلى [D, G]، عندها لا ينكسر BE نحو النقطة A. لبرهان هذه الحالة، يفترض ابن الهيثم أن BE ينكسر في E طبقاً لـ EA؛ فتكون زاوية الانحراف $d = \angle KEA$ في هذه الحالة تكون زاوية خارجية للمثلث EBA، وتكون بالتالي

$\angle KEA > \angle KBG$. لكن $GE > GB$ ، أي ان: $\angle EBG > \angle EBG$ ، حيث
 ان: $\angle KEA > \angle BEG$ ؛ وهذا يعني أن $d > i$ ؛ حيث ان: $\angle IEA = r = d +$ ؛
 $i > 2i$ ؛ وهذه النتيجة هي، بنظر ابن الهيثم، مستحيلة، إذ برأيه أن $d < i$ كما
 أشار سابقاً. نذكر مجدداً أن هذه النتيجة ليست عامة، ولكنها صحيحة بالنسبة إلى
 وسطي ابن الهيثم الهواء- الزجاج، حيث $n = 3/2$.

لنأت الآن إلى الحالة الثانية عندما لا تكون A و B على القطر نفسه. يأخذ
 ابن الهيثم B داخل الكرة (الشكل رقم (٢) من النص الخامس، انظر ملحق
 الأشكال الأجنبية). في هذه الحالة، يكون المستوي DAB قطعياً؛ إذا انكسر شعاع
 منطلق من B فاتجه نحو A، يكون بالضرورة في هذا المستوي.

يعمل ابن الهيثم على برهان أنه إذا انكسر شعاع BE واتجه نحو A يكون
 وحيداً. قبل أن نعلق على هذا التأكيد لئلا نعد برهان ابن الهيثم.

لنفترض وجود شعاع آخر BM ينكسر في M مختلفة عن E ويتجه نحو A.
 يقطع الشعاع GE الشعاع BM في S. لتكن H و N على امتداد BE و BM على
 التوالي؛ ويكون معنا إذا:

$$\begin{aligned} \angle BEG &= \angle HEI = i, \quad \angle HEA = d, \quad \angle GEA = \pi - r, \quad \angle BEA = \pi - d. \\ \angle BMG &= \angle NML = i_1, \quad \angle NMA = d_1, \quad \angle GMA = \pi - r_1, \\ \angle BMA &= \pi - d_1. \end{aligned}$$

لنأخذ المثلثين BEA و BMA،

إذا $i = i_1$ ، عندئذ $d = d_1$ ، وبالتالي $\angle BEA = \angle BMA$ ، وهذا مستحيل؛

وإذا $i < i_1$ ، عندئذ $d < d_1$ ، وبالتالي $\angle BEA > \angle BMA$ ، وهذا
 مستحيل^(٥)؛

(٥) يفترض البرهان بأن تكون النقطتان E و M من الجهة نفسها بالنسبة إلى المستقيم BA؛ يقطع BM
 عندئذ EA في R:

$$\begin{aligned} \angle BEA &= \angle BRA - \angle EBR \\ \angle BMA &= \angle BRA + \angle MAE \\ \text{فتكون إذا: } \angle BEA &< \angle BMA \end{aligned}$$

وإذا كانت $i_1 > i$ ، عندئذٍ $\Delta HEI > \Delta NML$ أو $\Delta GEB > \Delta GMB$ ،
ولذلك $\Delta MGE > \Delta MBE$ ، إذ لدينا في المثلثين BES و MGS :

$$\Delta MGE - \Delta MBE = \Delta GEB - \Delta GMB$$

$$\text{أو } \Delta GMB + \Delta MGE = \Delta GEB + \Delta MBE$$

لذلك: $\Delta MGE = \widehat{EM}$ و $\Delta MBE = 1/2 (\widehat{EM} + \widehat{PO})$ ^(٦).

فإذا كانت $\Delta MGE > \Delta MBE$ ، يصبح $\widehat{2EM} > \widehat{EM} + \widehat{OP}$

$$\text{و } \Delta MGE - \Delta MBE = 1/2 (\widehat{EM} - \widehat{PO}) < 1/2 (\widehat{EM} + \widehat{PO})$$

ونحصل حيثئذ على:

$$\Delta GEB - \Delta GMB < \Delta MBE \text{ و } \Delta MGE - \Delta MBE < \Delta MBE < \Delta MGE$$

إذاً يكون معنا: $\Delta HEI - \Delta NML < \Delta MBE$ أي $(i - i_1 < \Delta MBE)$

لذلك $\Delta HEA - \Delta NMA < \Delta MBE$ لأن $(d - d_1 < i - i_1)$ ^(٧).

$$\text{وبالتالي: } \Delta AMB - \Delta AEB = (\pi - d_1) - (\pi - d) = d - d_1 < \Delta MBE$$

وهذا أمر مستحيل لأن: $\Delta AMB - \Delta AEB = \Delta EMB + \Delta EBM$

ويخلص إلى أنه لا يوجد شعاع غير BE ينطلق من B ويتكسر نحو A .

(٦) يفترض هنا النقطة B في داخل الدائرة. أثبت ابن الهيثم البرهنة المتعلقة بالزوايا الداخلية والخارجية للدائرة. انظر المقالة السابعة من: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توبكابي سراي، أحد III، ٢٣٩٩)، المقالة السابعة: استانبول، فاتح، ٣٢٦١، ص ٥٧٥ - ٥٧٧.

(٧) لقد برهنا أن هذه التباينة غير مثبتة لجميع السقوطات. انظر: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique», pp. 202-203.

تكون زاوية السقوط i إذاً لكل قرينة انكسار $n < 1$ ، بحيث:

$$i < \arcsin \sqrt{\frac{4n^2 - 1}{3}}$$

هذا يعطي للحالة التي نبحثها هنا:

$$(n = \frac{2}{3}) i < \arcsin \sqrt{\frac{7}{27}}$$

$$i < i_0 = 30^\circ 36' 32''.$$

$$i'_0 \sim \arcsin n.$$

$$n = \frac{2}{3}, i'_0 = 41^\circ 48'$$

$$i < 30^\circ 36' 32''.$$

$$30^\circ 36' 32'' < i < 41^\circ 48'.$$

أي أنها مشروطة بـ:

والحال أن زاوية الحد التي تقابل الشعاع المنكسر والمماس للكرة هي:

فيكون معنا في حال:

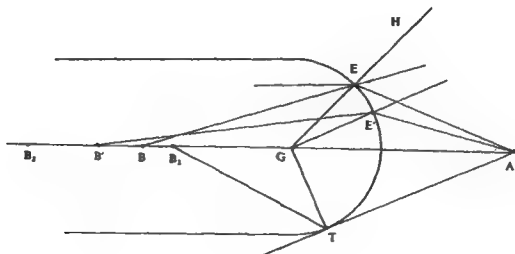
نفترض قاعدة ابن الهيثم:

ولكنها لا تعتبر المجال:

وهذه النتيجة ليست هي الأخرى صحيحة بوجه عام، بل تصحح للنقاط الواقعة على مقطع $[B_1, B_2]$ من المستقيم $AD^{(A)}$. لنأخذ كابن الهيثم حالة الزجاج، $n > 1$ ؛ ولنفرض $GA = l$ ، α_1 زاوية شعاع عماس للكورة (الشكل رقم (٢ - ١)). لدينا $l > R$ ولتكن $\alpha = \angle GAE$ زاوية الشعاع AE ، لدينا $(0 < \alpha < \alpha_1)$ و $\sin \alpha_1 = R/l$. وترتبط الزاويتان α و i التي تساوي الزاوية AEH بالعلاقة:

$$\frac{l}{\sin i} = \frac{R}{\sin \alpha};$$

الشكل رقم (٢ - ١)



(A) انظر: المصدر نفسه، ص ٨٠ - ٨١، والملاحظة الإضافية التالية.

في المثلث AEG معنا $i < \alpha$.

لنفترض: $GB = y$ و $\angle EBG = \beta$ و $\angle GEB = \gamma$ و $r = \angle GEB$ و $\omega = i - \alpha$ ؛ أي لدينا في المثلث EGB:

$$\frac{y}{\sin r} = \frac{R}{\sin \beta},$$

ونحصل بذلك على:

$$y = \frac{R \sin i}{n \sin \beta} = \frac{R \sin i}{n \sin (i - r - \alpha)} = \frac{R \sin i}{n \sin (d - \alpha)} = \frac{R \sin i}{n \sin (\omega - r)}.$$

إذا مالت i نحو $\frac{\pi}{2}$ ، تميل α نحو $\frac{R}{l}$ ، $\alpha_1 = \arcsin \frac{R}{l}$ ، وتميل ω نحو $\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$ وتميل r نحو $r_1 = \arcsin \frac{l}{n}$ ، وأخيراً تميل y نحو:

$$y_1 = \frac{R}{n \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - r_1 \right)} = \frac{R}{n \cos (\alpha_1 + r_1)}.$$

أما إذا مالت i نحو الصفر، فيكون معنا $\alpha \cong \frac{Ri}{l}$ ، $r \cong \frac{i}{n}$ ، و $y \cong \frac{Ri}{n \left(i - \frac{i}{n} - \frac{Ri}{l} \right)}$

وبالنتيجة تميل y نحو $y_2 = \frac{R}{n - 1 - \frac{nR}{l}}$.

يسمى ابن الهيثم في الواقع إلى تفحص اتجاه تغير GB بالنسبة إلى ω ، لدينا:

$$\frac{EB}{GB} = \frac{\sin \omega}{\sin r} \quad \text{و} \quad \frac{AE}{GA} = \frac{\sin \omega}{\sin i}$$

وبذلك تكون الكمية $\frac{EB}{GB} \cdot \frac{GA}{AE} = \frac{\sin i}{\sin r} = n$ ثابتة.

إذا زاد القوس $\omega = CE$ ، يزيد الطول AE ، وبالتالي تنقص $\frac{GA}{AE}$ وتزيد الكمية $\frac{EB}{GB}$. ولكن:

$$EB^2 = R^2 + GB^2 + 2R \cdot GB \cos \omega$$

وهكذا فقيمة $\frac{EB^2}{GB^2}$ تزيد مع زيادة ω ، ولكن، بما أن $\cos \omega$ ينقص حينها، فيزيد بالضرورة (R/GB) ؛ وزيادة ω تستتبع بالتالي تناقص GB .

القيمتان القصويتان للزاوية ω هما صفر و ω_1 بحيث تكون $\omega_1 = \arccos R$ ،
 ١، وتقابلهما القيمتان y_1 و y_2 اللتان تثبتان طرفي المجال $[B_1, B_2]$.

لنشر إلى أن الدالة $y = f(\omega)$ هي دالة وحيدة التغير؛ لذا تقابل كل نقطة من
 المقطع $[B_1, B_2]$ ، نقطة وحيدة E بحيث ينكسر BE تبعاً لـ EA.

يبدو أن ابن الهيثم استعمل هذه الخاصة، بالذات، في دراسة الكاسر
 الكروي من دون أن يعين المجال $[B_1, B_2]$.

غير أننا نستطيع أن نبرهن أن مجموعة النقاط B على المستقيم CD، حيث
 يوجد شعاع وحيد BE قابل للانكسار نحو A، تشكل مقطعاً $[B_1, B_2]$ من هذا
 المستقيم. يقابل الطرف B_1 زاوية السقوط $i = 90^\circ$ ، وفي هذه الحالة يكون
 المستقيم AE مماساً للكرة في T. ويقابل الطرف B_2 زاوية السقوط $i = 0$ ونحصل
 عليها عندما يميل القوس CE نحو الصفر. إذاً تنقص المسافة GB عندما تبتعد E
 عن C. فعندما ترسم E القوس CT من C إلى T، ترسم B المقطع $[B_2, B_1]$ ، من B_1
 إلى B_2 ، مقتربة بالتالي من G. وبالعكس، تقابل كل نقطة من هذا المقطع، نقطة E
 وحيدة بحيث ينكسر BE نحو A^(٩). ولكن لا يقابل النقطة B، الموجودة على AG
 أبعد من B_1 ، أية نقطة E. إذاً انكسر الآن شعاعان BE و B'E' ليمرا في A، فإنهما
 يتقاطعان في M التي يمكن أن تكون داخل الكرة أو عليها أو في خارجها. يقرن
 بنقطة الالتقاء M هذه نقطتان متميزتان E و E' تعطيان انكساراً نحو A، مما يوضح
 أن استنتاج ابن الهيثم المتعلق بنقطة B داخل الكرة غير دقيق. ومن المدهش، من
 جهة أخرى أن دراسة ابن الهيثم هذه، وأكثر من ذلك الحلول التي حصل عليها
 في دراسته الكرة المحرقة، ولا سيما تلك التي تمسّ وضع نقطة الانكسار
 الثانية^(١٠)، لم توح مطلقاً إليه بإعادة النظر في هذا الاستنتاج على الأقل في
 الكتابات التي وصلت إلينا.

من جهة أخرى، فإن استنتاج ابن الهيثم القائل بوجود نقطة وحيدة E مقابل
 كل نقطة B بحيث إن BE ينكسر نحو A ليس عاماً، فهو خلافاً لما يؤكد، لا يصح
 إلا للنقاط B المنتمية إلى المقطع $[B_1, B_2]$ من المستقيم AD. ويبدو بوضوح أن ابن

(٩) بالفعل يبرهن ابن الهيثم أنه إذا انكسر شعاع BE مراراً في A يكون هذا الشعاع وحيداً، ولكنه لا
 يبرهن في المقابل، أنه لكل نقطة محددة B، قرين مثل هذا الشعاع.

Rashid, Ibid., pp. 75 - 76.

(١٠) انظر:

انظر كذلك: القضية ٥ من الكرة المحرقة.

الهيثم قد لمس هذه الصعوبة في دراسة لاحقة. فهو يعود إلى دراسة النقاط B من المستقيم AD التي تقابل أقواساً CE قريبة من الصفر، ليقول بأن النقطة الواحدة A تقترن بنقاط عديدة، مقترباً بذلك من مقولة الزينج الكروي بالنسبة إلى النقطة A. ثم يؤكد فعلاً: «فيكون على خط د ب نقط كثيرة تمتد صورها إلى قوس ج ه وتنعطف إلى نقطة آ»^(١١).

بعد دراسة الكاسر مباشرة، تأتي دراسة الصورة التي يعطيها هذا الكاسر بحسب ظروف الحالة الأولى. ويرهن ابن الهيثم عندئذ، أنه إذا انكسر الشعاع BE واتجه نحو A فلنقاط BE المختلفة صور مختلفة. ويمكن إيجاز ذلك كالآتي: إذا كان GB موازياً لـ EA، تكون صورة B في اللانهاية على EA، وإلا فيكون في نقاط مثل K أو U (الشكل رقم ٣) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ولنشر أيضاً إلى أن بحثه الهندسي لنقطة التقاء الشعاع المنكسر EA بالشعاع GB وهو الناظم على الكرة، هو صحيح، على عكس النتائج الفيزيائية المستخلصة منه. ويرجع الخطأ كما يشرحه مصطفى نظيف إلى أن: «ابن الهيثم يعتبر موضع الخيال على العمود الواقع من النقطة البصرة على السطح عند نقطة التقاء المنعكس إلى البصر أو المنعطف إليه بالعمود المذكور. وليس هذا صحيحاً إلا في الانعكاس عن السطوح المستوية. أما في الانعكاس عن غيرها من السطوح أو في الانعطف، سواء عند السطوح المستوية أو غير المستوية، فلا يصح إلا إذا كانت نقاط السقوط قريبة جداً من مسقط العمود الخارج من مركز البصر، قائماً على السطح»^(١٢). وقد وجه الانتقاد نفسه لابن الهيثم قبل ستة قرون من قبل كمال الدين الفارسي^(١٣).

وعلى الرغم من عدم الدقة هذه، تبقى لهذه الدراسة أهمية خاصة، إذ إنها الأولى عن الكاسر الكروي، وقد تناولت انتشار الضوء داخل الكاسر بقدر ما تناولت الصورة وموضعها.

(١١) انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر، للمقالة السابعة (استانبول، سليمان، فاتح، ١٣١٦)، ص ٨٥.

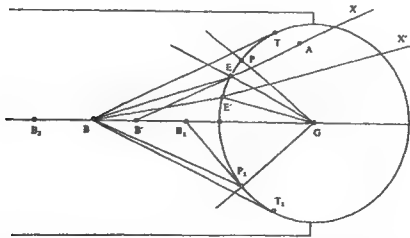
(١٢) نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ص ٧٨١.

(١٣) يصف الفارسي، في معرض تحقيقه على كتاب المناظر لابن الهيثم، تجربة للبرهان بأن الصورة الفيزيائية لا تطابق الشروط الهندسية. انظر: كمال الدين الفارسي، تنقيح المناظر للذي الأبصار والبصائر (الهند: باتنا، خودا - بخش، ٢٤٥٥ و ٢٤٥٦؛ متحف مهرابا منسج جابور، وراذا، رامبور، ١٣٨٧ و ١٤٤٤؛ إيران، اسطغان قلنس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران، سبسالار، ٥٥١ و ٥٥٢، وروسيا، كييف)، ج ٢، ص ١٧٢.

تناولت الحالة الثانية من دراسة الكاسر وجود المنبع الضوئي B في وسط كامد، والعين في وسط أقل كمدّة، والكرة محدبة من جهة المنبع (الشكل رقم ٥) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

معالجة ابن الهيثم لهذه الحالة تشابه معالجته للحالة السابقة؛ لذا سنكتفي بإيجازها. يأخذ ابن الهيثم، أولاً، A و B على القطر نفسه ويبرهن أن الشعاع المنتشر وفق هذا القطر هو الوحيد الذي يتجه نحو A من دون انكسار. ثم يعتبر الحالة حيث B و A ليستا على القطر نفسه (الشكلان رقما ٦) و (٧) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية؛ لكن بما أن المنبع B هو في وسط أكثر كمدّة، فلزاوية السقوط حد أقصى، والشعاع BE لا ينكسر إلا إذا كانت $i_1 < i$ ، حيث i_1 هي زاوية الحد: $\sin i_1 = 1/n$ (إذا كانت $n = 3/2$ أصبحت $i_1 = 41^\circ$). ولا تتمكن من الانكسار إلا الأشعة الساقطة على القوس PDP₁. وهو قوس أصغر من القوس TT₁ يحدّه المماسان الممدودان من B.

الشكل رقم (٢ - ٢)



ما من شعاع ينكسر نحو القطر. كما نبرهن أن شعاعين EX و EX' لا يتقاطعان أبداً داخل الكرة. فإذا كانت A داخل الكرة، أو على وجه أعم في الوسط الأشف، استحال وجود شعاعين منكسرين مازين بـ A، فإن مرّ شعاع واحد على الأكثر.

لذلك لا يوجد أكثر من نقطة واحدة E بحيث ينكسر الشعاع BE باتجاه EA. هذه هي إذاً دراسات الكاسر الكروي التي نجدّها في كتاب المناظر لابن الهيثم. ومن الممكن إضافة حالة تطرّق إليها بشكل غير مباشر في «رسالته» عن الكرة المحرقة، وهي حالة سقوط أشعة متوازية على وسط أكثر كمدّة. أما حالة

سقوط أشعة متوازية على وسط أقل كمدّة فهي لا تدخل في هذه الرسالة.

ثانياً: العدسة الكروية

بعد دراسة الكاسر الكروي يعرض ابن الهيثم لكرة البلّور الشفافة والمتجانسة، أو العدسة الكروية مهتماً بشكل خاص بصورة الجسم التي تعطيها هذه العدسة. غير أنه يكتفي بتفحص حالة واحدة، تكون فيها العين والجسم على القطر نفسه، أي أنه بعبارة أخرى يدرس الصورة الناجمة من خلال عدسة كروية لجسم وُضع في موضع خاص على القطر الذي يمر بالعين. وسنرسم هنا الخطوط العامة لعرض ابن الهيثم^(١٤).

يذكرنا مسعى ابن الهيثم بالمسعى الذي سلكه ابن سهل في دراسته عدسة محدبة الوجهين تُنشأ بدوران القطع الزائد. يأخذ ابن الهيثم كاسرين كلا على حدة، ويطبق النتائج التي حصل عليها قبلاً. فالكاسر ذو الرأس B يعطي الحالة الأولى التي سبق تفحصها؛ ينطلق إذاً من نتائجه في الزيغ الكروي، فيأخذ مقطعاً HL ويدرس انكسار الشعاعين HC و LI نحو A (الشكل رقم ١) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). إذاً ينطلق من كل نقطة من المقطع HL شعاع واحد فقط ينكسر في نقطة من القوس CI ويتجه نحو A. ونذكر هنا أن ابن الهيثم لم يبرهن في هذه الحالة، أن الشعاعين HC و LI هما متقاطعان.

يلتقي الشعاعان HC و LI بالكاسر ذي الرأس D على التوالي في M و N. فالشعاع IN في داخل الكرة ينشأ إذاً من شعاع NO أكثر بعداً عن الناظم EN، وينشأ الشعاع CM من شعاع MK. وينطلق إذاً من كل نقطة من المقطع KO شعاع يخضع لانكسارين، الأول على القوس MN، والثاني على القوس CI، ومن ثم يصل إلى النقطة A.

يولد دوران كل من هذين القوسين حول AD حزاماً كروياً. وكل شعاع منطلق من نقطة من الجسم KO وساقط على الحزام الناجم من القوس MN، يخضع للانكسار، أولاً على هذا الحزام، ومن ثم على الحزام الناجم من القوس IC لينتهي بـ A. إن الأشعة المنطلقة من K والساقطة على الدائرة التي ترسمها M، تنكسر

(١٤) نشير مع ذلك إلى أن ابن الهيثم قد خصص فصلاً كاملاً لدراسة صورة جسم مرئي بالانكسار على سطح كروي، جسم عمودي أو غير عمودي على القطر الذي يمر بالعين. انظر: ابن الهيثم، كتاب المناظر، المقالة السابعة، ص ١١٧، وما بعدها. انظر أيضاً: نظيف، المصدر نفسه، ص ٨١٢ وما بعدها.

بالفعل، أولاً نحو نقطة من الدائرة التي ترسمها C، ومن ثم تنكسر مرة ثانية نحو النقطة A. نحصل على نتيجة مشابهة مع نقط KO، فصورة المقطع KO هي إذا النقطة A. وترى العين، إذا كانت في A، المقطع KO على شكل حلقة، لأن الأشعة النافذة إلى العين هي بين المخروط المتولد من المستقيم AC والمخروط المتولد من المستقيم AI (الشكل رقم (٢) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ثم يذكر ابن الهيثم التجربة التالية: لتأخذ كجسم كرة من الشمع، صغيرة جداً ومطلية بالأسود؛ وكعدسة كرة من الزجاج أو البلّور تكون كرويتها أفضل ما يمكن؛ ونضع العين على مستقيم مركزيّ هاتين الكرتين. يرى الناظر إلى الكرة في وضع معين حلقة سوداء. وإذا اقتضى الأمر يقرب أو يبعد الكرة كي يحصل على هذا الوضع.

يتفحص ابن الهيثم بعد ذلك ما ينتج إذا أبدلت الكرة الشفافة بأسطوانة دليتها دائرية BCD، ورسماتها عمودية على المستوي BCD. فلا ترى العين حينذاك المقطع KO على شكل حلقة، بل على شكل مقطعين منفصلين.

ولنلاحظ هنا أن ابن الهيثم، في دراسته العدسة الكروية، يستعمل الزيف الكروي لنقطة على مسافة متناهية في حالة الكاسر، كي يدرس صورة مقطع هو جزء من المقطع الذي يحدده الزيف الكروي.

ثالثاً: الكرة المحرقة

بعد أبحاثه في كتاب المناظر عن الكاسر والعدسة الكروية يعود ابن الهيثم إلى الكرة المحرقة في رسالة قام الفارسي (المتوفى ٧١٨هـ/١٣١٩م) بالتعليق عليها، وكان تعليقه هذا هو المصدر الوحيد لتعرّف مؤرخي البصريّات العصريين عليها^(١٥). ولحسن الحظ، غالباً ما ينقل الفارسي نقلاً حرفياً أفكار ابن الهيثم، ليعطي بعده تفسيره الخاص، حيث يعمل، كما سنرى لاحقاً، على دفع البحث الانكساري نحو مزيد من الدقة. فلم يكن عمل الفارسي مقتصرأ على التعليق

E. Wiedemann, «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die (١٥) Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitam und Kamāl al-Dīn al-Fārisi,» *Sitzungsberichte der Physikalische - Medizinischen Sozietät in Erlangen*, Bd. 13, (1910), and Matthias Schramm, «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages,» *History of Science*, vol. 4 (1965).

بالمعنى المؤلف للكلمة، بل نراه يتصرف في مجمل مناقشته أعمال ابن الهيثم كأفضل من فهم طريقة العالم، وعرف كيفية استعمالها ليدفع قدماً إلى الأمام بعض فصول البصريات: كقوس قزح والهالة مثلاً^(١٦).

ويتفق الجميع على اعتبار رسالة ابن الهيثم هذه كإحدى قمم البحث البصري الكلاسيكي. وهي تمننا هنا لأكثر من غرض. فهو يستعيد فيها، وبدقة أكبر، بعض نتائجه السابقة للعدسة الكروية. كما يعود إلى مسألة الإحراق بواسطة العدسة، وهو ما يسمح لنا بمتابعة تطور فكر ابن الهيثم حول العدسة الكروية، وذلك بتفحصنا كيفية عودته إلى مسألة الإحراق بالانكسار، وهي المسألة التي سبق لابن سهل أن طرحها. يبدأ ابن الهيثم في هذه الرسالة بإدخال مقدمات عدة، اثنتين منها غاية في الأهمية.

مقدمة أولى: إن زاوية الانحراف في الزجاج أصغر من نصف زاوية السقوط وأكبر من ربعها.

هذه القضية مستقاة، كما يذكر ابن الهيثم، من المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس. فمع القرينة $n = 3/2$ تكون زاوية الانحراف: $i/4 < d < i/2$.

وفي حين أن الجزء الأول من هذه المتبينة صحيح لجميع زوايا السقوط، فليس الجزء الثاني صحيحاً دائماً^(١٧).

(١٦) Rushdi Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, no. 4 (1970).

(١٧) معنا: $\sin i = n \sin r$ و $d + r = i$
 $d < \frac{i}{2} \Leftrightarrow r > \frac{i}{2} \Leftrightarrow \sin r > \sin \frac{i}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{n} \sin i > \sin \frac{i}{2}$ نستنتج:
 $\frac{2}{n} \cos \frac{i}{2} > 1$ أو $2 \cos \frac{i}{2} > n$ لذلك:

نعلم أن: $0 < i < \frac{\pi}{2}$ لذلك $0 < 2 \cos \frac{i}{2} < \sqrt{2}$.

إذا $n \leq \sqrt{2}$ تكون المتبينة $d < \frac{i}{2}$ صحيحة لكل $i \in]0, \frac{\pi}{2}[$

إذا $n > \sqrt{2}$ تكون المتبينة، $\sqrt{2} < n < \frac{i}{2}$ صحيحة لكل $0 < i < i_0$ حيث i_0 توافق $\frac{i_0}{2} = \frac{n}{2}$

إذا $n > 2$ فلا يصح $d < \frac{i}{2}$ مهما كانت قيمة زاوية السقوط i .

مقدمة ثانية: ليكن α و β قوسين من دائرة، بحيث $\alpha > \beta$:

$$\alpha_1 < \frac{\pi}{2} \text{ ومعنا } \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = k < 1 \text{ حيث } \beta = \beta_1 + \beta_2 \text{ و } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\text{(لذلك } \alpha_2 < \frac{\pi}{2} \text{ و } \beta_2 < \frac{\pi}{2} \text{)}$$

$$(1) \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} > \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \quad \text{عندئذ:}$$

لنتظر كيف يصوغ ابن الهيثم نفسه هذه المقدمة:

«كل دائرة يخرج فيها وتران متوازيان يفصلان من الدائرة قوسين تكون أعظمهما ليست بأعظم من نصف دائرة، ونفرض على أصغر القوسين نقطة كيفما اتفق، ويخرج من النقطة عمود على الوترين، فإن نسبة جميع العمود إلى ما يفصل منه في القوس الصغرى أعظم من نسبة ما يفصل من القوس العظمى إلى ما يفصل من القوس الصغرى، وإن نسبة ما يفصل من القوس العظمى إلى ما يفصل منها بين الوترين أعظم من نسبة العمود إلى ما يفصل منه في ما بين الوترين»^(١٨).

انطلاقاً من هاتين المقدمتين ومن قواعد الانكسار، يدرس ابن الهيثم انتشار حزمة من الأشعة المتوازية الساقطة على كرة من الزجاج أو من البلور. فلنتنظر إلى طريقة عمله.

يبرهن ابن الهيثم، في قضية أولى أن جميع الأشعة المتوازية والساقطة بالزاوية نفسها على كرة شفافة، تتقارب بعد انكسارين في النقطة نفسها على القطر الموازي لمنحى هذه الأشعة. هذه النقطة هي البؤرة الخاصة بزاوية السقوط هذه. وعليه يتفحص شعاعاً موازياً للقطر AC، يسقط في M على الكرة ويلتقي بعد انكساره الأول بالكرة في B وبالمستقيم AC في K، لينكسر بعدها ثانية في B، فيلاقي المستقيم AC في S التي هي البؤرة الخاصة بالسقوط في S والتي تنتمي إلى المقطع [CK] حيث K هي نقطة تلاقي BM مع AD (الشكل رقم ١) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ونسجل هنا أن ابن الهيثم، في رسالته هذه كما في كتاباته الأخرى، لم يدرس في الكاسر الكروي حالة الأشعة المتوازية.

(١٨) انظر الملاحظات الإضافية على النص السابع: «الكرة المحرقة» في آخر الكتاب.

ويبرهن في قضية ثانية أن الانحراف الكلي يساوي ضعف أحد الانحرافين:
 $D = 2d$. ومرد ذلك أن الزاوية GSD التي تقابل الانحراف الكلي هي كالتالي:

$$\angle BSD = \angle BON = \angle 2 OMB = 2d.$$

انطلاقاً من المقدمتين السابقتين، يبين ابن الهيثم، بالخلف، بأن الحصول على نقطة S من القطر محددة وراء C، لا يتم إلا انطلاقاً من نقطة واحدة M، أي أن S تقابل زاوية سقوط واحدة.

يبين في قضية ثالثة أن نقطتين منفصلتين S و S' تقابلان زاويتي سقوط مختلفتين i و i' (الشكل رقم (٣) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ثم يتوصل، في قضية رابعة، إلى النتيجة التالية:

إذا كانت $i > i'$ ، تكون النقطتان S و S' بحيث $CS' < CS$ ؛ فمع زيادة i تصغر المسافة CS. وبالتالي، تقابل كل نقطة S معينة زاوية سقوط واحدة (الشكل رقم (٤) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

يأخذ ابن الهيثم، بعد هذا في تحديد طرفي المقطع الذي تقع عليه النقاط S. فيدرس، لهذا الغرض، مواضع النقطة B - نقطة الانكسار الثاني - عندما تتغير زاوية السقوط. إنها، بحسب معلوماتنا، الدراسة المتأنيئة الأولى في مجال الزيف الكروي لأشعة متوازية ساقطة على كرة والتي تتعرض لانكسارين.

يلجأ ابن الهيثم، في هذه الدراسة، إلى معطيات كتاب المناظر لبطليموس ولا سيما $i = 40^\circ$ و $i = 50^\circ$ ؛ ويستنتج بأن الشعاعين المنكسرين BK - للزاوية الأولى و B'K - للثانية - يسقطان في النقطة K نفسها، بحيث يكون القوس $CK = 10^\circ$. ثم ينكسر الشعاع BK نحو النقطة N بحيث تكون النقاط N، K و L على خط مستقيم (الشكل رقم (٥) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لا يحدد ابن الهيثم موضع النقطة N' المقرونة بـ $i = 40^\circ$ ؛ بل يكتفي بإثبات N مختلفة عن N'. ثم يبرهن:

- يقابل كل نقطة O ذات قوس $AO > 50^\circ$ ، ($i > 50^\circ$)، شعاع منكسر OU - O بين K و C - ونقطة S بين N و C حيث $CS < CN$

- ويقابل كل نقطة F قوسها $AF < 40^\circ$ شعاع منكسر FJ - J بين K و C - ونقطة S وراء N' حيث $CS > CN'$.

لنعتبر القوس $AM = i$ ، $0 < i < \frac{\pi}{2}$ ؛ يكون معنا :

$$\text{arc BC} = i - 2d = 2r - i = \phi(i);$$

نحصل ، من جهة أخرى ، من القانون $n \sin r = \sin i$ على $\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r}$ وبالتالي : $\frac{d\phi}{di} = \frac{2 \cos i}{n \cos r} - 1$ ويكون معنا بذلك :

$$\frac{d\phi}{di} = 0 \Leftrightarrow 2 \cos i = n \cos r \Leftrightarrow 4 \cos^2 i = n^2 \cos^2 r \Leftrightarrow 4(1 - \sin^2 i) = n^2 - \sin^2 i \Leftrightarrow \sin^2 i = \frac{4 - n^2}{3}.$$

لنفترض أن $n = \frac{3}{2}$ ، نحصل على $\sin^2 i = \frac{7}{12}$ و $\sin i \cong 0,76376$ لذلك $\frac{d\phi}{di} = 0$ لأن $i = i_0 \cong 49^\circ 48' \cong 50^\circ$.

نبرهن أيضاً أن $\frac{d\phi}{di} > 0$ للزوايا $i_0 < i$ ، وأن الدالة ϕ تبلغ قيمة عظمى في $2r_0 - i_0 = \widehat{CB}_0 \cong 11^\circ$ وأيضاً $r_0 \cong 30^\circ 42'$ نجد عندئذ $i = i_0 \cong 49^\circ 48' 36'$.

وكذلك في حال $i = 50^\circ$ ، و $r = 30^\circ 43'$ ، نحصل على :

$$2r - i = 11^\circ 26' = \widehat{CK}$$

وفي حال $i = 40^\circ$ ، و $r = 25^\circ 22'$ ، نحصل على :

$$2r - i = 10^\circ 44' = \widehat{CK}'$$

غير أن هاتين النتيجتين مختلفان اختلافاً ملموساً عن نتيجتي ابن الهيثم السابق ذكرهما $\widehat{CK} = \widehat{CK}' = 10^\circ$.

لنأت الآن إلى دراسة حدود \widehat{CB} . نصادف الحالات التالية :

١ - في حال i قريبة من الصفر يكون i/n ، وعليه : $\widehat{CB} \cong i(2/n - 1)$ ، وبالتالي إذا أخذنا $n = 3/2$ يكون معنا $\widehat{CB} \cong i/3$. إذا اقتربت i من الصفر إيجاباً ، تقترب \widehat{CB} من الصفر إيجاباً ، وتكون B عندئذ قريبة من C ولكن فوقها .

٢ - إذا مالت i إلى $\frac{\pi}{2}$ ، تميل $\sin i$ إلى 1 ، وتميل r إلى r_1 حيث $\sin r_1 = 1/n$ ، وبالتالي في حال $n = 3/2$ ، يكون $\sin r = 2/3$ و $r \cong 41^\circ 48'$ ، و \widehat{CB} تميل إلى \widehat{CB}_1 .

حيث $24' - 6^\circ \cong 90^\circ - 83^\circ 36' \cong \widehat{CB}_1$ ؛ إذا $\widehat{CB}_1 < 0$ و B_1 هي تحت النقطة C.

نلاحظ كذلك أن $\widehat{CB} = 0$ عندما تكون $i = 2r$ ؛ حيث إن:

$$2r = i \Leftrightarrow \sin 2r = \sin i \Leftrightarrow \frac{2}{n} \sin i \cos r = \sin i,$$

لذلك: $\sin i = 0$ أو $\cos r = n/2 = 0,75$ أو $r = r_1 \cong 41^\circ$ أو $i = 0$.40'

تقابل الزاويتان $r = r_1 \cong 41^\circ 40'$ و $i_1 = 2r_1 = 83^\circ 20'$ في حال $90^\circ < i < 83^\circ 20'$ ؛ يكون القوس \widehat{CB} سلبياً وينقص من الصفر إلى $24' - 6^\circ$.

تقع إذا الأشعة المنكسرة MB، والمقابلة لزاويا السقوط $90^\circ \leq i < 83^\circ 20'$ ، في نقطة من القوس CB_1 ، إنها تنكسر مبتعدة عن الناظم فلا تعطي أية نقطة S.

وهذا يبطل تأكيد ابن الهيثم بأن النقطة B في حال $i > 50^\circ$ ، تكون بين K و C، لأن النقطة B، كما رأينا يمكن أن تأخذ موضعاً تحت C.

يبقى أن نناقش المواضع النهائية للنقطة S التي شغلت ابن الهيثم بشكل خاص. لقد رأينا عند دراسة الكاسر أن:

$$DM' = \frac{R \sin i}{n \sin d},$$

وأن DM' تنقص عندما تزيد i من صفر إلى 90° . ففي حال $n = 3/2$ ، يكون $DM'_0 = \lim_{i \rightarrow 0} DM' = 2R$ و $DM'_1 = \lim_{i \rightarrow \pi/2} DM' = 2R/\sqrt{5} \cong 0,89R$ ؛ و M'_1 هي داخل الدائرة.

انطلاقاً من الملاحظة السابقة، وفي حال $i_1 \cong 83^\circ 20'$ ، تكون النقطة B في C وكذلك M' . إذا في حال $90^\circ < i < i_1$ ، تكون M' داخل الدائرة، على المقطع CM'_1 .

لندرس الآن DS مع افتراض $0 < i < i_1$. تكون حينها M' خارج الدائرة، بين M'_0 و C. من جهة أخرى نحصل في المثلث BSD على:

$$DS = \frac{R \sin i}{\sin 2d},$$

$$DS = DM' \frac{n}{2 \cos d} \quad \text{لذلك}$$

لتفحص إذا اتجاه تغير DS على $[0, i_1]$. فلنفرض لذلك:

$$f(i) = \frac{\sin i}{\sin 2d},$$

$$DS = R f(i) \quad \text{وعليه:}$$

فيكون لدينا بعد إجراء الحساب:

$$(1) f'(i) = \frac{2 \sin i}{n \sin^2 2d} (n \cos r - \cos i) \left(\cos d \cdot \cos i - \frac{\cos 2d}{\cos r} \right)$$

على $[0, i_1]$ معنا $\sin i > 0$ و $(n \cos r - \cos i)^{(14)} > 0$ من جهة أخرى،
من دراسة القوس CB نرى أن $\widehat{CB} > 0$ في هذا المجال؛ يكون إذا $2d < i$ ،
وبالتالي $\cos 2d > \cos i$.

لكن $\frac{\cos 2d}{\cos r} > \cos i \cos d$ و $\cos i > \cos i \cos d$ لذلك $\frac{\cos 2d}{\cos r} > \cos i \cos d$ ،
فنستنتج أن $f'(i) < 0$ على المجال المذكور. من ناحية ثانية، في حال مالت i نحو
صفر، تميل r و d نحو صفر؛ وعليه فإن:

$$\sin i \cong i, \sin r \cong r \cong i/n, \sin 2d \cong 2d \cong 2i(1 - 1/n),$$

$$d \cong i - r \cong i(1 - 1/n).$$

يصبح معنا:

$$DS \rightarrow DS_0 = \frac{Rn}{2(n-1)} \quad \text{فإذا} \quad DS = \frac{R \sin i}{\sin 2d} \cong \frac{iR}{2d}$$

$$n = \frac{3}{2}, \quad DS_0 = \frac{3R}{2}.$$

في الحالة $i = i_1$ تكون $i = 2r$ و $\cos r = n/2$ ؛ معنا $d = r$ ، وبالتالي:

$$DS = DS_1 = R \quad \text{يصبح لدينا: } i = 2d$$

إذا $i \rightarrow i_1$ ، عندئذ $DS \rightarrow DS_1 = R$ وتكون S_1 إذا في C.

نستطيع من جهة أخرى إيجاد نهايات DS انطلاقاً من نهايات DM' ، لأن:

$$DS = \frac{n \cdot DM'}{2 \cos d}$$

(14) هذه التباينة تقابل $n > 1$ وهذا صحيح في حالة الهواء - الزجاج.

وهذه خلاصة النتائج:

i	0	$i_0 = 49^\circ 48'$	$i_1 = 83^\circ 20'$	90°
CB	0	$11^\circ 36'$	0	$- 6^\circ 24'$
DM	2R		R	0,89R
DS	3/2R		R	le point S n'existe pas

خلافًا لما اعتقده ابن الهيثم، إن نهائي S ليستا إذاً النقطتين C و V. فقد رأينا أن كبراً من الصفر حتى 90° ، يحول SD من $DS_0 = 3R/2$ إلى $DS_1 = R$ ، وتكون S_1 في C مع القرينة $n = 3/2$ ، وترسم S حينها المقطع S_0C ذا الطول $R/2$.

تبدي هذه المقارنة بجلاء أن ما تحويه دراسة ابن الهيثم من نتائج غير دقيقة لا يقلل من أهمية الأسس المفهومية المطبقة على تفاصيل ظاهرة التركيز البؤري للضوء المنتشر بحسب مسارات موازية لقطر الكرة. ويعود ذلك على ما يبدو، إلى الطابع التقريبي للقيم العددية المحتفظ بها، وكذلك في استعماله نسب الزوايا عوضاً عن قانون سنيلليوس. غير أن الزيف الكروي لهذا الصنف من الأشعة بات منذئذ معروفاً. وعلى الرغم من ريبته من القيم العددية فتش ابن الهيثم عن وصف كمي فعمل على تحديد مجال النقاط S، مكتفياً باستعمال قيمتي الانكسار المقابلتين لزاويتي السقوط 40° و 50° ، اللتين اقتبسهما من كتاب المناظر لبطليموس. فضلاً عن ذلك، ينطوي عرض ابن الهيثم للانكسار، في مذكرته هذه حول الكرة المحرقة، كذلك في الفصل السابع من كتاب المناظر أو في مقالات أخرى، على بعض التناقض: ففي الوقت الذي يصرف فيه عناية كبرى على اختراع أجهزة تجريبية جد متقنة بالنسبة إلى عصره، قادرة على تحديد القيم العددية، فيقوم باستكشافها وتركيبها ووصفها، نراه غالباً ما يتجنب إعطاء هذه القيم. فإذا ما اضطر إلى ذلك، كالحالة هذه، فإنه يستعملها بإيجاز ويتحفظ.

وقد يرتبط هذا الموقف، الذي لاحظته شرام^(٢٠)، بسببين على الأقل. يتعلق

Schramm, «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages», p. 81.

الأول بنمط الممارسة العلمية نفسه: إذ يبدو أن الوصف الكمي لم يكن بعد معياراً إجبارياً. أما الثاني وهو مرتبط، من دون شك، بالأول، فيتعلق بمقدرة الأجهزة التجريبية التي لا تستطيع أن تعطي إلا قيماً تقريبية؛ وبهذه الصفة استخدم ابن الهيثم القيم العددية المكتسبة من كتاب المناظر لبطليموس. وسيعود الفارسي لاحقاً إلى هذا البحث الكمي ليفيه حقه وامتداده، دافعاً بذلك مشروع سلفه إلى التمام.

رابعاً: الكرة المحرقة ودراسة الفارسي الكمية

في تعليقه على الكرة المحرقة لابن الهيثم، يركز الفارسي بشكل خاص على الدراسة الكمية التي بدأها الأول. والنص الذي يخصه لهذا الموضوع يعتبر عند المؤرخين أحد أكثر النصوص تأثيراً في تاريخ البصريات، إذ لا نجد فيه إحدى أكثر الدراسات البصرية توسعاً في تلك الحقبة فحسب، بل نجد فيه أيضاً بعض التمثيلات الدالية قبل تطور نظرية الدوال. يبتدىء هذا القسم بمقولات حول العلاقات بين زوايا السقوط والانحراف والانكسار، وحول فروقات من المنزلة الأولى. وتُبتعها المؤلف بجدول، يتفحص فيه القيم العددية لهذه المقادير في حال زوايا السقوط الواقعة بين $0^\circ 59'$ و $89^\circ 59'$ من خمس درجات إلى خمس آخر مذكراً بأنه استعان، في هذا الحساب، بطريقة بارعة، على شاكلة طريقة «قوس الخلاف». وكانت معلوماتنا عن هذه الطريقة مقتصرة على اسمها، وكنا نحاول تحديدها انطلاقاً من القيم العددية المعطاة في هذا الجدول بالذات. وهكذا إلى أن اكتشفنا حاشية في إحدى مخطوطات «تعليق» الفارسي، وهي على الأرجح للمؤلف نفسه، تفسر هذه الطريقة الاستكشافية المستعارة، كما يوحي اسمها، من علم الفلك. وأضحى بإمكاننا اليوم، فهم «تعليق» الفارسي هذا، من دون اللجوء إلى أي تخمين.

رأينا ابن الهيثم وقد أثبت أن سقوط الشعاع IM بزواية i وانكساره تبعاً لـ MB يعطي قوساً $CB = 2r - i = i - 2d$ ، وانطلاقاً من قيم لبطليموس، يجد ابن الهيثم في حالتي $i = 40^\circ$ و $i = 50^\circ$ أن $\widehat{CK} = 10^\circ = 2r - i$ ، فيحصل على النقطة K نفسها في كلتا الحالتين. غير أننا نحصل مع $n = 3/2$:

في حال:

$$i = 40^\circ, 2r - i \cong 10^\circ 44',$$

وفي حال:

$$i = 50^\circ, 2r - i \cong 11^\circ 26'.$$

وإذا فرضنا:

$$(1) \widehat{CB} = 2r - i = r - d = \phi(i),$$

نرى للدالة ϕ قيمة عظمى عند زاوية السقوط $i = i_0 = 49^\circ 48'$.

ما هي الأسباب التي دفعت ابن الهيثم لاعتماد النقطة K نفسها لزاويتي السقوط 40° و 50° ؟ أو يكون قد اعتمد قيم بطليموس العددية من دون إعادة لقياسها؟ أم أن الوسائل التجريبية التي بحوزته منعت من بلوغ دقة أكبر؟

لقد أشرنا أيضاً إلى أن ابن الهيثم لم يدرس موضع النقطة B في حالة i بين 40° و 50° ، أي سلوك الدالة ϕ على هذا المجال. وفي هذه النقطة بالذات تدخل الفارسي ليدقق في هذه التغيرات لكل من d و r وبالتالي للقوس CB.

يبدأ الفارسي بدراسة الفرق من المنزلة الأولى: $\Delta(2r - i) = \Delta r - \Delta d$ ليستتج وجود زاوية «الفصل»، كما سماها ما بين 40° و 50° ، بحيث:

إذا كانت $i_0 < i + \Delta i < i$ يكون $\Delta r > \Delta d$ والفرق $\Delta r - \Delta d$ يتناقض ويميل إلى الصفر عندما تميل i إلى i_0 .

وإذا أخذنا: $i_0 < i < i + \Delta i$ فيكون $\Delta r < \Delta d$ وتزيد $\Delta d - \Delta r$ مع زيادة i. يكون معنا إذاً:

$$\Delta(r - d) = \Delta(2r - i) > 0 \text{ في الحالة الأولى،}$$

$$\text{و } \Delta(r - d) < 0 \text{ في الحالة الثانية.}$$

وهذا ما يبين وجود قيمة عظمى عند القيمة i_0 لزاوية السقوط.

بعد صياغته لهذه النتائج، يجهز الفارسي جدولاً ويتفحص قيم Δr ، r ، d و Δd تبعاً لتغير i ثم يقسم الجدول إلى قسمين، حسبما تكون $i_0 < i$ أو $i_0 > i$. ونلاحظ فعلاً، أن نتائج الفارسي تتطابق مع نتائج بطليموس بالنسبة إلى قيم زوايا السقوط المأخوذة من 10° إلى 10° ابتداءً من 40° إلى 90° ، وتغيب هذه المطابقة للزوايا التي هي دون 40° . وللإحاطة بأسباب هذا التباين، لا بد من العودة إلى طريقة الفارسي المطبقة في إنشاء هذا الجدول، والتي يصفها نفسه بـ «الدقيقة».

هدف الفارسي الواضح هو حساب d للزوايا i المتغيرة من خمس درجات إلى خمس درجات، من الصفر وحتى 90° ، وبشكل أعم، للزوايا التي تتغير من درجة إلى درجة على هذا المجال نفسه. غير أنه أخضع هذا الحساب لإلزامين: الأول هو

الانطلاق من معطيات بطليموس لـ $i = 40^\circ$ و $i = 50^\circ$ ، تماماً كما فعل ابن الهيثم، والثاني هو تطبيق المتباينة $i/4 < d < i/2$ المدرجة عند هذا الأخير.

يعطينا هذان الإلزامان مجموعة أولى من القيم:

$$i \cong 0^\circ \quad \frac{d}{i} \cong \frac{1}{4} = 0^\circ 15'$$

$$i = 40^\circ \quad \frac{d}{i} = \frac{3}{8} = 0^\circ 22' 30''$$

$$i = 50^\circ \quad \frac{d}{i} = \frac{2}{5} = 0^\circ 24'$$

$$i \cong 90^\circ \quad \frac{d}{i} \cong \frac{1}{2} = 0^\circ 30'.$$

بعدها يقسم الفارسي المجال $[0^\circ, 90^\circ]$ إلى ١٨ مجالاً صغيراً، يوزعها على مجموعات ثلاث: ٨ مجالات من صفر إلى 4° ، مجالين من 4° إلى 50° و ٨ مجالات من 50° إلى 90° . فيكون متوسط زيادة d/i على ١٨ مجالاً هو:

$$\Delta(d/i) = 1/4: 18 = 0^\circ 0' 50''$$

غير أنه في حال:

$$i \in [0^\circ, 40^\circ], \quad \Delta \left(\frac{d}{i} \right) = 56'' 15'''$$

$$i \in [40^\circ, 50^\circ], \quad \Delta \left(\frac{d}{i} \right) = 45''$$

$$i \in [50^\circ, 90^\circ], \quad \Delta \left(\frac{d}{i} \right) = 45''.$$

ولتجنب حدوث قفزات كبيرة في تتالي الزيادات على مجالات 5° ، كان من الضروري إجراء تصحيح ما. لكن الفارسي عرف بأن كل تصحيح على $\Delta(d/i)$ بين 4° و 9° يغير قيمة d عندما تكون $i = 50^\circ$ والتي هي إحدى المعطيات. لذلك قرّر الاحتفاظ بـ $\Delta(d/i)$ ثابتة على المجال $[40^\circ, 90^\circ]$ ، أي $\Delta(d/i) = \Delta_0 = 45''$ ، وإجراء تصحيح على $[0^\circ, 40^\circ]$ مقداره $\Delta(d/i) - \Delta_0 = 11'' 15'''$ مما يعطي للمجالات الثمانية الفرق $1' 30''$. يفترض الفارسي أن $\Delta(d/i)$ تنقص بشكل منتظم بكمية $\Delta_2 = \Delta[\Delta(d/i)]$ في المجال الواحد، لتصل إلى $\Delta_0 = 45''$ في المجال التاسع. ونتيجة لذلك: $\Delta_2 = 1' 30'' = (1 + 2 + \dots + 8) \Delta_2 = 36 \Delta_2 = 1' 30''$ و $\Delta_2 = 2'' 30'''$.

وهكذا يحصل الفارسي على زيادات مصححة على المجالات الثمانية الأولى. وانطلاقاً من هذه الزيادات المصححة ومن الزيادات الثابتة على المجالات العشرة

التالية بحسب النسب d/i ، حيث i هي من أضعاف الزاوية 5° ؛ ليستتج منها حساب قيم d المدرجة في الجدول. نشير إلى أن حساب d للزاويتين $i = 15^\circ$ و $i = 35^\circ$ يعطي على التوالي $d = 4^\circ 31' 52'' 30'''$ و $d = 12^\circ 39' 47'' 30'''$ ، ويرفعها الفارسي إلى القيمة الأعلى. وكما رأينا، تتمفصل طريقة الفارسي كالتالي:

فهو يفترض أن:

$$1. \Delta\left(\frac{d}{i}\right) \text{ ثابتة على المجال } [40^\circ, 90^\circ].$$

$$2. \Delta\left(\Delta\left(\frac{d}{i}\right)\right) \text{ ثابتة على المجال } [0^\circ, 40^\circ].$$

ومن البديهي أن تقود هذه الطريقة إلى دالة لـ $\frac{d}{i}$ بوصفها تابعاً لـ i . وبالتالي:

١ - على المجال $[40^\circ, 90^\circ]$ يكون معنا، في حال كانت i من أضعاف 5°

$$k = \frac{i - 40}{5} \text{ حيث إن } \frac{d}{i} = \left(\frac{d}{i}\right)_0 + k \Delta_0$$

$$\frac{d}{i} = 22' 30'' + k \cdot 45'' = \frac{3}{8} + \frac{i - 4}{5} \cdot \frac{1}{80}$$

$$\therefore d = \frac{i^2 + 110i}{400} \quad \text{و} \quad \frac{d}{i} = \frac{i + 110}{400}$$

نتعرّف إذاً في هذه الحالة إلى القانون الذي أعطاه كيبلر (Kepler)، والذي كان كامناً في لوائح بطليموس التي عاد إليها فيتليون^(٢١) (Vitellion)، والذي يسمح بإعادة تركيب جدول قيم بطليموس بكاملها لقيم الزوايا i من 10° إلى 90° . كما يعطي قيم d للزوايا i التي تتغير من 5° إلى 90° في جدول الفارسي، ولكن على المجال $[40^\circ, 90^\circ]$ فقط.

٢ - تكون $\Delta_2 = 2^\circ 30''$ ، على المجال $[0^\circ, 40^\circ]$ ثابتة، وباعتبار $\Delta_{40}^{50} = 45''$ تصبح قيم Δ_{i-5}^i كالتالي:

$$\Delta_2 = 2^\circ 30'' = \frac{25}{3600} \text{ حيث إن } k = \frac{45 - i}{5} \text{ و } \Delta_{i-5}^i\left(\frac{d}{i}\right) = 45'' + k \cdot \Delta_2$$

$$\Delta_{i-5}^i\left(\frac{d}{i}\right) = \frac{1}{80} + \frac{45 - i}{7200} = \frac{135 - i}{7200}$$

(٢١) المصدر نفسه، ص ٧٥ وما بعدها.

ويكون معنا بالتالي إذا كانت i من أضعاف 5° :

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \Delta_0^5 + \Delta_5^{10} + \dots + \Delta_{i-5}^i.$$

نفترض أن $i = 5x$ حيث $x \in \{1, 2, \dots, 8\}$

$$، \Delta_{i-5}^i = \frac{135}{7200} - \frac{5x}{7200} : \text{وبذلك نحصل على:}$$

ونستج إذا:

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \frac{135x}{7200} - \frac{5}{7200} (1 + 2 + \dots + x)$$

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \frac{135x}{7200} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5x(x+1)}{7200}$$

$$\frac{d}{i} = \frac{18000 + 265i - i^2}{72000} .$$

من الواضح إذا أن طريقة الفارسي تركز على مقارنة الدالة $d/i = \phi(i)$ بدالة أفينية على المجال $[40^\circ, 90^\circ]$ ، وبدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية على المجال $[0^\circ, 40^\circ]$ ، وهو ما يسمح بالتعبير عن d بدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية في الحالة الأولى، ومن الدرجة الثالثة في الحالة الثانية. وتصبح عندئذ، عملية الحساب أكثر بساطة:

(١) في حال:

$$i \in [40^\circ, 90^\circ], \quad \frac{d}{i} = ai + b, \quad d = ai^2 + bi.$$

$$، 15 = 1600a + 40b \quad \text{حيث} \quad d = 15^\circ, \quad i = 40^\circ$$

$$. 20 = 2500a + 50b \quad \text{حيث} \quad d = 20^\circ, \quad i = 50^\circ$$

فنتج أن:

$$b = \frac{11}{40} \quad , \quad a = \frac{1}{400}$$

وبالتالي:

$$d = \frac{110i + i^2}{400}.$$

(٢) في حال :

$$i \in [0^\circ, 45^\circ],$$

يمكننا إدراج المجال $[40^\circ, 45^\circ]$ في الحالة الثانية أو في الحالة الأولى على السواء وفقاً لمنهج الفارسي من أجل تصحيح المجالات :

$$\frac{d}{i} = ai^2 + bi + c, \quad d = ai^3 + bi^2 + ci;$$

في حال :

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} \quad i = 0^\circ$$

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{8} \quad i = 40^\circ$$

$$\left(\frac{d}{i} = \frac{110 + i}{400} \text{ : محسوبة على أساس} \right) \quad \frac{d}{i} = \frac{31}{80} \quad i = 45^\circ$$

ومنه المنظومة :

$$\frac{3}{8} = 1600a + 40b + \frac{1}{4},$$

$$\frac{31}{80} = 2025a + 45b + \frac{1}{4},$$

والتي تكتب :

$$40a + b = \frac{1}{320},$$

$$45a + b = \frac{11}{3600};$$

ومنها نحصل على :

$$b = \frac{53}{4 \cdot 3600} \quad \text{و} \quad a = -\frac{1}{20 \cdot 3600}$$

$$. d = \frac{-i^3 + 265i^2 + 18000i}{72000} \text{ : وكذلك على}$$

تسمح هذه المعادلات، كما وعد الفارسي، بحساب قيمة d التقريبية عندما تتغير i من درجة إلى درجة، أو إلى أية قيمة لزاوية السقوط i . كما أشار إلى إمكانية الحصول على هذه القيم باستعمال الاستكمال الخطي على كل واحد من المجالات

المؤلفة من $\Delta i = 5^\circ$ والمحددة في جدولته.

لنحسب، على سبيل المثال، d للزاوية $i = 12^\circ$ بهاتين الطريقتين:

إننا نحصل بواسطة المعادلة على:

$$d = \frac{-12^3 + 12^2 \cdot 265 + 12 \cdot 18000}{72000} = 3 + \frac{253}{500} = 3^\circ 30' 22''.$$

ونحصل بالاستكمال الخطي على:

$$d_{10} = 2^\circ 51' 15'' , \quad d_{15} = 4^\circ 31' 53'' , \quad \Delta d = 1^\circ 40' 38'',$$

$$\Delta_{12} = d_{10} + \frac{2}{5} \Delta d = 2^\circ 51' 15'' + 40' 14'' = 3^\circ 31' 29''.$$

تختلف هاتان النتيجةتان، كما نلاحظ، بدقة واحدة تقريباً.

ونلاحظ أن الفارسي، خلافاً لما قد يظنه بعضهم^(٢٢)، أنه لا يدخل في عرضه الفروق من المنزلة الثانية للزوايا $40^\circ < i < 90^\circ$ ، أي Δ_2 ، والفروق من المنزلة الثالثة للزوايا $0^\circ < i < 40^\circ$ ، أي $\Delta_3 = \Delta(\Delta_2)$ ؛ إذ لا تستوجب الطريقة، التي أتينا على عرضها، إطلاقاً تدخل هذه القيم. إضافة إلى أنه من البديهي أن تقودنا دالتان من الدرجتين الثانية والثالثة، الأولى إلى Δ_2 ثابتة، والثانية إلى Δ_3 ثابتة أيضاً. ونجد لاحقاً من جهة أخرى، طريقة الاستكمال هذه نفسها بالمنزلة الثانية، تحت الاسم نفسه في «زيج الخاقاني» للكاشي، ويبدو أن أصلها يعود إلى القرن العاشر عند الخازن^(٢٣).

يظهر التحليل السابق بدقة، ماهية طريقة الفارسي، من خلال إيضاح هدف مؤلفها. فهذا الفيزيائي، الذي كان من علماء الجبر ونظرية الأعداد كما أظهرت الدراسات الحديثة^(٢٤)، كان يبحث عن خوارزمية تترجم الارتباط الدالي بين زوايا

(٢٢) أعطى Schramm هذا الاقتراح في: المصدر نفسه، ص ٨٢ - ٨٤.

(٢٣) انظر للملاحظات الإضافية في آخر الكتاب.

(٢٤) لقد أثبتنا وحللنا مساهمة الفارسي الرئيسية في نظرية الأعداد (١٩٨٢ - ١٩٨٤). كما أن

م. موالدي، أثبت وحلّل رسالته المهمة في الجبر في: M. Mawaldi, «L'Algèbre de Kamāl al-Dīn al-Fārisī, analyse mathématique et étude historique.» (Thèse de doctorat non publiée, Paris III, 1988), 3 tomes.

السقوط وزوايا الانحراف، كي يستنتج بالتالي قيم الانحراف لأي سقوط كان بين وسطين محددين. يقسم الفارسي، كما رأينا، المجال $[0^\circ, 90^\circ]$ إلى مجالين أصغر، حيث يقارب الدالة $f(i) = d/i$ بدالة أفينية على $[40^\circ, 90^\circ]$ ، وبدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية على المجال $[0^\circ, 40^\circ]$. ثم يصل بالتالي، بين الاستكمالين، فارصاً على الفرق الأول أن يكون نفسه في النقطة $i = 40^\circ$ ، أو بعبارة أخرى يفرض على المنحنيين أن يكونا تماسين في هذه النقطة؛ فإذا فتشنا عن المشتقين بدل استعمال طريقة المؤلف في البحث عن الفروقات المتناهية للدالتين اللتين تولفان الخوارزمية، لوجدنا، على التوالي، $14400/37$ و $14800/37$ ؛ وفي هذا إثبات استدلالى لمقدار دقة حساب الفارسي.

وهكذا فإن طريقة كهذه لا تتطابق مع طريقة بطليموس، ولا مع طريقة عالم غبري متملك من قانون سنيلليوس. وتتشابه من دون شك طريقتي الفارسي و بطليموس لكون كل منهما مستوحاة من علم الفلك؛ غير أن طريقة الفارسي، خلافاً لعلم الفلك القديم، لا تقتصر على تحويل متسلسلة من قيم عديدة ناتجة من الملاحظة^(٢٥) إلى متوالية حسابية؛ بل هي طريقة أدق رياضياً، ارتكزت في النهاية على ملاحظتين فقط لزاويتي السقوط 40° و 50° ، ومستعارتين من بطليموس عبر ابن الهيثم وعلى تقديرين لـ d/i ، هما $1/4$ جوار الصفر و $1/2$ في جوار 90° . وبغية تحديد المنزلة الثانية للفرق على المجال $[0^\circ, 40^\circ]$ ، يستعمل الفارسي خوارزميته المتعلقة بالمجال $[40^\circ, 90^\circ]$ ليحسب المنزلة الأولى للفرق على $[0^\circ, 40^\circ]$. وهكذا، فانطلاقاً من قيمتين تجريبيتين، يطبق خوارزميته ليحصل على كل القيم غير المقاسة التي يرى أن على الحساب التنبؤ، وبدقة كبيرة، بها. وهكذا فإن جدول الفارسي لا يهدف إلى تدوين نتائج الملاحظة، الخام أو المصححة، بل تكمن وظيفته في إعطاء نتائج يسمح الحساب الجبري بالحصول عليها انطلاقاً من قيمتين تجريبيتين. فالحساب الجبري ليس إذأ أداة بحث كمي دقيق فحسب، بل إنه، بالنسبة إلى الفارسي، ذو قدرة استكشافية، في جزء هو أكثر أجزاء البصريات الهندسية فيزيائية.

غير أن هذه الطريقة تبقى محدودة أصلاً، إذ ترتبط الدالة الأفينية - وكذلك الدالة المتعددة الحدود من الدرجة الثانية - بشروط تجربة الانكسار في وسطي الهواء

(٢٥) بهذا المعنى فسر A. Lejeune معنى بطليموس. انظر: Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», p. 161.

والزجاج. وهكذا فالصعوبة لا تكمن مطلقاً في الأداة الرياضية، بل في إطار فكرة الفارسي: إنه يفكر بعبارات صنف خاص من المعطيات التجريبية، من دون البحث عما يميز هذا الصنف ذاتياً عن سواه.

لم يقم الفارسي بهذه الدراسة لمجرد ماهيتها، وبغية التعليق على نص ابن الهيثم فقط؛ بل إنها تندمج في مجموعة أكثر اتساعاً؛ فلقد استخدمها الفارسي في أبحاثه الرئيسية حول قوس قزح والهالة^(٢٦)، حيث يسترجع مسألة الابصار من خلال كرة شفاقة، ويُدع في نظرية الألوان.

خامساً: ابن سهل وابن الهيثم وقانون سنيلليوس

لم يكن الحديث عن تطور علم الانكساريات العربي وتقدمه ممكناً قبل التعرف إلى رسالة ابن سهل لاقتصارنا حتى ذلك الحين على مؤلف واحد هو ابن الهيثم. والذي لم نعد نجهله الآن هو وجود سلف لهذا الأخير كان قد عرفه وكان لثرائه وزن كبير، وهو ما يسمح بطرح سؤال حول المسافة التي قطعها هذا العلم خلال نصف قرن من الزمن، إضافة إلى تثبيت نتيجة نهائية، وهي اعتبار نصف القرن هذا، من الآن وصاعداً، كفترة من الفترات التي دمغت بطابعها تاريخ علم البصريات، وبرزت كحقبة تجديد وتحول لهذا العلم، في حين بدا علم الانكساريات، بما حققه من تقدم، وقد اتسع مجاله وتغير اتجاهه.

لقد أثبتنا أن علم الانكساريات كان، بالنسبة إلى ابن سهل، في جوهره هندسة للعدسات المحرقة. غير أن هذا التأكيد يتطلب بعض التخفيف، ذلك أن المهندس كان ملزماً بمراعاة مقتضيات المواد اللازمة لإنشاء هذه الآلات، عاملاً على إخضاع النتائج التي تنبأت بها هندسته للتجريب، مستعملاً حينها كلمة «اعتبار»^(٢٧)، وقد نوهنا بهذه العبارة وبأهميتها في منهجية ابن الهيثم، وبممارسته العلمية كذلك.

Wiedemann, «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitam und Kamāl al-Dīn al-Fārisī»;

مصطفى نظيف، «كمال الدين الفارسي وبعض بحوثه في علم الدواء»، في: *Publications of the Egyptian Society for the History of Science*, no. 2 (1958), and Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham».

(٢٧) النص الأول، انظر الملاحظات الاضائية.

من المؤكد أن البحث في العدسات أحيا موضوع الانكسار، الذي يبدو أنه بقي على حاله منذ بطليموس^(٢٨). وإذ بعلم الانكساريات، عند ابن سهل، يظهر كجزء من حقل أوسع يحوي المرايا، إضافة إلى العدسات المحرقة. وببدو هذا العلم، في نشأته كإنجاز عالم في الانعكاس تحول إلى استخدام الانكسار. غير أن الأمر لم يكن متعلقاً بعالم عادي يدرس الانعكاس، كعطارد أو أهدبن عيسى^(٢٩) مثلاً، بل بمهندس من الطراز الأول، أحاط بنظرية المخروطات، واهتم بالإنشاء الميكانيكي للمنحنيات أيضاً. وهكذا يظهر ابن سهل: مهندس يُثنى عليه بحرّفي يصنع قوالب المرايا والعدسات، أو على الأقل، يصممها. فهو، كأسلافه الانكاسيين، منذ ديوقليس على الأقل، وكخلفائه قد وضع أنموذجاً يُعرف اليوم بـ«الظاهرة التقنية» حيث يستثمر شيئاً ما من الأنموذج المصنّع.

على مدى هذا البحث في الآلات المحرقة -يبقى المهندس المزود بقوانين البصريات الهندسية- كالانتشار على خطوط مستقيمة والانعكاس والرجوع العاكس (العودة المتطابقة) -متشعباً قبل كل شيء بالخصائص البصرية للمخروطات- أي تلك التي تتصل بالتركيز البؤري للضوء. ويعمل، من ثم، مستعيناً بالمخروطات بشكل رئيسي، على تصميم آلات تحدث تركيزاً لهذا الضوء، ثم يخضع هذا التركيز، الذي لا وجود له في الطبيعة، لتحكم مزدوج هندسي وتقني: نظرية المخروطات تنبئ به، وتُحدثه آلة عليها أن تحرق على مسافة حددت لها سلفاً. لكن الحصول على التركيز وفق الشروط المطلوبة، يتطلب مراعاة شرطين مسبقين؛ يتعلق الأول، وقد وعاه ابن سهل تماماً، باختيار المواد -بلور صخري نقي ومتجانس مثلاً- فضلاً عن الأشكال الهندسية. أما الثاني فلم يدركه ابن سهل بوضوح شأنه شأن أسلافه، بل وخلفائه أيضاً، حتى القرن الثامن عشر؛ إذ يفترض أن يحدث الإشعال فور حصول التركيز.

نستطيع القول إن ابن سهل قد ابتكر إذاً مجال البحث هذا في الحُرّاقات، فضلاً عن علم الانكساريات. لكنه، وقد أُجبر على التفكير بمخروطات أخرى غير

(٢٨) ما دمنا نهمل التاريخ الدقيق للترجمة العربية لـ مناظر بطليموس، يبقى كل تأكيد حول دراسة الانكسار نوعاً من الحدس المحتمل. لا نعرف، حتى الساعة، أي نص في البصريات قبل ابن سهل، تم فيه الرجوع إلى كتاب بطليموس الخامس.

(٢٩) أنسطرس: Rushdi Rashid, Dioclès, Anthémios de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents.

المكافئ والناقص - كالقطع الزائد مثلاً - باعتباره منحنيًا انكساريًا، قد انساق بشكل طبيعي إلى اكتشاف قانون سنيلليوس. وتفهم حينها أن الانكساريات، عندما رأت النور على يد ابن سهل، لم تعالج سوى انتشار الضوء، بعيداً عن مسائل الأبصار، بل ونقل، من دون مبالاة بها. فالعين لم تحظ بموقع لها بين الآلات المحرقة، ولم يكن لموضوع الإبصار موقع في علم الانكساريات. وقصداً اعتمدت وجهة نظر موضوعية في تحليل الظاهرة الضوئية. فهذا الموضوع الغني بالمادة التقنية، كان، في الواقع، فقيراً جداً بالمحتوى الفيزيائي الذي تلاشى، ليقصر على بعض الاعتبارات المتعلقة بالطاقة مثلاً. فابن سهل لم يحاول مطلقاً، على الأقل في كتاباته التي وصلتنا، تفسير سبب تغيير الأشعة لمساراتها وتجمعها عند تغير الوسط: لقد اكتفى بمعرفة كيف أن حزمة من الأشعة الموازية لمحور عدسة مستوية محدبة زائدية، تنقلب بالانكسار إلى حزمة متقاربة. ورداً على التساؤل عن أسباب الإشعاع الناتج من تقارب الأشعة، يكفي ابن سهل بتعريف الشعاع الضوئي من حيث فاعليته في الاحراق، مسلماً، كخلفائه من بعده على مدى زمن طويل، بتناسب التسخين مع عدد الأشعة المجتمعمة.

مضى نصف قرن على ذلك، وإذا بعلم الانكساريات يوسّع مجاله ليصبح ذا مكانة مختلفة تماماً. فمع ابن الهيثم، غاب مفهوم الانكساريات كمجرد هندسة للعدسات. وباتت واضحة، بحسب كلمات المؤلف، ضرورة «تفاعل الرياضيات والفيزياء» لدرس الكواसर والعدسات، محرقة كانت أم لا. إن أهمية هذه الخطوة التي تم اجتيازها، تعادل صعوبة تفسيرها. فهي توحى منذ الآن، بأن المجال الذي وضعه ابن سهل من خلال دراسته للحزاقات، لم يعمر طويلاً، وانتهى بعد خمسين سنة من ذلك على الأكثر، متلاشياً تحت ضربات أول فيزيائي. إذ من البديهي أن الأهداف العملية لا تكفي وحدها لتحديد مجال ما. ولكن، ما هو بشكل دقيق، التحول الذي أجراه ابن الهيثم؟

لقد تابع ابن الهيثم، على أثر ابن سهل، البحث في المرايا والآلات المحرقة. ولم يكن ذلك مجرد بحث تمهيدي لكتاب المناظر على الإطلاق، إذ إنه كتب دراسة للكرة المحرقة بعد هذا الكتاب. وهكذا ابتداءً بالكتابة عن المرايا المحرقة المكافئية التي سبق وأشرنا إلى تأثير ابن سهل فيها على الرغم من كون دراسة ابن الهيثم أكثر تفصيلاً.

لقد قام ابن الهيثم، بشكل عام، بالتوقف على الحالات التي لم يعالجها ابن

سهل، أو بتوسيع البحث في ما درسه سلفه. فدراسة المرأة الكروية المحرقة تجاوزت بعيداً كل ما سبقها من أبحاث، من ديوقليس إلى الكندي، مبرزاً فيها ظاهرة الزيغ الكروي. أما معالجته الكرة المحرقة، فإنها تشبه ما درسه سلفه من عدسة محدبة الوجهين، وزائدية، لكنها أكثر صعوبة بحيث يثير فيها ظاهرة الزيغ الكروي^(٣٠).

إن ابن الهيثم قد سار من دون ريب، على خطى ابن سهل متوغلاً دوماً أبعد منه، لكنه افترق عنه بوضوح في نقطتين: أولاً، أنه خلافاً لابن سهل لا يستعمل نسب المقاطع التي يعطيها قانون سنيلليوس، بل يحسب أطوال المقاطع منطلقاً من القيم العددية للزوايا كما وردت عند بطليموس في حالة الهواء والزجاج. وثانياً، تتميز باختيار السطوح الكروية المقعرة، مكتشفاً بذلك خاصية فيزيائية مهمة، وهي الزيغ البصري.

ويكتف ابن الهيثم البحث في الانكسار سائراً على خطى ابن سهل. لكنه، عوضاً من تعميق الفكرة التي طرحها ابن سهل، بأن يأخذ قانون سنيلليوس ليهذب صياغته مثلاً، يرجع ابن الهيثم إلى نسب الزوايا، ليزيد القواعد الكمية للانكسار، ويدقق فيها كالنسبة بين زوايا السقوط والانحراف أو الانكسار،... الخ. وقبل إيضاح، أو محاولة إيضاح، ما يجب أن نسميه حقاً خطوة إلى الوراء، علينا أولاً تقدير المسافة التي قطعها ابن الهيثم. فبحثه لم يعد مقتصرًا على المرايا والعدسات، بل تعداها إلى البصريات أيضاً. يضاف إلى هذا، إصلاحه لهذا العلم فاصلاً بوضوح، وللمرة الأولى في تاريخه، بين شروط انتشار الضوء، وشروط رؤية الأشياء. لقد شرحنا هذا الإصلاح في موضع آخر^(٣١). فلنكتف بذكر أنه أوصل ابن الهيثم، من ناحية، إلى إعطاء مرتكز فيزيائي لقواعد الانتشار (المقصود مقارنة رياضية المضمون بين أنموذج ميكانيكي تمثله حركة كرة صلبة ترمى على

(٣٠) كما رأينا بالفعل، يبرز ابن الهيثم، في دراسته الكرة المحرقة بشكل جلي جداً الزيغ الكروي لحزمة من الأشعة المتوازية. نشير إلى أن ابن الهيثم لم يتخصص، في الفصول المخصصة للكواكب الداخلة في المقالة السابعة من كتاب المناظر، حالة حزمة من الأشعة المتوازية والساقطة على كاسر كروي، لكنه يتخصص هذه الحالة في الكرة للمحرقة، ويبرز الزيغ الكروي في حالة الكاسر.

(٣١) Rushid Rashid: «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'alhazen» dans: Roemer et la vitesse de la lumière (Paris: Ed. R. Taton, 1978), et «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham.»

حاجز وبين حركة الضوء)، ومن ناحية أخرى، إلى العمل حيثما كان هندسياً، وبالملاحظة والتجربة. لقد فقدت البصريات المعنى الذي كانت تعرف به سابقاً^(٣٢)، فباتت تشمل قسمين: نظرية الابصار مقرونة بالفيزيولوجيا وعلم النفس، ونظرية الضوء وطرق انتشاره،... الخ. ومن الممكن من دون شك، ملاحظة بقايا من البصريات القديمة في المصطلح، أو أيضاً في ما أبرزه مصطفى نظيف، لطرح المسألة، من دون حاجة حقيقية بالنسبة إلى المبصر^(٣٣). ولكن، يجب ألا ننخدع ببقايا الأشكال القديمة هذه، إذ لم يعد لها الوقع نفسه، ولا المعنى نفسه. لقد عكس تنظيم كتاب المناظر الوضع الجديد. ففيه فصول مخصصة بأكملها للانتشار، كالفصول الثلاثة الأولى من الكتاب، الأول والقسم الأعظم من الكتابين الرابع والسابع؛ وفي فصول أخرى يبحث في الإبصار وما يتعلق به من مسائل. ومن نتائج هذا الإصلاح، يجب الإشارة إلى بروز مسائل جديدة، لم تطرح مطلقاً في السابق. ففي هذا السياق، لم تعد الكواثر والعدسات تُدرس كمجرد حَرَاقَات، بل كأجهزة بصرية أيضاً. وأصبح من الواجب، في هذه الظروف، الانكباب على مسائل تكون الصور وتحديد أمكتتها باستخدام الوسائل الجديدة؛ وهذا ما لم يغفل ابن الهيثم عن القيام به.

وهكذا فلم الانكساريات يتخلل عمل ابن الهيثم بأكمله من أوله إلى آخره، وبحثه في الكواثر والعدسات، الموجود في القسم السابع من كتاب المناظر، بات، بفضل معرفتنا بآبن سهل، يحاط بكل أهميته، فينال مكانته اللاتقة إلى جانب معالجته للكرة المحرقة.

يبقى السؤال مطروحاً حول قانون سنيلليوس لمعرفة سبب عدم اكتشاف ابن

(٣٢) أي كهنمة للإبصار، أو كما كتب حديثاً ج. سيمون، في: *G.Simon, Le Regard, l'être et l'apparence dans l'optique de l'antiquité* (Paris: Seuil, 1988), pp. 187 sqq.

(٣٣) نظيف، الحسن بن الهيثم، بحثه وكشوفه البصرية، ص ٧٦٣: «وما تجدر الإشارة إليه هنا أن ابن الهيثم يسمي السطح الذي يحدث عنده الانعطاف بحسب هيته إلى النقطة التي يرد إليها الضوء المنعطف لا بحسب هيته بالنسبة إلى النقطة المهيته التي هي مصدر الضوء. ولعل ذلك من جراء انصراف عنايته في موضوعات الانعطاف أيضاً إلى الناحية الشخصية أكثر منه إلى الناحية الموضوعية، فالنقطة التي يرد إليها الضوء يتصورها دائماً مركزاً للبصر، فإن كان تعذب السطح مما يليها عنه عذباً، وإن كان تفرقه مما يليها عنه مقترراً».

مناقشة نظيف هذه صحيحة، لكن مرقف ابن الهيثم هذا لا يتعدى بقاء أثر من المعجم القديم. هذه العين المفترضة لا تتدخل أكثر من نقطة هندسية تصل الاشعة إليها. فابن الهيثم لم يعد مهندس الأبصار.

الهيثم له، وهو سؤال مشروع، لا يمكن تسويته كما فعل مصطفى نظيف^(٣٤) - إذ يعزو ذلك إلى لجوء ابن الهيثم إلى زوايا الانحراف بدلاً من زوايا الانكسار - فقد أضحى الآن سؤالاً متعلقاً بمعرفة أسباب عدم استفادة ابن الهيثم من نتيجة ابن سهل.

وتبقى، بالتأكيد، هذه التساؤلات السلبية من أصعب الأسئلة بالنسبة إلى المؤرخ. فاجوبته دائماً غير مؤكدة، وهي، في أحسن الأحوال، تخمينات متفاوتة الاستحسان. وعلى الرغم من ذلك، طرحنا لها هنا، منبعه رغبتنا في إبراز هذه المسائل وإحياء البحث فيها.

نذكر أولاً بالحجج التي سبق وقدمناها لتيان معرفة ابن الهيثم برسالة ابن سهل. تركز المجموعة الأولى من هذه الحجج على الاهتمام الذي أولاه لكتاب ابن سهل البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء، عند دراسته الانكسار. وتظهر مجموعة ثانية اهتمامه الخاص برسالة ابن سهل «الحراقات»: إذ يتبع ابن الهيثم ابن سهل في تحليل المرآة المكافئة وفي دراسة العدسات، وهما بالتحديد، جزء من «الحراقات». أما المجموعة الثالثة من الحجج فتركز على التقارب الجغرافي والزمني لهذين المؤلفين. في ضوء مجمل الملاحظات هذه، ليس مبالغاً تقبل كون ابن الهيثم قد قرأ جيداً أجزاء رسالة ابن سهل المخصصة للعدسات وللانكسار؛ فتجاهله قانون سنيلليوس الموجود في هذا النص، لا يرتبط إذاً بمجرد واقع ظرفي، بل هو تعبير لفهمه عن البصريات وعن تطور هذا العلم.

لقد كان ابن الهيثم، خلافاً لابن سهل وكما يتنا مراراً، مجرباً (معتبراً). بل إنه أول فيزيائي أعرفه، لا يكتفي بالتجربة بشكلها التقريبي، بل يجعل من «الاعتبار» جزءاً لا يتجزأ من البرهان الفيزيائي، يتداخل لإعطاء المعرفة البصرية قيمتها البرهانية. وترتدي هذه النقطة أهمية أساسية بعيدة عن موقف بطليموس، على الرغم من لجوء هذا الأخير أحياناً إلى التجربة. وفرض هذا المفهوم الجديد إلزامات متعددة أبرزها التالية: العمل في الانكسار بقوانين قابلة للتحقق بالتجربة،

(٣٤) نظيف، المصدر نفسه، ص ٧١٧، كتب ما معناه: «لم يمر ابن الهيثم اهتمامه إلى زاوية الانكسار، بل اهتم بزاوية الانعطاف، ونص العلاقة بين زاويتي السقوط والانعطاف، ونتيجة لذلك لم يكتشف القانون العام والذي يعطي في علاقة بسيطة هذه العلاقة التي تحكم جميع الحالات. لكننا نعلم أن ابن سهل، وكذلك سنيلليوس اهتموا بزاوية الانحراف، من دون أن يمتعها هذا من اكتشاف القانون».

وقادرة، من ناحية أخرى، على تفسير جميع نتائج التجارب. غير أن الخضوع لهذه الضرورات التقنية والمنطقية قد استتبع نتيجة مهمة تاريخياً على الرغم مما شكلته من تنازل من قبل المجدد لصالح التقليد، وعودة بالتالي، إذا صح القول، إلى بطليموس.

وضع بطليموس جهازاً لقياس زوايا الانكسار تبعاً لزوايا السقوط في الحالات الثلاث: هواء-ماء، هواء-زجاج وماء-زجاج. وسجل نتائجه في جداول في المقالة الخامسة من كتاب المناظر^(٣٥). يتألف كل جدول من هذه الجداول من عمودين؛ نجد في أولهما زوايا السقوط أضعاف ١٠ حتى ٨٠°، وفي الآخر زوايا الانكسار المقابلة. هذه المعطيات هي، بالنسبة إلى ابن الهيثم، تجارب ومعطيات عديدة يجب أخذها في الحسبان. وقد قام ابن الهيثم بابتكار آلة أكثر تعقيداً ومهارة من آلة سلفه، لكنها تركز على المبدأ نفسه: قياس مقادير الزوايا. وعلى الرغم من إمكانيات هذه الآلة المتقدمة، اكتفى ابن الهيثم بإعادة تجارب بطليموس، وحفظ قيمها العددية. وعلى الرغم من كتابته بخصوص تجربة الانكسار في حالة هواء-ماء: «وإن أحب المختبر أن يعتبر الزوايا خمسة أجزاء بخمسة أجزاء فعل ذلك على مثل ما تقدّم شرحه، وإن أحب أن يعتبر ما هو أدنى من خمسة أجزاء فعل ذلك على الترتيب الذي ركبناه»^(٣٦). أما هو فاستمر، قياساً على بطليموس، على الاكتفاء بأضعاف ١٠ حتى ٨٠° لزوايا السقوط، وعلى «هواء-ماء-زجاج» كأوساط. وقد منعه هذا المسلك من التوصل إلى اكتشاف لم يكن ليفوته لو أنه طبق اقتراحه وعمل بالزوايا من ٥° إلى ٥°: إنه ظاهرة زاوية الحد^(٣٧).

وهكذا يكشف لنا ابن الهيثم المعبر وداً مع بطليموس وإذ به «يسترجه».

Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de* (٣٥)
l'émir Eugène de Sicile, pp. 227-234, et Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», pp. 153 sqq.

(٣٦) ابن الهيثم، كتاب المناظر، المقالة السابعة (استنبول، سليمان، فاتح، ١٣١٦)، ص ٣٨.

(٣٧) نبرهن فعلاً. راجع الملاحظات الإضافية للنص السابع - أننا لو اعتبرنا قرينة الانكسار n هواء-زجاج مساوية لـ $\frac{2}{3}$ تكون $n < \sqrt{2}$ وإذا اعتبرنا $i_0 > i$ حيث $\frac{n}{2} - \frac{3}{2} \cos$ تكون عندئذ التباينة $d < \frac{1}{2}$ غير صحيحة ولدنيا $\frac{1}{2} > d$. لقد برهننا أن $i_0 = 83^\circ$. نبرهن أن زاوية الانحراف تقترب من القيمة الحد كلما اقتربت i من $\frac{\pi}{2}$. انظر: نظيف، الحسن بن الهيثم، يعقوب وكشوفه البصرية، ص ٧٢٠ - ٧٢٣، و Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique», p. 203.

فبهدف تطبيق الاعتبار على القوانين قام، بتأثير من سلفه، باستعمال جهاز لقياس الزوايا. كما أخذ في الحسبان قيم نتائج بطليموس العددية، وهي قيم للزوايا. وهكذا، ففي مقالة السابعة، وبعد التعريف بجهازه التجريبي، أعطى قوانين كمية للانكسار تشكل بعضها تقدماً أصيلاً، على الرغم من صياغتها بلغة مقاسات الزوايا. فليس من المستغرب إذاً أن نرى أن مجال تطبيق بعض هذه القوانين الكمية لا يتعدى الأوضاع الاختبارية المدروسة دون غيرها.

لنأخذ مثلاً على ذلك، قانون ابن الهيثم الثاني القائل: «إذا كبرت زاوية السقوط كمية ما، تكبر زاوية الانحراف كمية أصغر»؛ ويصح هذا القانون عموماً مع $n > 1$ أما عندما تكون $n < 1$ نبين بأنها تصح مع $\frac{1}{2} \leq n$ ، أما في حال $n > \frac{1}{2}$ فلا يصح إلا لزوايا السقوط $i < \sqrt{\frac{4n^2 - 1}{3}}$.

وهكذا فإن هذا القانون، الذي نصّه ابن الهيثم بشكل عام وشامل، ليس صحيحاً إلا للأوساط التي اعتبرها هو وبطليموس وللزوايا التي اختارها.

نرى إذاً أن التساؤل الذي أثّرناه بخصوص قانون سنيليليوس يعيدنا في الحقيقة إلى نمط بصريات العصر بالذات. فابن سهل الرياضي، غير المكتثر بالاعتبار كضرب من ضروب البرهان، وغير المبالي بالقيم العددية، يدرس، في حال سطح زائدي، وسطين مختلفي الشفافية من دون أدنى تحديد إضافي، فيتوصل بذلك مباشرة إلى فكرة مقدار ثابت لقريئة الانكسار. وبالمقابل، فابن الهيثم، المأخوذ بجذوة مفهومه للبرهان في الفيزياء ويدور «الاعتبار»، يعود إلى مدرسة نسب الزوايا ليستخرج منها قوانين كمية لا يصح بعضها خارج أوضاع تجريبية جزئية. وشكل بطليموس سائراً لابن الهيثم، حاجباً عنه أهمية نتيجة ابن سهل وجذتها. لكن الرجوع إلى بطليموس دفع ابن الهيثم إلى متابعة البحث الكمي؛ إذ كان عليه، على الرغم من امتلاكه جداول سلفه، حساب قيم أخرى، كزوايا الانحراف وفروقات المنزلة الأولى، مزوداً ببصريات وبنظرية للبرهان جديدتين. هذا البحث المعتدل والمخفف عند ابن الهيثم، سيتخذ بعداً أكثر عمقاً عند الفارسي، الذي، على ما أعلم، لن يعود إلى اكتشاف قانون سنيليليوس.

الفصل الثالث

ابن سهل الرياضي

عرف تراث ابن سهل في حقل الرياضيات مصيراً أقل حظاً أيضاً منه في البصريات. فمن تراث يحوي خمسة عناوين على الأقل، لم يصلنا سوى اثنين، وهما عبارة عن كتيب في المخروطات وتعليق على رسالة في هندسة الاسطرلاب كتبها القوهي معاصره. نزيد عليهما نصوص مسائل ثلاث، نسخها أحد معاصريه ناقلاً تركيياً لتحليل لابن سهل؛ وأخيراً مسألة حلّها ثم نقلها عنه السجزي. هذا كل ما نعرفه حتى الساعة من مخطوطات ابن سهل الرياضية؛ غير أن أهم رياضي ذلك العصر، كالقوهي مثلاً، نقلوا أنه ألّف مخطوطة في تربيع المكافئ، وأخرى يناقش فيها مسائل تختص بمركز الثقل^(١). كما نعلم أيضاً مقدار ما كان يكتنه له رياضيو ذلك العصر من احترام، كالقوهي والسجزي والشني، الذين غالباً ما كانوا يلجأون إليه عند عجزهم عن حل مسألة ما، كمقدمة أرخيدس مثلاً^(٢)، وإليه كانوا يتجهون إلى تفسير الأفكار الجديدة الغامضة عليهم، كأراء القوهي حول الإسقاطات^(٣). وحتى نقاده كانوا يجمعون على الاعتراف بتفوّقه الرياضي. فمن المستبعد إذاً أن يقتصر تراثه الرياضي على هذه المذكرات الخمس فقط، غير أن التعرف إلى مخطوطات أخرى يبقى رهناً بالبحث التاريخي القادم.

إن إثارة هذه العناوين، والتذكير ببعض وجوه الوسط الرياضي الذي تطوّر فيه ابن سهل كالقوهي والسجزي، يكفيان للدلالة على أن ابن سهل كان هندسياً. لكن ماذا تعني عبارة هندسي من الطراز الأول في النصف الثاني من القرن العاشر؟

(١) انظر الفصل الرابع، الهامش رقم (١٣).

(٢) انظر الفصل الرابع، الهامش رقم (١٨).

(٣) انظر مقدمة تعليقه على مقالة القوهي.

يعطينا وضع ابن سهل فرصة للإجابة عن هذا السؤال الذي بقي، على الرغم من غرابة ذلك، مهماً عند المؤرخين.

اقتصرت أعمال قسم كبير من الهندسيين، ما بين القرنين التاسع والثاني عشر، على توسيع هندسة أسلافهم الهلنستيين، ولا سيما إقليدس وأبولونيوس، معالجين المجال نفسه ومتبعين النمط والأسلوب ذاتهما، وهو ما يسمح بتلقيهم بـ«الرياضيين الهلنستيين العرب». غير أن الوقوف على هذه الملاحظة يعرّض بُعداً أساسياً من هندسة ذلك العصر للطمس، وأخطاء الرؤية لا تعود حيثتد نادرة في تحرير أحد فصول هذه الهندسة. إن نظرة أقل شمولية وأكثر تمعناً إلى علاقات الهندسة مع علوم أخرى، كالجبر وعلم الفلك، تُظهر في هذه اللوحة الهلنستية، مجالين على الأقل لا يشملهما هذا الوصف. أكثرهما دراسة هو الهندسة الجبرية، وهي هنا أقلهما مدعاة لاهتمامنا. لقد عرضنا، في موضع آخر، الجدلية بين الجبر والهندسة وقد التزمتهما، في القرن العاشر تحديداً، كوكبة من الرياضيين أمثال الخازن، وابن الليث، والقوهي...، وبرهنا كيف إنها أفضت، مع الخيام، إلى تأسيس هذا العلم، ليتعمق جذرياً مع شرف الدين الطوسي. أما المجال الثاني فيتركز على التحويلات الهندسية التي ما انفكت تسترعي انتباهنا في أعمال الهندسيين والجبريين. زد على ذلك دراسة الاسقاطات التي لم تُلحظ أهميتها إلا مؤخراً^(٤). إن عناوين مخطوطات ابن سهل لا تظهره كهندسي فحسب، بل، ويتحدد أكبر، كهندسي من المدرسة الأرخيدسية والأبولونية العربية، ومن أولئك الذين وضعوا فصلاً غير هلنستية. في هذه المدرسة الأرخيدسية الأبولونية -التي سنعرض تاريخها في موضع آخر^(٥)- اهتم الرياضيون، إثر أرخيدس، بتربيع

(٤) انظر خاصة الترجمة المعللة لنص البيروني من قبل سوتر، في: H. Suter, «Über die Projektion der Sternbilder und der Länder von al-Birūnī», *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*, no. 4 (1922).

J. L. Berggren, «Al Birūnī on Plane Maps of the Sphere», *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 6, nos. 1-2 (1982).

انظر أيضاً: أكبر داتاشرشت، رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية (طهران: [د.ن.]، ١٩٧٣)، B. Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences; vol. 12 (New York: Springer-Verlag, 1988), pp. 121 sqq.

(٥) انظر أعمال ابن الهيثم الرياضية.

الأشكال المنحنية وما يتعلق به من مسائل؛ كما درسوا مسائل مركز الثقل. وعلى مثال أبولونيوس، درسوا القطوع المخروطية، دراسة نظرية ويهدف التطبيق في آن معاً. ولم يقتصر هذا التطبيق على العلوم الأخرى، كالبصريات وعلم الفلك، بل استخدم لحل المسائل الهندسية كذلك، كتلك المتعلقة بالإنشاءات الهندسية. في هذه المدرسة وفي هذا الوسط ابتداء تطبيق نظرية المخروطات لحل مسائل جبرية^(٦).

إن ضياع دراسة ابن سهل في تربيعة القطع المكافئ، وكذلك المذكرة التي يعالج فيها مسائل مركز الثقل، يحرمنا بالطبع من بعد مهم في تراثه الرياضي، ألا وهو البعد الأرخيديسي. وبالمقابل فإن أعماله في البصريات، ورسائله في القطوع المخروطية، وكذلك استرجاعنا لتحليله المسائل الهندسية الثلاث - ومنها مقدمة أرخيدس - انطلاقاً من تركيب أعطاه، على وجه شبه مؤكد، معاصره الشثي، ستساعدنا على استخلاص بعض من سمات بحثه في المخروطات. وسنأخذ على التوالي الإنشاء الميكانيكي للمخروطات، ثم دراسته النظرية للقطوع المخروطية، لنعود أخيراً إلى تحليل المسائل الهندسية، مركزين على إسهام ابن سهل في مسألة مقدمة أرخيدس. لكن هذا الرياضي الهلنستي العربي سيشارك أيضاً في تشكيل أحد الفصول الهندسية غير الهلنستية، إذ وسّع، إثر القوهي، فصلاً حول طريقة الإسقاطات. ومن الغريب حقاً بقاء أعمال على هذه الدرجة من الأهمية، لابن سهل والقوهي، مجهولة لدى المؤرخين؛ لذا سنشير إلى مقدار إسهامها في تاريخ الهندسة الإسقاطية.

أولاً: الإنشاء الميكانيكي للقطوع المخروطية

رسم رياضيو مدرسة بغداد المخروطات بالنقاط، أو بواسطة طرق ميكانيكية. ففي أواسط القرن العاشر أنشأ إبراهيم بن سنان القطوع المخروطية بالنقاط^(٧)، وأنشأ السجزي، وهو معاصر لابن سهل، القطع الزائد بالنقاط أيضاً. كما اهتم السجزي أيضاً، وكذلك القوهي، بالرسم المتواصل للمخروطات بواسطة آلة سماها «البركار التام». وعلى هذا النحو صُممت آلات كآلة ابن سهل وآلة ابن الهيثم لاحقاً.

لكن ابن سهل كان من ضمن رياضيين مدرسة بغداد، وأولئك المرتبطين بحاشية البويهيين بصورة خاصة، وأكثرهم اهتماماً بالخصائص البصرية

(٦) انظر تاريخ هذه التطبيقات كما رواها الحنّام في مقالته عن الجبر.

(٧) انظر الفصل الأول، الهامش رقم (٣٠).

للمخروطات. ومعه لم يعد مفهوم بؤرة القطع المخروطي مرتبطاً بالانعكاس فقط، كما هي الحال في علم الانعكاس الهلينستي والعربي، بل أصبح منذ ذلك الحين مرتبطاً بالانكسار أيضاً. وتجدر الإشارة إلى الصدى المهم، المنسي غالباً، دراسة الآلات البصرية - المرايا والعدسات - على اهتمام الرياضيين بإنشاء المخروطات. وهكذا يرتبط البحث عن وسائل ميكانيكية لإنشاء القطوع المخروطية بالبحث البصري، كما استجاب في تلك الحقبة، صنع البركار التام لحاجات البحث الفلكي، وخصوصاً صناعة الاسطرلابات والساعات الشمسية (المزولات).

لنتوقف عند الآلات التي صمّمها ابن سهل، لنجتلي من وراء تعقيدها الظاهري، الفكرة التي عليها تقوم. ثم نذكر باختصار بمبدأ البركار التام، من أجل توضيح صلات القرى القائمة بينه وبين آلات ابن سهل.

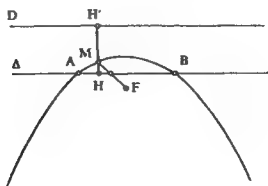
يتألف جهاز ابن سهل للرسم المتواصل للقطوع الثلاثة من قسم ثابت الشكل وقسم متبذل يحافظ مع ذلك على طول ثابت. يتكون هذا الطول في الحالات الثلاث من شريط أو حزام يلتف حول دائرة متحركة تلعب دور البكرة، ومهمتها تجنب قطع الحزام وتسهيل حركة القسم المتحرك. فإذا زُود مركز الدائرة بقلم، رسم هذا القلم قوس المنحني موضع الدراسة.

تدخل في حال كل من القطوع المخروطية الثلاثة التي سنعالجها تباعاً سمة خاصة بالبؤر:

١ - القطع المكافئ

لنأخذ مكافئاً ببؤرته F ، ومستقيماً Δ متعامداً مع المحور يخترق المكافئ في نقطتين A و B . لكل نقطة M من القوس AB ذات إسقاط H على Δ ، نرى:

الشكل رقم (٣ - ١)



$$(١) \quad AF = BF = 1 \text{ و } MF + MH = 1$$

حيث Δ هي المسافة بين Δ والدليل D .

ونرى من جهة أخرى أن:

$$(٢) \quad MF = MH'$$

وكأسلافه، لا يسمي ابن سهل الدليل؛ غير أنه يفكر على أساس المعادلتين السابقتين وبالاتقال من واحدة إلى أخرى.

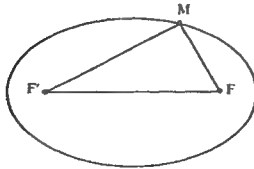
إذا نظرنا إلى الجهاز المصمم للرسم المتواصل للمكافئ، نلاحظ أنه يرتكز على المساواة الأولى. وهو لا يختلف إلا باستخدام البكرة عن الجهاز الذي يستعمل فيه كوس وحزام طوله l مربوط في F وفي رأسه زاوية الكوس القائمة H . إن قلماً مرتبطاً بالحزام M يرسم قوساً مكافئاً عند انزلاق الكوس على طول Δ : هكذا كان الجهاز الذي تصوره ابن سهل لرسم القطع المكافئ.

٢ - القطع الناقص أو الإهليلج

استعمل ابن سهل الخاصة المتعلقة بتعيين ملتقى النقاط M ، التي يمثل مجموع بعدها عن نقطتين ثابتتين F و F' مقداراً ثابتاً، أي:

$$MF + MF' = l;$$

(الشكل رقم (٣ - ٢))



حيث F و F' هما بؤرتا الإهليلج و l هو طول المحور الكبير. لا يختلف جهاز ابن سهل المقترح عن «طريقة البستاني» الشهيرة إلا باستعمال بكرات

ثلاث، اثنتان ثابتان والثالثة متحركة.

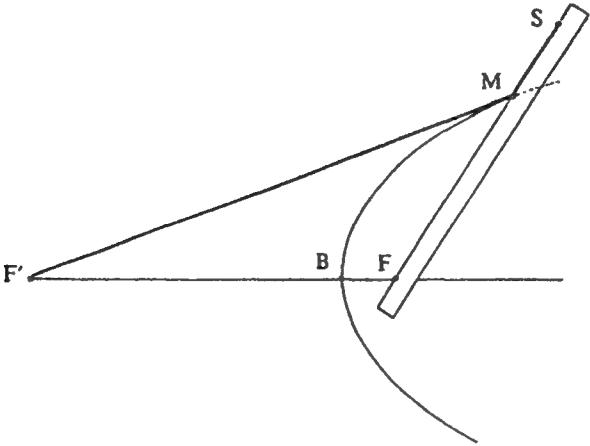
٣ - القطع الزائد

لنأخذ قطعاً زائداً ذا بؤرتين F و F' ، طول محوره المعترض $2a$. تتميز كل نقطة M من الفرع المحيط بالبؤرة F بالمعادلة التالية:

$$MF' - MF = 2a.$$

لتكن S نقطة على امتداد FM ، معنا: $(SM + MF') - SF = 2a$.

الشكل رقم (٣ - ٣)



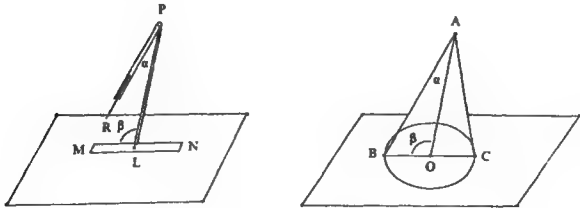
تسمح هاتان العلاقتان برسم متواصل لقوس زائدي بواسطة جهاز مؤلف من مسطرة تدور حول البؤرة F ومن حزام أحد طرفيه مثبت في البؤرة F' ، والطرف الآخر مثبت في نقطة S على المسطرة. إذا كانت المسافة بين النقطتين S و F هي $FS = l$ ، نأخذ حزاماً طوله $l' = 1 + 2a$. نجعل الحزام مشدوداً بواسطة قلم

رصاصاً مركّزاً في M على المسطرة، فيرسم رأس القلم القوس MB عند دوران المسطرة حول F .

لنتنقل الآن إلى الجهاز الذي تصوّره ابن سهل لرسم القطع الزائد، المستنبط بالتحديد من الفكرة التي أتينا على عرضها. إنه يستعمل بالفعل كرتين لهما الشعاع نفسه، مركز الأولى ثابت، ومركز الثانية متحرك، يرتكز عليهما شريط أو حزام، طوله ثابت.

ولم يكن بوسع ابن سهل تجاهل الأعمال المنجزة في عصره حول البركار التام، فقد ذكرنا بتعقيبه على رسالة في الاسطرلاب للقوهي الذي تناول البركار التام برسالة أخرى. تتألف آلة القوهي من ثلاثة أجزاء مفصلية الارتباط. الجزء الأول MN ، والمعروف بقاعدة البركار، يقابل محور المخروط V . والجزء الثاني LP ، والمسمى محور البركار، يقابل محور المخروط. أما الرأس RQP المسمى مسطراً، فيستطيع الدوران حول المستقيم PL ، ويسمح طوله المتغير بإبقاء رأس المسطار R بالبقاء على تماس مع المستوي II أثناء الدوران، وبذلك يرسم القطع المخروطي.

الشكل رقم (٣ - ٤)



يرسم البركار التام إذا قطعاً مخروطياً، شريطة معرفتنا الضلع القائم، والقطر والزوايا ما بين هذا القطر والاتجاه المترافق. غير أن هذا الرسم يتطلب انشاءات أولية لتحديد زاويتي البركار التام α و β المتساويتين في حالة القطع المكافئ.

ويمكننا التكهن بأن ابن سهل طرح طريقته بغية تجنب هذه الانشاءات الأولية التي غالباً ما تكون معقدة وطويلة. ويبدو هذا التكهن معقولاً على الرغم من سكوت ابن سهل، كعادته، عن الكشف عن نواياه.

أما بصدد مستقبل طريقة ابن سهل لإنشاء القطوع المخروطية، فتبدو لنا فرضية محتملة. فلقد نوهنا بذكر خليفته ابن الهيثم، في مخطوطته عن المرآة المكافئة، لرسالة ألفها هو في إنشاء القطوع المخروطية بـ «طريق الآلة» قائلاً: «أما كيف يستخرج القطع المكافئ وغيره من القطوع بطريق الآلة فقد ذكره جماعة من المهندسين وإن كانوا لم يستخرجوه على حقيقته، وقد بيّنا نحن في مقالة نذكر فيها استخراج جميع القطوع بطريق الآلة، كيف نستخرج أي قطع شئنا على حقيقته التي لا يمكن أن تخرج إلى إعادة أصح منها، كوجود لدائرة بالبركار»^(٨). موحياً بذلك أنه قد أسهم هو بالذات، بتحسين الطريقة. لكن المدهش حقاً أنه لم يدخل ابن سهل في طليعة «جماعة المهندسين» هذه.

ثانياً: القطوع المخروطية والقسم التوافقية

تناولت أبحاث ابن سهل الهندسية أيضاً المخروطات بغض النظر عن تطبيقها، كما تشهد على ذلك مذكرته في خواص القطوع المخروطية الثلاثة. فهو يعالج، في هذه المذكرة، خصائص تتعلق جميعها بمفهوم القسم التوافقية أو بمفهوم وسط المقطع الذي هو حالة خاصة منها.

وتتشابه هذه الخصائص التي درسها ابن سهل مع بعض تلك التي عالجها أبولونيوس، كالقضايا ٣٨ حتى ٤٠ من الكتاب الثالث من المخروطات مثلاً.

إن أهمية الخصائص التي درسها ابن سهل باتت اليوم واضحة للعيان. فمن دون أن يتعد عن مدرسة أبولونيوس، وعوضاً من أن يميز القسم التوافقية مثله بالمساواة بين نسبتي، يعتمد رياضيو القرن العاشر العلاقة النسبية إلى وسط أحد الزوجين المرافقين كأصل للإحداثيات. وهو يستعين في براهينه بالعلاقات الأساسية للقطوع المخروطية المعروضة في القضايا ١١ و ١٢ و ١٣ من الكتاب الأول من المخروطات. وهو يستعمل ما أثبتته أبولونيوس من خصائص. ففي القطع المكافئ: التحتماس المقرون بقطر يكون وسطه طرف هذا القطر - المخروطات، الكتاب

(٨) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «الرايا المحرقة بالقطوع»، في: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، مجموع الرسائل (حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧هـ/ ١٩٣٨ - ١٩٣٩م)، وانظر: H. J. Winter and W. Arafat, «Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror», *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*, 3rd. ser.: Science, no. 15 (1949).

الأول، القضيتان ٣٣ و ٣٥؛ وفي المخروطات المركزية: يكون طرفا التحتمماس المقرون بقطرهما متوافقين بالنسبة إلى طرفي هذا القطر -المخروطات، الكتاب الأول، القضيتان ٣٤ و ٣٦. ويتزود ابن سهل بهذه المفاهيم ليشعر في دراسة خصائص المكافئ أولاً، ومن ثم المخروطات المركزية. نشير هنا إلى أن القسمة التوافقية تبقى قائمة بعد إسقاط أسطواني أو إسقاط مخروطي، أي بالإسقاطين اللذين درسهما ابن سهل. فمن المشروع التساؤل: هل إنه أدرك، ولو بالحدس، وجه المسألة هذا؟

بالنسبة إلى القطع المكافئ، برهن ابن سهل القضايا الأربع التالية:

القضية الأولى: لتكن D نقطة تقاطع المماسين في A و B لقطع مكافئ، عندها يقطع القطر الذي يمر في A المماس في B في نقطة G، بحيث تكون D في وسط BG (الشكل رقم (١) من النص الثالث، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

هذه القضية هي في الواقع نتيجة مباشرة للقضية ٣٥ من الكتاب الأول من المخروطات. وبالفعل إذا كان $BE//DA$ يكون EG التحتمماس على القطر AG وتكون A في وسط EG؛ إذاً D هي في وسط BG.

القضية الثانية: في حال التقى خط مواز للمماس في B بالقطع المكافئ، وبالوتر AB، وبالقطر المنبثق من A، وبالقطر المنبثق من B على التوالي في النقاط I، K، H و J. يكون: $IJ^2 = JH \cdot JK$.

ليكن AM موازياً للمماس في B حيث M على BJ؛ وبالتالي $AM = HJ$ وفي هذه الحال:

$$\frac{AM^2}{HJ \cdot KJ} = \frac{AM}{HJ} \cdot \frac{AM}{KJ} = \frac{AM}{KJ} = \frac{BM}{BJ}.$$

وبما أن A و I موجودتان على المكافئ، نحصل على:

$$\frac{BM}{BJ} = \frac{AM^2}{IJ^2},$$

وبذلك تكون النتيجة.

سنلاحظ أن HJ يلاقي المكافئ مجدداً في C، وأن J هي وسط IC؛ واستناداً إلى المساواة $IJ^2 = JC^2 = JH \cdot JK$ تكون القسمة (I, C, H, K) قسمة توافقية.

القضية الثالثة: إذا لاقى المستقيم السابق القطع المكافئ في C والمماس في A في النقطة L، عندها: $LK^2 = LC \cdot LI$.

J هي وسط IC؛ يكون معنا إذاً: $CL = 2IJ + LI$ ،

$$، CL \cdot LI = 2LI \cdot IJ + LI^2 \quad \text{لذلك}$$

$$(١) \text{ وكذلك: } CL \cdot LI + IJ^2 = (LI + IJ)^2 = LJ^2$$

وعلى هذا النحو، انطلاقاً من القضية الأولى، تكون L في وسط KH؛ إذاً:

$$HJ = HK + KJ = 2LK + KJ$$

$$(٢) \text{ وكذلك: } HJ \cdot JK + LK^2 = KJ^2 + LK^2 + 2LK \cdot KJ = LJ^2$$

لكن، بموجب القضية الثانية، نحصل على:

$$(٣) \quad HJ \cdot JK = IJ^2$$

من (١)، (٢)، (٣) نحصل على:

$$IJ^2 + LK^2 = CL \cdot LI + IJ^2$$

$$، CL \cdot LI = LK^2 \quad \text{وبالنتيجة:}$$

سنلاحظ أيضاً، باعتبار أن L هي وسط KH، أن هذه العلاقة تميز كذلك
القسمه التوافقية (I, C, H, K).

القضية الرابعة: مع الاحتفاظ بالرموز السابقة، يكون:

$$\frac{CL \cdot LI}{AL^2} = \frac{BD^2}{AD^2}$$

رأينا في القضية الثالثة أن: $CL \cdot LI = LK^2$ ، ومن جهة أخرى:

$$\frac{KL}{AL} = \frac{BD}{AD}$$

ومن هنا تكون النتيجة المرجوة.

أما بالنسبة إلى المخروطات المركزية فيبرهن ابن سهل ما يلي:

القضية الخامسة: ليكن AC قطعاً لخطوط مركزية، ولنكن B نقطة من
هذا القطع؛ إن المماسين في A و B يتلاقيان في D. إذا كانت G هي ملتقى
المستقيم CB مع المماس في A، عندها تكون D وسط AG. (الأشكال أرقام ٢ - ١،
٢ - ٢) و (٢ - ج) من النص الثالث، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن I ملتقى AC و BD، و H ملتقى AC و BH، فيكون معنا:

$$\frac{JA}{IC} = \frac{HA}{HC} \text{ (القسمه التوافقية، المخروطات ١، ٣٦).}$$

$$\text{ومن جهة أخرى: } \frac{IA}{IC} = \frac{AD}{CE} \text{ و } \frac{GB}{BC} = \frac{GD}{EC} \text{ ،}$$

$$\frac{AD}{CE} = \frac{GD}{EC} \text{ وعليه يكون:}$$

ومنه النتيجة المرجوة.

القضية السادسة: إذا لاقى خط مواز للمستقيم AD على التوالي المستقيم BC، والمستقيم BD، والقطع المخروطي، والمستقيم AB، والقطر AC في النقاط: J, K, L, M, N، عندها: $JN \cdot MN = LN^2$.

$$\text{وبالفعل: } \frac{JN \cdot NM}{AN \cdot NC} = \frac{JN}{NC} \cdot \frac{NM}{AN} = \frac{BH}{HC} \cdot \frac{BH}{HA}$$

$$\text{لأن: } \frac{NM}{AN} = \frac{HB}{HA} \text{ و } \frac{JN}{NC} = \frac{BH}{HC} \text{ (علاقات في المثلثات المشابهة)؛}$$

$$\frac{JN \cdot NM}{AN \cdot NC} = \frac{BH^2}{HA \cdot HC} \text{ (١) لذلك:}$$

من جهة أخرى، B و L موجودتان على قطع مخروطي ذي قطر AC، إذاً:

$$\frac{BH^2}{CH \cdot HA} = \frac{LN^2}{CN \cdot NA} \text{ (٢)}$$

نتخلص من المعادلتين (١) و (٢): $LN^2 = JN \cdot NM$.

نلاحظ أن N ستكون وسط LS، إذا ما قطع LN مجدداً القطع المخروطي في S؛ يكون إذاً $NL^2 = NS^2 = NJ \cdot NM$ ،

تعبّر هذه العلاقة عن أن القسمه (S, L, M, J) هي قسمه توافقية.

القضية السابعة: إذا قطع LN مجدداً القطع المخروطي في S، عندئذ:

$$KS \cdot KL = KM^2.$$

النقطة N هي وسط المقطع SL لأن AC يمثل قطعاً، إذاً:

$$SK = 2LN + LK.$$

إذاً يكون لدينا:

$$KN^2 = (KL + LN)^2 = KL^2 + LN^2 + 2KL \cdot LN \quad (١)$$

$$= LN^2 + KL(2LN + KL)$$

$$= LN^2 + SK \cdot KL.$$

لقد رأينا في القضية الخامسة أن D هي وسط AG؛ إذاً K هي وسط MJ،
و $JN = MN \pm 2MK$ ؛ نستنتج أن:

$$JN \cdot NM + MK^2 = MN^2 \pm 2MN \cdot MK + MK^2 \quad (٢)$$

$$= (MN \pm MK)^2 = NK^2.$$

من (١) و (٢) نحصل على:

$$LN^2 + SK \cdot KL = JN \cdot NM + MK^2;$$

لكن استناداً إلى القضية السادسة، فإن $JN \cdot NM = LN^2$ ، وبالتالي:

$$SK \cdot KL = KM^2.$$

بما أن K هي وسط JM، نلاحظ أن هذه العلاقة تميّز القسمة التوافقية
السابقة (S, L, M, J).

القضية الثامنة: مع الاحتفاظ بالرموز السابقة نفسها يكون لدينا:

$$\frac{SK \cdot KL}{KB^2} = \frac{DA^2}{DB^2}.$$

معنا بموجب القضية السابقة، $SK \cdot KL = KM^2$.

ومن ناحية أخرى $\frac{KM}{KB} = \frac{DA}{DB}$ (مثلثان متشابهان)؛ ونحصا على
النتيجة.

وهكذا نرى أن الخصائص التي درسها ابن سهل، سواء للقطع المكافئ أو
للمخروطات المركزية، ترتبط جميعها بمفهوم القسمة التوافقية.

ثالثاً: تحليل المسائل الهندسية

في عداد أعمال ابن سهل الرياضية المفقودة اليوم، مخطوطة في تحليل المسائل
الهندسية. وتوحي الآثار التي بقيت منها بنوع شائع في ذلك العصر وهو: مصنف
مسائل هندسية. هذه المسائل، المطروحة من الرياضي نفسه، أو المطروحة عليه من

مراسل، نحل تباعاً في المصنف. إن أمثال ابراهيم بن سنان، وأبي الجود بن الليث، وابن عراق وغيرهم^(٩) يشهدون بشغف رياضي ذلك العصر بهذا النوع من التأليف.

نعرف إذاً أن ابن سهل قد ألف مصنفاً من هذا القبيل، ولكننا نجهل عدد المسائل التي عالجها فيه، إذ لم يصلنا إلا نصوص ثلاثة ضمن رسالة وجهها إليه معاصر له نجهل هويته؛ وبحسب تعابير هذه الرسالة، فالتركيب المعروض لكل من مسائله الثلاث هو التركيب التحليلي نفسه الذي كتبه ابن سهل في صباه، أي في حوالى الستينيات من القرن العاشر. وسنرجع لاحقاً إلى تاريخ تأليف هذا المصنف والهوية المحتملة لكاتب الرسالة هذه.

إذا أردنا استرجاع مسعى ابن سهل، وجب علينا إذاً اتباع المسعى الذي اتبعه المؤلف المجهول بالاتجاه العكسي. هذه العطفة الاضطرابية، هي الآن سبيلنا الوحيد إلى الإحاطة بأحد أبعاد نشاط ابن سهل الرياضي؛ وسيمكننا هذا من تقييم اسهامه، وهو من أوائل اسهامات الرياضيات العربية، في إثبات مقدمة أرخيدس بصدد إنشاء المسبّع في الدائرة. وسنرى كيف عمل ابن سهل على برهنة المقدمة في طُرُوف أكثر شمولية من تلك التي فرضها معاصروه وأرخيدس من قبلهم.

وتتحدد مهمتنا في البدء بتفحص تركيب المؤلف المجهول، لنحاول لاحقاً استرجاع تحليل ابن سهل.

يبرهن مؤلف الرسالة عشر مقدمات قبل الشروع بتركيب المسائل التي حلّها ابن سهل. من بين هذه المقدمات التي سنناقشها لاحقاً سنعرض الآن المقدمة الخامسة وهي أساسية في مسألة ابن سهل الأولى.

المقدمة الخامسة: لنأخذ مضلعاً رباعياً كاملاً ذا ستة رؤوس A, B, C, D, E, G، عندئذ (الشكل رقم (١) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

$$(١) \quad \frac{AB}{BE} = \frac{AD}{DC} \cdot \frac{CG}{GE}$$

(٩) من هذا القبيل لدينا: أبو اسحق ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحارثي، المسائل للخزارة (الكويت: دار نشر سعيان، ١٩٨٣)؛ أبو الجود بن الليث، الهندسيات؛ كتاب ذكره الشني في المخطوطة المذكورة في الفصل الرابع، ص ٩، الهامش رقم (٢)، وأبو نصر منصور بن علي بن عراق، «الهندسيات»، في: أبو نصر منصور بن علي بن عراق، رسائل أبي نصر بن عراق إلى البيروني (حيدرآباد - الدكن: مطبعة جمعية دائرة المعارف، ١٩٤٨).

ليكن AH موازياً لـ CE، يكون معنا:

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AH}{EG} = \frac{AH}{CG} \cdot \frac{CG}{EG} = \frac{AD}{DC} \cdot \frac{CG}{GE}.$$

هذه النتيجة الأخيرة هي نتيجة مبرهنة منلاؤس (Ménélaüs) مطبقة على المثلث AEC، الذي تقطع أضلاعه بالخط المعترض BGD.

معكوس المقدمة الخامسة: إذا كان يصح عن النقاط الثلاث G, D, B الموجودة على أضلاع المثلث AEC المعادلة التالية:

$$\frac{BA}{BE} \cdot \frac{GE}{GC} \cdot \frac{DC}{DA} = 1,$$

تكون هذه النقاط G و D و B مستقيمة.

فور إدخال هذه المقدمات العشر، يعتمد المؤلف إلى عرض مسائل ابن سهل الثلاث:

المسألة الأولى

إذا أخذنا دائرة وثلاث نقاط على خط مستقيم، فكيف يمكن حصر مثلث DEG في الدائرة بحيث يمر DE و DG و EG على التوالي بالنقاط: A و B و C؟

لنبداً بتلخيص التركيب المعطى عن تحليل ابن سهل: لنفرض أن J هي مركز الدائرة و H و I هما نقطتا التماس لهذه الدائرة الصادرين من النقطتين A و B (الشكلان رقما (٧ - أ) و (٧ - ب) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

$$\frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{BC}{BI^2} = k. \quad \text{لنفرض أن:}$$

تواجهنا حالات ثلاث إذا ما كانت $K \geq 1$ أو $K < 1$.

$$\text{الحالة الأولى: } K = 1, \text{ أي: } \frac{AH^2}{AC} = \frac{AC}{BC}.$$

لنرسم من النقطة J الخط JK المتعامد على المستقيم AB. فيلقى الدائرة في D و N. كما أن DA يقطع الدائرة في E والمستقيم DB يقطعها في G. لنرسم الموازي لـ AB من النقطة D؛ العمودي على AB في A يقطع هذا الموازي في M

والمستقيم NE في O. أما العمودي على AB في B فيقطع المستقيم DM في L والمستقيم GN في S. فيكون:

$$BI^2 = BG \cdot BD = BS \cdot BL \text{ و } AH^2 = AE \cdot AD = AO \cdot AM$$

لذلك:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AM \cdot AO}{BS \cdot BL} = \frac{AO}{SB} \quad (\text{لأن } AM = BL)$$

نستطيع الكتابة في هذا الحال:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AO}{DN} \cdot \frac{DN}{SB};$$

لكن يكون معنا:

$$\frac{DN}{SB} = \frac{DG}{GB} \text{ و } \frac{AO}{DN} = \frac{AE}{ED} \quad (\text{مثلثات متشابهة}),$$

ومنه:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{GB};$$

بموجب معكوس المقدمة الخامسة المطبق على المثلث ABD، تكون النقاط C، E و G إذاً على خط مستقيم. وبذلك يكون المثلث DGE منحصرأ في الدائرة حيث DE يمر في A، و DG في B، و GE في C. يعتبر المؤلف بعدها الحالة الخاصة التي يكون فيها DB عمودياً على AB ويقطع الدائرة في D و G - (انظر الشكل رقم (٧ - ج) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) - يبرهن بالطريقة السابقة نفسها أن DA يقطع الدائرة في E وأن المثلث DGE هو المطلوب في المسألة.

الحالتان الثانية والثالثة: $K > 1$ أو $K < 1$ (الأشكال أرقام (٧ - هـ)، (٧ - و)، (٧ - س) و (٧ - ح) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن النقاط الثلاث J، K و L بهذا الترتيب على مستقيم، بحيث يكون $\frac{JK}{JL} < 1$. لنضع، في حالة أولى، النقطة M على AB أبعد من A، بحيث تكون: $\frac{AB}{AM} = \frac{KL}{KJ}$ ؛ فنحصل على:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AM}{MA+AB} = \frac{JK}{JK+KL} = \frac{JK}{JL} < 1.$$

ثم نضع في الحالة الثانية، M على AB أبعد من B، بحيث تكون:

$$\frac{AB}{BM} = \frac{KL}{KJ};$$

فنحصل على:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AB+BM}{MB} = \frac{JL}{JK} > 1.$$

في هاتين الحالتين ننشئ من النقطة M المماس MD على الدائرة؛ عندها يقطع DA و DB الدائرة في E و G. لنبرهن أن EG تمر عبر C.

نرسم من A و B متوازيين على القطر DN؛ يقطعان المماس DM على التوالي في U و P. ويتقاطع المستقيمان NE و AU في S، كما يتقاطع NG و BP في O. معنا بالافتراض:

$$\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AM}{BM} \cdot \frac{AC}{BC} \text{ ، ونتيجة لذلك : } \frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{BC}{BI^2} = \frac{AM}{MB}$$

لكن، $BI^2 = BG \cdot BD = BO \cdot BP$ و $AH^2 = AD \cdot AE = AU \cdot AS$ ،
(مثلثات متشابهة)،

$$\frac{AU}{BP} \cdot \frac{AS}{BO} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC} \text{ لذلك :}$$

وفي هذا الحال:

$$\frac{AS}{BO} = \frac{AC}{BC} \text{ ، إذا } \frac{AU}{BP} = \frac{AM}{MB}$$

ولكن نبرهن أن: $\frac{AS}{BO} = \frac{AS}{DN} \cdot \frac{DN}{OB} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{GB}$ ؛ وبذلك يكون معنا:
نحصل على النتيجة بموجب معكوس المقدمة الخامسة المطبق على المثلث ABD.

ثم يعتبر المؤلف الحالة الخاصة حيث DB تمر عبر المركز (الشكلان رقما ٧ - ط) و (٧ - ي) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية؛ عندها تكون النقطتان G و N متطبتين. يقطع الخط الموازي ل DG والمنبثق من A المستقيم GE في S. وكالسابق، لدينا:

$$BI^2 = BG \cdot BD \text{ و } AH^2 = AD \cdot AE = AU \cdot AS$$

$$\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC} \text{ وكذلك :}$$

هكذا يُفترض أن يتبسط تحليل ابن سهل، الذي أعاد تأليفه المؤلف المجهول ليعطي التركيب. إن حذف ابن سهل التركيب يبدو لنا أمراً معتمداً، وهو احتمال لا يستبعده المؤلف المجهول.

المسألة الثانية

لدينا زاوية xAy ونقطة D على منصفها. المطلوب إنشاء مستقيم يمر في D ، ويقطع ضلعي الزاوية في B و C بحيث يكون المقطع BC مساوياً لمقطع معين EG (الشكل رقم ٨ - أ) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنر تحليل ابن سهل، كما صاغه المؤلف المجهول: نرسم على المقطع EG قوساً EGH كفوءاً للزاوية xAy ، ونأخذ الدائرة الكاملة؛ ليكن HJ قطرها العمودي على EG في وسطه I . إن طول المقطعين AD و HI معروفان. وهناك ثلاث حالات ممكنة:

الحالة الأولى: $AD = HI$.

يكون المستقيم المطلوب إنشاءه هو العمودي في D على AD ، والمثلثان BAC و GHE متساويان، إذاً يكون $BC = GE$ (الشكل رقم ٨ - ب) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

الحالة الثانية: $AD > HI$.

يبين برهان الخلف أن المسألة غير ممكنة الحل (الشكل رقم ٨ - ج) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

فلو كان $BC = EG$ و $AB = AC$ ، لكان المثلثان BAC و EHG متساويين، لأن الزاويتين BAC و EHG متساويتان؛ فيكون $AD = HI$ وهذا محال.

لتكن الآن S نقطة من القوس EH ؛ تكون الزاويتان GSE و xAy متساويتين، وكذلك الزاويتان GSJ و JSE ؛ معنا $JH < JS$ ؛ لكن $JL > JI$ ، إذاً $IH < LS$.

لو كان $AB > AC$ و $BC = EG$ ، لوجدت نقطة S بحيث يكون المثلثان BCA و GES متساويين؛ إذاً $AD = LS$ ، وبالتالي $AD < IH$ ، وهذا محال.

الحالة الثالثة: $AD < HI$. المسألة ممكنة (الشكل رقم ٨ - د) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لبرهان هذه الحالة يستند المؤلف إلى المقدمة التالية: ليكن a مقطعاً معطياً، و H مساحة معطية، يُطلب إيجاد مقطع x بحيث يكون $x(a + x) = H$. يسعى المؤلف للتوصل إلى مثل هذا الإنشاء، عن طريق التقاء قطع زائد قائم مع خط مستقيم (انظر المقدمة ٦ ومناقشتها).

أياً كان الوتر JLS (حيث S نقطة على القوس HE) يكون:

$$JL \cdot JS = JI \cdot JH,$$

وهو معروف. من ناحية أخرى، بفعل المقدمة السابقة (المقدمة ٦ من الملحق)، نعرف طريقة إيجاد نقطة K على امتداد AD بحيث يكون:

$$AK \cdot KD = HJ \cdot JI$$

أي:

$$(AD + KD) \cdot KD = (HI + IJ) \cdot IJ.$$

وباستعمال البرهان بالخلف نبيّن أن: $KD > IJ$ و $AK < HJ$ و $IJ < AK$.

لدينا أيضاً: $AK \cdot KD = JI \cdot JH = JE^2$ ، إذ $AK > JE$.

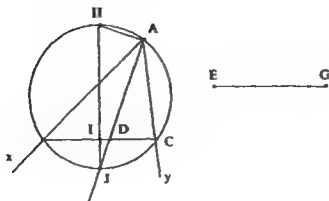
توجد إذاً نقطة S على القوس HE بحيث يكون $JS = AK$. ويتقاطع JS و GE في L؛ لدينا $JL = KD$ و $LS = AD$.

ننشئ على AK مثلثاً AKN قائم الزاوية في A، بحيث تكون الزاوية AKN مساوية للزاوية HJS؛ هذا المثلث يساوي المثلث HJS؛ فيكون $KN = JH$.

ليكن المستقيم DM عمودياً على KN؛ المثلثان KDM و JIL متساويان، وعليه $DM = IL$. المستقيم DM يقطع Ax في B و Ay في C، والمثلث ADC مساوٍ للمثلث SLE؛ نستخلص من هذا أن المثلث ABC مساوٍ للمثلث SGE؛ إذ $BC = GE$.

باستطاعتنا الآن استكشاف تحليل ابن سهل لهذه المسألة الثانية. لتكن معطياتنا: الزاوية xAy، والنقطة D على منتصفها والطول EG؛ لنفترض المسألة محلولة. وليكن المستقيم BDC المطلوب، فيكون $BC = EG$.

الشكل رقم (٣ - ٧)



لنرسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. تقطع هذه الدائرة النصف AD في النقطة J، وسط القوس BC. القطر JH عمودي على BC في وسطه I. المثلثان JID و JAH قائمان ولهما الزاوية J مشتركة؛ فهما إذاً متشابهان، وبذلك يكون معنا:

$$JI \cdot JH = JD \cdot JA$$

لكن: $J_I \leq J_D$ ، وبالتالي: $J_H \geq J_A$.

غير أن: $JH = JI + IH$ و $JA = JD + DA$

يكون معنا إذا: $IH \geq DA$

علينا إذاً عند التركيب معالجة حالتين تكون المسألة فيهما ممكنة، وحالة ثالثة $AD < IH$ - تكون المسألة فيها مستحيلة؛ وهذا تماماً ما فعله معلق ابن سهل.

المسألة الثالثة

وهي، على الصعيدين التاريخي والرياضي المسألة الأهم التي حلّها ابن سهل ورواها مؤلف الرسالة، إنها مسألة أرخيدس المشهورة، مطروحة بشروط أكثر شمولية. فلقد تلقف مسألة أرخيدس رهنط من رياضي ذلك العصر كان كل واحد منهم يرمى إلى إظهار جدارته وبراعته^(١٠). ويختص هذه المسألة بالضبط يأخذ

(١٠) لئر كيف قدم ابن الهيثم هذه المسألة لاحقاً: «إن أحد الأشكال الهندسية التي يتخذها الهندسون، ويفتخر بها الجربون، ويظهر بها قوة من وصل إليها: هو عمل المسبع المتساوي الاضلاع في الدائرة». انظر: «Rushdi Rashid, «La Construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham», *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 3, no. 2 (1979), pp. 340-341.

مؤلف الرسالة على ابن سهل وقوعه في خطأ مفترض أن نعود إليه لاحقاً.

في هذه المسألة أيضاً نبدأ بتركيب المؤلف المجهول انطلاقاً من تحليل ابن سهل لنسترجع لاحقاً هذا التحليل. هوذا أولاً نص المسألة: ليكن متوازي الأضلاع $ABDC$ وخط زاويته BC ؛ أرسم مستقيماً ماراً بالنقطة D وقاطعاً BC في G ، و AC في E ، وامتداد AB في L . بحيث يكون:

$$\frac{\text{aire } CGE}{\text{aire } EAL} = \frac{1}{2}$$

نعرف الزاويتين $Z = GCE$ و $O' = EAL$ ؛ نبرهن بواسطة المقدمة ٩ من الملحق، أن النسبتين

$$\frac{\text{aire } EAL}{AE \cdot AL} \quad \text{و} \quad \frac{\text{aire } CGE}{CG \cdot CE}$$

معلومتان، وبالتالي، فإن النسبة:

$$\frac{CG \cdot CE}{AE \cdot AL} \quad (1)$$

معلومة أيضاً. يرمز المؤلف إلى هذه النسبة بـ $\frac{R}{X}$. المسألة هي إذا إيجاب المستقيم $DGEL$ كي تكون النسبة (١) مساوية لـ $\frac{R}{X}$ ، حيث R و X مقطعان معطيان.

الحالة الأولى: $\angle ABC \geq \frac{\pi}{2}$ (الشكل رقم ٩) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن J و H بالتوالي على DC و AB ، بحيث يكون $AJ // BC // DH$.

لدينا إذاً: $CJ = AB = CD = BH$. ولناخذ القطع المكافئ P المار في J ، ذا الضلع القائم Q ، حيث إن:

$$\left[\frac{Q}{CD} = \frac{X}{W}, W = 2R \right],$$

المماس لـ DC في J وذا القطر المترافق AJ . [ففي حال $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ، تكون J رأسه و AJ محوره الرئيسي]. ولنعبر أيضاً القطع الزائد H المار في A وذا خطي التقارب DJ و DH . يتقاطع هذان القطعان بالضرورة في نقطتين إحداهما M الواقعة على الشريط المحدد بالمستقيمين AB و CD . نرسم من M الموازي

للمستقيم BC الذي يقطع AB في L و CD في K. ويكون DL هو المستقيم المطلوب.

إذاً لتكن U، E و G نقاط التقائه مع BC، CA و JA؛ يكون معنا إذاً:

$$MK \cdot KD = AJ \cdot JD = KL \cdot JD, \text{ لأن } M \in H$$

$$\cdot \frac{MK}{KL} = \frac{DJ}{DK} \quad \text{لذلك:}$$

$$\cdot \frac{DJ}{DK} = \frac{JU}{KL} \quad \text{معنا: } KL \parallel JU, \text{ ومن جهة أخرى،}$$

$$MK = JU \text{ وبالتالى: } MU \parallel AL \text{ و } MU = AL.$$

$$\text{زد على ذلك أن } M \in P \text{ ولذا: } MU^2 = Q \cdot JU$$

$$\cdot \frac{Q}{CD} = \frac{Q \cdot JU}{CD \cdot JU} = \frac{MU^2}{CD \cdot JU} = \frac{AL^2}{CD \cdot JU} = \frac{X}{W} \quad \text{معنا إذاً:}$$

$$\text{لكن } \frac{JU}{CG} = \frac{JD}{CD} = 2 = \frac{W}{R} \quad \text{وبذلك } \frac{W}{R} = JU = CG, \text{ وبالتالى:}$$

$$\cdot \frac{CD \cdot CG}{AL^2} = \frac{R}{X} \quad (1)$$

غير أن

$$\frac{CD}{AL} = \frac{CE}{EA} \text{ وعليه فكتابة المعادلة (1) تعاد على الوجه التالى:}$$

$$\frac{CE \cdot CG}{EA \cdot AL} = \frac{R}{X},$$

والمستقيم DL يجيب عن المسألة.

الحالة الثانية: $\angle ABC < \frac{\pi}{2}$ (الشكل رقم (١٠) من الملحق رقم (١))،
انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ليكن Q محددًا كما في الحالة السابقة، ولنأخذ نصف دائرة قطرها I'U،
والوتر I'O بحيث $\angle UTO = \angle ABC$. يحدد المقطعان N و J العمودي على JA
على التوالي بـ:

$$\cdot \frac{JI}{N} = \frac{IO}{UO} \quad \text{و} \quad \frac{Q}{N} = \frac{UT^2}{U'O^2}$$

لنكن T وسط JI و S عدة بالشرطين الآتين: TS//AJ و $\frac{JT}{TS} = \frac{N}{JT}$.

يمر القطع المكافئ P_1 ذو الرأس S، والمحور TS، والضلع القائم N، على النقطتين I و J، لأن $JT^2 = TI^2 = N \cdot TS$ ؛ والقطع الزائد H، المار في A ذو خطي التقارب DJ و DH، يقطع بالضرورة P_1 في نقطتين أحدهما في الزاوية AJK؛ فلنكن M هذه النقطة. والخط الموازي لـ BC المار على M يقطع AB في L و CD في K. فالمستقيم DL الذي يقطع BC في G، و AC في E، و AJ في U هو المستقيم المطلوب.

نبرهن، كما في الحالة السابقة، بأن $ML = AU$ و $MU//AL$. نُسقط من M العمودي MF على ST؛ يتقاطع MF و AJ في V. لنأخذ النقطة P بحيث تكون F في وسط المقطع VP. معنا: $N \cdot SF = MF^2$ لأن $M \in P_1$

من جهة أخرى:

$$MF = MP + PF \quad \text{لذلك} \quad MF^2 = MP^2 + PF^2 + 2MP \cdot PF$$

$$\text{لكن: } PF^2 = TI^2 = N \cdot TS$$

معنا إذاً:

$$N \cdot TF = N \cdot JV = 2MP \cdot PF + MP^2 = MP \cdot MV \quad (1)$$

لنذكر أن $\frac{JI}{N} = \frac{IO}{U'O}$ ؛ غير أن $JI = PV$ و $\frac{IO}{U'O} = \frac{UV}{MV}$ (في المثلثين المتشابهين $U'TO$ و MUV)؛ لدينا إذاً $\frac{PV}{N} = \frac{UV}{MV}$ ، لذلك:

$$N \cdot UV = PV \cdot MV \quad (2)$$

يتبع من (1) و (2) أن

$$N \cdot JU = MV^2 \quad (3)$$

من جهة أخرى $\frac{UT}{U'O} = \frac{UM}{MV}$ و $\frac{Q}{N} = \frac{UT^2}{U'O^2}$ (تشابه مثلثات)

لذلك

$$\frac{Q \cdot JU}{N \cdot JU} = \frac{UM^2}{MV^2} \quad (4)$$

لنفترض أننا وجدنا المستقيم DGEL بحيث يكون:

$$\frac{CG \cdot CE}{AE \cdot AL} = \frac{R}{X} \quad (٥)$$

وبما أن AL و CD متوازيان، يكون معنا: $\frac{CE}{EA} = \frac{CD}{AL}$ ، وتصبح المعادلة

$$\frac{CG \cdot CD}{AL^2} = \frac{R}{X} \quad (٥)$$

لنرسم $AJ//BC$ و $LK//BC$ حيث J و K تقعان على CD؛ يتقاطع AJ و DL في U ويكون معنا:

$$\frac{JU}{CG} = \frac{JD}{CD};$$

لكن: $CJ = AB = CD$ ، إذاً $JD = 2CD$ و $JU = 2CG$.

إن الخط الموازي لـ AB والمخرج من U يقطع المستقيم LK على M، ونحصل على $AL = MU$ و $UJ = MK$. فنكتب إذاً:

$$\frac{R}{X} = \frac{CG \cdot CD}{AL^2} = \frac{JU \cdot CD}{2 MU^2};$$

$$\text{لذلك: } MU^2 = \frac{X}{2R} CD \cdot JU$$

$$\text{وإذا وضعنا } 2R = W \text{ و } CD = Q, \frac{X}{W} \cdot CD = Q$$

$$\text{يكون معنا: } MU^2 = Q \cdot JU$$

إذاً M موجودة على القطع المكافئ ذي القطر JA، والضلع القائم Q والذي يكون له JK مماساً في النقطة J. ومن جهة أخرى، بما أن AL و DJ متوازيان، يكون:

$$\frac{AL}{DJ} = \frac{AU}{UJ} = \frac{LM}{MK};$$

ونستنتج من ذلك:

$$\frac{AL + DJ}{DJ} = \frac{LM + MK}{MK};$$

لكن: $AL + DJ = KJ + JD = KD$ و $LM + MK = LK = AJ$

$$\text{معنا إذاً: } MK \cdot KD = AJ \cdot DJ$$

وعليه فإن النقطة M تنتمي إلى القطع الزائد ذي الخططين المتقاربتين DK و DH، والذي يمر بالنقطة A، حيث يكون DH موازياً لـ CB.

وهكذا لا يتطلب الاستدلال أي افتراض على الزاوية ABC؛ ومن غير الضروري ما يظهر في التركيب من قسمة إلى حالتين، فلا تبدو أنها ترجع إلى تحليل ابن سهل.

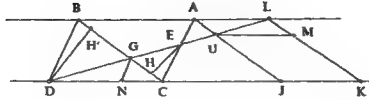
لكن هذا الفرق بين تحليل ابن سهل وتركيب المؤلف المجهول لا يستنفد صعوبات النص. والمؤلف المجهول يتابع ذاكراً فقرة لابن سهل تكنسي أهمية بالغة في تاريخ مسألة المسح في الدائرة في القرن العاشر. وتبدو فيها أقوال ابن سهل كما نُقلت نوعاً من الارتباك يظهر في أسلوب متشقق وملتبس إلى درجة حثت أحد رياضيين ذلك القرن وهو الشني لنتعها بكلام يطول ويحول. كتب ابن سهل بالفعل في بداية هذه الفقرة: «فأما كيف اطراد المعرفة الرياضية بإعطاء نسبة ما بين مثلثي دج ز و ل ا ه فلا سبيل لاتجاه العقول إلى بلوغ استخراجها بتحليل ولا اكتساب مقدمة ولو وجدنا مساعاً يوصلنا إلى نيله لزمنا بسببه إلى علم ما شذ حتى تبع. لكنه ما بقي المستهزء إلا وقلل ببراعة النظر في التعاليم سعي متظاهر هو فيما يهدي إلى استفادته بإطناب وعن ظاهر عما يؤدي إلى الإلحاح فيه، فلنمسك عن تعدي هذه الغاية».

وتكفي إعادة ترميم النص لفهم غرض ابن سهل وتصبح أقواله واضحة تماماً.

فمشروع ابن سهل واضح: برهان مسألة أرخميدس في الحالة العامة، أي لتوازي الأضلاع حيث نسبة مساحتي المثلثين تختلف عن الوحدة. بينما الإنشاء الذي يقدمه يفضي إلى حل في حالة مقابلة مساحتي المثلثين CGE و AEL، في حين تعتبر مسألة أرخميدس المثلثين CGD و AEL. ولا تتطابق هاتان المسألتان، إذ لو أشرنا بـ H و H' على التوالي إلى إسقاطي E و D على BC، تكون نسبة مساحتي المثلثين CGE و DGC مساوية لـ:

$$\frac{EH}{DH'} = \frac{EC}{DB} = \frac{EC}{AC} \quad (\text{المثلثان المتشابهان EHC و DH'B}).$$

الشكل رقم (٣ - ٩)



من جهة أخرى:

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AL}{DC},$$

إذاً:

$$\frac{AC}{EC} = \frac{DC + AL}{DC} = \frac{BL}{DC}.$$

إذاً تكون النسبة مساوية لـ $\frac{DC}{BL} = \frac{1}{\lambda + 1}$ ، حيث فرضنا $\frac{AL}{DC} = \lambda$ ؛ ونلاحظ أنها تعتمد على λ .

لنكتب λ المعادلة الناجمة عن مساواة نسبة مساحة المثلثين CGE و AEL، معطية K (إنشاء ابن سهل). هاتان المساحتان هما:

$$\frac{1}{2} AE \cdot AL \sin O' \text{ و } \frac{1}{2} CE \cdot CG \sin z.$$

غير أن $AE = \lambda \cdot EC$ و $AL = \lambda \cdot DC$ ؛ تكون النسبة إذاً:

$$\frac{CG \sin z}{\lambda^2 DC \sin O'} = k.$$

لنخرج من G الموازي GN لـ DB، فيلاقي DC في N؛ معنا:

$$\frac{GC}{BC} = \frac{NC}{DC} \text{، لذلك } \frac{GC}{BC} = \frac{NC}{DC} \text{ (المثلث BDC).}$$

نكتب المعادلة إذاً:

$$\frac{NC}{\lambda^2 DC} = k.$$

نحسب بعدها NC بواسطة معادلتَي المستقيمين BC و DL في محوري الأحداثيات DC و DB. نكتب هاتان المعادلتان على التوالي:

$$\cdot \frac{y}{AC} = \frac{x}{DC} \cdot \frac{1}{1+\lambda} \text{ و } \frac{x}{DC} + \frac{y}{AC} = 1$$

$$\text{، } x = DC \cdot \frac{1+\lambda}{2+\lambda} \text{ إذًا: تكون DN هي فاصلة G هي DN تكون إذًا:}$$

$$\text{وذلك: } NC = DC - DN = \frac{DC}{2+\lambda}$$

وأخيراً معادلة مسألة ابن سهل هي:

$$\lambda^2 (\lambda + 2) = \frac{1}{K} \quad (1)$$

بينما معادلة مسألة أرخيدس (المعممة) هي:

$$\lambda^2 (\lambda + 2) = \frac{1}{m} (\lambda + 1) \quad (2)$$

$$\cdot \frac{k}{m} = \frac{1}{\lambda + 1} \text{ لأننا قد رأينا بأن } \frac{\text{tr} \cdot \text{DGC}}{\text{tr} \cdot \text{EAL}} = m \text{ حيث:}$$

يعطي استتصال λ بين المعادلتين (1) و (2)، العلاقة بين k و m .

$$\text{لدينا: } m + k = k(\lambda + 2), m - k = k\lambda$$

لذلك:

$$\cdot (m - k)^2 (m + k) = k^3 \lambda^2 (\lambda + 2) = k^2 \quad (3)$$

هذه العلاقة وهي من الدرجة الثالثة في k وفي m ، من المحتمل جداً أن ابن سهل لم يستطع إثبات معادله الهندسي لعظيم صعوبته، فبات مفهوماً استنتاجه أن لا سبيل لانتجاء العقول إلى بلوغ استخراجة بتحليل ولا اكتساب مقدمة.

صحيح أن انشاءه، وهو يعرف ذلك جيداً، لا يحل مسألة أرخيدس. فلانتقال إلى هذه المسألة كان عليه معرفة العلاقة (3) وحلها بالنسبة إلى k حيث m معلومة. ويبدو أن المؤلف المجهول الاسم لم يدرك الصعوبة الحقيقية التي واجهها ابن سهل، بل ومن الجلي أن مسألة أرخيدس قد التبت عليه بالمسألة التي يعالجها ابن سهل. وفضلاً عن ذلك، كتب في مخطوطته «المثلث CGD» بدلاً من «المثلث CGE» مما يظهر لنا هشاشة نقده لابن سهل في هذا المجال.

يبقى علينا أن نتساءل عن الدافع الذي حثّ ابن سهل على تناول مساحتي المثلثين CGE و AEL. من المعقول جداً أن يكون ابن سهل تصور عطفة هندسية، معادلة للعطفة الجبرية التالية: فتش عن حل للمعادلة (3) لقيمة $m = 1$ ، وعندها

جدك؛ ضع k بقيمتها في (١) واحصل على λ ، وبذلك تحصل على حل للمعادلة (٢). فمن الممكن أن يكون ابن سهل قد فكر بهذه الطريقة معتقداً أن حل (١) سيكون أسهل من حل (٢) - لأنه في حال $k = 1$ ، فإن حل (١) يعطيه الرقم الذهبي - $[\lambda = (\sqrt{5} - 1)/2]$ - فيستخدم عندها (١) كمقدمة. كما استطاع لاحقاً اكتشاف، أنه في حال $k \neq 1$ نحصل دائماً على معادلة مكعبة صعوبة حلها تعادل صعوبة معادلة أرخيدس، وهو ما يعني أن المرور بالمثلث GEC لا يثمر عن مقدمة تسمح بحل مسألة أرخيدس. لم يقترب إذا ابن سهل خطأ بل زج نفسه في طريق وعر لاعتقاده بأن حل معادلة مكعبة على مرحلتين أسهل، وهذا غير ممكن. بعدها، يعود مؤلف الرسالة إلى حل مسألة أرخيدس من قبل معاصر لابن سهل ألا وهو القوهي.

وعلى غرار ابن الهيثم من بعده^(١١)، برهن القوهي مقدمة أرخيدس في حال متوازٍ للأضلاع ونسبة مساوية لواحد، مستخدماً تقاطع قطع مكافئ مع قطع زائد؛ والقطع المكافئ المستعمل هو نفسه في كلتا الدراستين، في حين يختلف القطعان الزائدان. يتناول المؤلف مسعى القوهي على الوجه التالي:

ليكن مقطع CD ولنرسم DC عمودياً على DE ومساوٍ له؛ القطع المكافئ ذو الرأس C، والضلع القائم DE والمحور CD يمر في E لأن $ED^2 = DE \cdot DC$. ليكن H القطع الزائد ذا الرأس D، والمحور ED والذي ضلعه القائم يساوي ED، وهو قطع زائد قائم؛ H يقطع P في أربع نقاط. نختار على فرع القطع الزائد الذي رأسه D نقطة G يكون إسقاطها في B على امتداد CD؛ وليكن إسقاط G على ED هو I. ونمد DC بطول $CA = BG = DI$ (الشكل رقم (١١) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). فتكون $AD = EI$ ، وإذا كانت:

$$G \in P, GB^2 = CB \cdot DE = CB \cdot CD = AC^2$$

$$G \in H, GI^2 = EI \cdot ID = AD \cdot AC$$

وبذلك نحقق القسمة A، C، D و B:

(١)

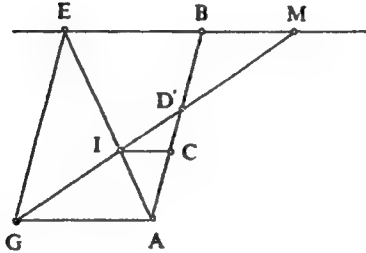
$$CA^2 = CB \cdot CD$$

(١١) انظر: المصدر نفسه.

$$BD^2 = AD \cdot AC \quad (٢)$$

ليكن الآن متوازي الأضلاع ABEG، حيث يحمل الضلع AB القسمة A,C,D,B. يقطع المستقيم GD خط الزاوية في I كما يقطع امتداد EB في M. كون عندئذ مساحتا المثلثين GAI و BDM متساويتين.

الشكل رقم (٣ - ١٠)



نحصل من (١) على $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{CD}$ ، لذلك $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{CD}$. إذا قطع الموازي BE والمدود من C كلا من AE في I_1 و GD في I_2 ، يكون معنا:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AG}{CI_2} \quad \text{و} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CI_1}$$

غير أن $BE = AG$ ، إذاً $CI_1 = CI_2$ ؛ فالنقطتان I_1 و I_2 منطبقتان في I، نقطة تقاطع AE و GD، والمستقيم CI هو التالي مواز لـ AG.

$$\frac{AC}{BD} = \frac{GI}{DM} \quad \text{و} \quad \frac{BD}{AD} = \frac{BM}{AG} \quad \text{لكن} \quad \frac{BD}{AD} = \frac{AC}{BD} \quad (٢): \text{ تكتب المساواة}$$

$$\text{لذلك} \quad \frac{BM}{AG} = \frac{GI}{DM} \quad \text{وبالتالي} \quad MB \cdot MD = GI \cdot GA$$

مساحتا المثلثين BMD و IGA متساويتان، لأن الزاويتين M و G متساويتان. هذه هي طريقة القوهي التي أخذ بها المؤلف المجهول، الذي يريد، فضلاً عن

ذلك، الذهاب إلى أبعد كي يحلّ الحالة التي تفتحصها ابن سهل ليظهر إمكانية التعميم. هكذا إذا أردنا أن تكون:

$$\frac{\text{aire BDM}}{\text{aire GIA}} = \frac{K}{L},$$

فإننا انطلاقاً من المقطع CD، ننشئ كالمسابق المقطع الكافء P. ثم ننشئ القطع الزائد H₁، ذا الرأس E، والمحور DE، والذي ضلعه القائم H محمداً بالعلاقة:

$$\frac{H}{DE} = \frac{K}{L}$$

يتقاطع P و H₁ في النقطة G التي تسقط في B على امتداد CD. فيكون:

$$G \in P, GB^2 = CB \cdot DE = CB \cdot CD$$

$$G \in H_1, GI^2 = EI \cdot ID \cdot H/ED = EI \cdot ID \cdot K/L$$

وإذا مدّ DC أبعد من C بطول AC، فيكون لدينا:

(١)

$$AC^2 = CB \cdot CD$$

(٣)

$$BD^2 = AD \cdot AC \cdot K/L$$

من المساواة (١) نستنتج كالمسابق أن CI مواز لـ AB. ومن المساواة (٣) نستخلص:

$$\frac{BD^2}{AD \cdot AC} = \frac{BM}{AG} \cdot \frac{DM}{IG} = \frac{K}{L},$$

وبذلك تكون النتيجة.

رابعاً: الاسطرباب ومنهج الاسقاطات

تمّ اكتشاف طريقة التحويلات في الهندسة في القرنين التاسع والعاشر بشكل شبه طبيعي، وباستقلالية، وذلك في خضم دراسة مجموعتين من المسائل. المجموعة الأولى ذات طابع رياضي خالص وتنتمي إلى المدرسة الأرخيدسية والأبولونية العربية؛ وهي تضم مسائل أثيرت في غمرة دراسة المخروطات، ومساحات بعض القطوع الناقصة والمكافئة^(١٢)، ورسم بعض

(١٢) مثلاً، تطبيق الآفنية من قبل ثابت بن قرة لتحديد مقطع اهليلجي، ولتحديد مقطع مكافئي من قبل ابراهيم بن سنان. انظر: Rushdi Rashid, «Ibrāhīm Ibn Sinān Ibn Thābit Ibn Qurra», in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1973), vol. 7, and Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, pp. 130 sqq.

المنحنيات^(١٣). أما المجموعة الثانية فتحوي، على نقيض ذلك، مسائل طُرحت أثناء تطبيق الهندسة لحل المسائل الرياضية المطروحة من قبل الفلكيين، ولا سيما تلك المتعلقة بتمثيل الكرة الدقيق، بغية إنشاء اسطرلاباتهم. وهذه المسائل هي، بالتأكيد، قديمة جداً فبطليموس قد لجأ إلى الإسقاط التسطيحي^(١٤). غير أننا نشهد في القرن التاسع انطلاق ظاهرة جديدة كل الجدة تتمثل بتقدم لم يسبق له مثيل في إنشاء الاسطرلابات واستخدامها. ولا مجال لدينا هنا لوصف الطلب الاجتماعي على هذه الآلة سواء عند الفلكيين أو المنجمين أو الأطباء، الأمر الذي أدى إلى نشوء مهنة جديدة، هي مهنة «الاسطرلابيين» كما سُميت^(١٥). وقد أثار الطلب المتزايد مضاعفة الأبحاث حول الإسقاطات بغرض إنشاء الاسطرلابات، وانكب الرياضيون أمثال الكندي وبنو موسى والحازن وإبراهيم بن سنان والسجزي وغيرهم، على دراسة الرسم الهندسي للأشكال على الاسطرلاب، وعلى طريقة الإسقاطات. وكذا الأمر عند الرياضيين الفلكيين، مما تشهد به أعمال ماشاء الله والمرورودي والفرغاني وحش والصوفي حتى لا نذكر إلا بعض الأسماء. وهكذا أطلق الرياضيون والرياضيون الفلكيون إذاً النقاش حول فضائل الاسطرلابات المختلفة ومزايا مختلف الإسقاطات. ويروي الفرغاني وكتاب آخرون أنه في عهد الخليفة المأمون اخترع الكندي -أو المرورودي- إسقاطاً أسماه المبطّخ -أي بشكل البطيخ الأصفر- وهو إسقاط سمّي متساوي الأبعاد مرجعه أحد قطبي فلك البروج، ويشابه إسقاط لامبر (Lambert) وكاغنولي (Cagnoli) لاحقاً. ونعلم كذلك، من المصادر عينها، أن الرياضيين بني موسى تناولوا بالنقد هذا النوع من الإسقاط كوسيلة لإنشاء الاسطرلاب. كما قدّم الفرغاني نفسه، في تلك الحقبة، أول عرض نظري في التاريخ عن الإسقاط التسطيحي.

هذه المناقشات، التي غالباً ما اتخذت طابع المساجلات والتي نقلها لنا شاهد

(١٣) مثلاً، رسم القطع الزائد انطلاقاً من دائرة على يد إبراهيم بن ستان.

O. Neugebauer, «The Early History of the Astrolabe», Studies in Ancient Astronomy, (١٤) IX, Isis, vol. 40, no. 3 (1949), pp. 240 sqq.

(١٥) خُصص ابن النديم سابقاً في القرن العاشر جزءاً من فصل من فهرسه لإنشاء الآلات ولصانعيها ولا سيما الاسطرلابيين، زد على ذلك أن صفة «الاسطرلابي» استعملت للدلالة على بعض هؤلاء. انظر: إبر الفرج محمد بن اسحق بن النديم، الفهرست، تحقيق رضا تجمد (طهران: د.ن.)، (١٩٧١)، ص ٣٤٢ - ٣٤٣.

من ذلك العصر -الفرغاني-، والبيروني^(١٦) من بعده، تكفي لإظهار جدة هذا البحث، إذ لم يظهر مطلقاً في السابق اهتمام كهذا بالاسقاطات، ولم تخصص كتابات هذا القدر لدراستها. وهكذا، فمن الطبيعي في هذه الظروف، أن أدت هذه الأبحاث، نتيجة عددها وتنوعها وما أثارته من جدل حول الإسقاطات المختلفة، إلى بروز مشروع جديد: إعداد النظرية الأولى لمنهج الإسقاطات، بل ولهندسة إسقاطية موضعية للكرة، كما سنتين لاحقاً. هذا الجدل المنطلق منذ بداية القرن العاشر، بل منذ القرن التاسع، احتدم بقوة في أعمال القوهي وابن سهل، في النصف الثاني من القرن العاشر.

فالقوهي هو مؤلف رسالة من مقالتين حول صناعة الاسطrolab بالبرهان، وهي تبدأ بفصل عن نظرية الاسقاطات. ولقد بدت هذه الكتابة «صعبة الفهم» لأحد معاصريه، الذي وجد، في هذا الفصل التمهيدي، مفاهيم لم يوضحها المؤلف، فتوجه، لسبب نجهله، إلى ابن سهل ليعمل على سدّ هذه الثغرات وليبرهن بالتركيب موضوعات كان القوهي قد اكتفى بإثباتها بالتحليل. وهذه كانت الظروف التي أمل فيها ابن سهل شرحه. وهكذا نرى ترابط نصي ابن سهل والقوهي، الأمر الذي يلزمنا بعرضهما كليهما. ولكن، إضافة إلى فائدة هذا العرض، ينبغي هنا الإشارة إلى وضع مميز للبحث في رياضيات القرن العاشر: رياضيان معاصران وبالمستوى نفسه يشاركان أحدهما تلو الآخر، في تشكيل فصل من الهندسة. ولشرح ابن سهل وقع خاص جداً، فبإبداع، سيضيف مفهومه كرياضي بارع إلى فصل يجري إعداده. وسنحاول، قدر استطاعتنا في هذا

(١٦) يعود البيروني أكثر من مرة إلى هذا الجدل. ففي رسالته الصغيرة حول تسطيح الصور وتطبيع الكور، يشير البيروني الاسقاط السمتي والتساوي الأبعاد الذي اكتشفه الكندي أو المرورودي، حسب الفرغاني، والذي حسنه الأول. يذكر البيروني بالجدل المثار ضد هذا الإسقاط من قبل محمد بن موسى بن شاعر ومن بعده الفرغاني. فهو يكتب: «وقد يمكن نقل ما في الكرة إلى السطح بطريق آخر قد نسب أبو العباس الفرغاني في نسخ عدة من كتابه الموصوم بالكامل إلى يعقوب بن إسحق الكندي، وفي عدة منها إلى خالد بن عبيد الملك المرورودي، وهو الذي يسمى اسطrolabاً مبطناً، ووجد لحيش كتاب مقصور على صناعته، وأصحاب هذه الصناعة فيه فريقان: إما مستهجن وإما مستحسن إليه». انظر: أبو الريمان محمد بن أحمد البيروني: تسطيح الصور وتطبيع الكور (لیدن، ١٠٦٨)، ص ٣٠٠ - ٣١٤، و «تسطيح الصور وتطبيع الكور»، تحقيق أ. سعيدان، المجلة العلمية (الجمعية الأردنية - الأردن)، السنة ٣، العددان ١ - ٢ (١٩٧٧). كما يذكر هذا الجدل في: أبو الريمان محمد بن أحمد البيروني، استيعاب الوجوه الممكنة في صناعة الاسطrolab (لیدن: مكتبة جامعة لیدن، ١٩٧١)، خطوط رقم ١٠٦٦، ص ٨٩ - ٩٠.

العرض، احترام الصلات القائمة بين هذين الإنجازين اللذين ترابطا في التاريخ.

لم يتم القوي، وقد فهمنا ذلك جيداً في رسالته هذه، بالمسائل التطبيقية التي قد تشغل الحرفيين صناع الاسطرلابات؛ بل اهتم بالنظرية الهندسية التي تركز عليها هذه الصناعة: فعنوان الرسالة وترتيب الفصول ومحتواها، كل ذلك لا يترك مجالاً للشك حول مراميها النظرية أساساً. زيادة على ذلك، فالفصل الأول من المقالة الأولى التي تشكل المقدمة تتجاوز كثيراً هذه المهمة، إذ تقدم عرضاً لطريقة الاسقاطات. ويخصص ابن سهل أكثر من نصف مناقشته للفصل الأول هذا، نظراً إلى الأهمية التي يوليها لدراسة اسقاطات الكرة، وبشكل شبه مستقل عن مسائل الاسطرلاب. ونتوقف عند فصل القوي هذا، وعند مناقشة ابن سهل له.

يبدأ القوي بالتذكير بكون الاسطرلاب آلة تستعمل لدراسة الفلك المتحرك بحركة دورانية حول محور، وبالاسقاط على سطح متحرك منطبق على سطح ثابت. وللقيام بهذه الدراسة، ينصرف القوي، وأكثر منه ابن سهل أيضاً، إلى دراسة أخرى، أكثر شمولية تتعلق بإسقاط كرة ذات محور معلوم على سطح دوراني أو غير دوراني. وتقودها هذه الدراسة، بدورها، إلى تمييز حالتين للسطح الدوراني، تبعاً لكون محوره موازياً لمحور الكرة أم لا. وهكذا انساب القوي وابن سهل من بعده، إلى تعريف الاسقاطات الاسطوانية - ذات منحى موازٍ أو غير موازٍ لمحور الكرة - والاسقاطات المخروطية انطلاقاً من رأس ينتمي إلى هذا المحور أم لا.

وفي ضوء معرفتنا الراهنة، فإنها المرة الأولى التي يظهر فيها مفهوم الاسقاطات الاسطوانية وتعبيرها، وهي اسقاطات عمودية أو مائلة؛ وكذا الأمر بالنسبة إلى الاسقاطات المخروطية، ليس فقط انطلاقاً من نقطة كيفية على المحور، بل وانطلاقاً من نقطة ما خارج المحور أيضاً. بعبارة أخرى، فقد شُرع في دراسة الاسقاطات الاسطوانية قبل البيروني^(١٧)؛ ومن الممكن أن تكون هذه الدراسة قد

(١٧) أجمع المؤرخون حتى يومنا هذا على أن البيروني هو مبدع الإسقاط الاسطواني، انظر مثلاً:

داناسرشت، رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية، ص ١٨، و Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, p. 127.

ينبع هذا الرأي، حقيقة، من تأكيد كرهه البيروني نفسه. ففي تسلسل الأحداث كتب: «وقد نقل أبو حامد =

جرت في الوقت نفسه الذي تناول فيه الصاغاني، الإسقاطات المخروطية انطلاقاً من نقطة خارج الأقطاب وحتى خارج المحور أيضاً. تشير في هذا المجال إلى أن القوي لم يدع أية أسبقية كما لم ينسبها ابن سهل له.

ولا تقل أهمية طريقة عرض هذين المؤلفين لهذه المفاهيم الجديدة عن أهمية هذه المفاهيم نفسها. إذ إنها تشكل أصول مقالٍ في طريقة الانشاءات. هذا المقال

= الصاغاني مركز المخروطات من القطبين وجعله داخل الكرة أو خارجها على استقامة المحور فتشكلت خطوط مستقيمة ودوائر وقطوع نواقص ومكانيات وزوائد كما أرادها، ولم يسبق إلى هذا التطبيع العجيب، ومنه نوع سميت الاسطواني ولم يتصل بي أن أحداً من أصحاب هذه الصناعة ذكره قبلي، وهو أن يجوز على ما في الكرة من الدوائر والنقط خطوط وسطوح موازية للمحور فيتشكل في سطح النهار خطوط مستقيمة ودوائر وقطوع ناقصة فقط. انظر: أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني، «الأثار الباقية عن القرون الخالية»، في: *Chronologie Orientalischer Völker*, ed. C. E. Sachau (Leipzig: [n. pb.], 1923), p. 357.

لا يترك هذا النص أي إشكال، إذ يؤكد البيروني أسبقية الصاغاني بتعميم الإسقاط المخروطي، ويذكر نفسه باختراع الإسقاط الاسطواني.

ويرد البيروني ذلك في رسالته *تطبيع الصور وتطبيع الكور* فيكتب: «وأما التطبيع الاسطواني فهو الذي خطر ببالي من كثرة ما أفاض فيه الفرغاني من الهذيان في آخر كتابه من الرد على الاسطلاب المطبخ. وأظن أن السبق لي إليه، وقد سميت التطبيع، لعله ليس هذا موضعها، وهو من نوع متوسط لا شمالي ولا جنوبي أو به يمكن أن تطمح كواكب الفلك بأسرها من سطح فلك معدل النهار أو في سطح أي دائرة عتقية فرضت». انظر: البيروني: *تطبيع الصور وتطبيع الكور* (اليدن، ١٠٦٨)، و«تطبيع الصور وتطبيع الكور»، ص ١٤.

وفيه ما يدعي البيروني من أسبقيته في اكتشاف الإسقاط الاسطواني.

أخيراً في كتابه *استيعاب الوجوه للمكة* في صفة الاسطلاب يقدم البيروني الإسقاط نفسه، ويلقبه حينها بالإسقاط «الكامل» لأنه «يمكن أن تطمح كواكب الفلك بأسرها»، انظر: البيروني، *استيعاب الوجوه للمكة* في صفة الاسطلاب، ص ٨٢، ثم يضيف: «مبنى هذا التطبيع على الفصول المشتركة لسطح معدل النهار ولمحيطات الأساطين والمجسمات الناقصة المتوازية الأغصاع، المتوازياتها لمحور الكرة، فإنه مهما أجيء على محيطات المدارات سطوح أساطين بالشريطة المتقدمة قاطعة سطح معدل النهار على دوائر متوازية مساوية لمقادير المدارات أو متى أجيء على محيطات الدوائر المثلثة في الكرة سواء كانت عظاماً أو كانت صغاراً بمجسامات نواقص بالوضع المذكور تسلطت على سطح معدل النهار عند التقاطع قطعاً ناقصة مخنقة الأغصاع والمقادير».

يبقى أن نشير إلى أن البيروني اعترف بأن كتاب *الكامل* للفرغاني هو الذي أوحى له بفكرة الإسقاط الاسطواني انطلاقاً من قراءة نقدية، كما يؤكد بأن الفرغاني قد اعتقد أن هذا الإسقاط - أي الاسطواني - مستحيل.

وضمن هدف بحثنا هذا، نكتفي إذاً بأن نسلّم بأن حدس الفرغاني قد مكّنه من إدراك الإسقاط الاسطواني مرتين: مرة عند القوي، ومرة عند البيروني. ونفترض حتى الساعة أن البيروني كان يجهل دراسات القوي ودراسات ابن سهل. ويؤرّز افتراضنا هذا، على الرغم من غرابته، معرفتنا بعمل البيروني، فما من أحد تعرّف إليه قادر على الظن ببحث مؤلفه أو قلة أمانته.

يبقى أن القوي وابن سهل قد درسا الإسقاطات الاسطوانية، قبل البيروني بمدة طويلة، وبطريقة أكثر شمولية منه.

الذي أثارته بلا ريب، مسائل صناعة الاسطرلاب، علماً ان صياغته كانت بمعزل عنها.

يقوم القوهي بتحديد حالات الاسقاط المختلفة، كالاسقاط الاسطواني ذي الاتجاه غير الموازي لمحور الكرة، والاسقاط المخروطي ذي الرأس الذي لا يقع على الكرة، أي بعبارة أخرى، يُدخل مع ابن سهل النماذج المختلفة للاسقاطات، في حين أن الاسطرلاب لا يستلزم إلا الاسقاط التسطيحي منها. وبغية الكشف عن سمة البحث الهندسي هذه، لنقم بتناول مراحلها المختلفة كما نجدها عند القوهي ومن ثم، وبصورة أكمل، عند ابن سهل.

لا يكتفي ابن سهل بدراسة هذه الاسقاطات فحسب، بل ويهتم كذلك بالطريقة التي تتيح بقاء سطح الاسطرلاب المتحرك منطبقاً على السطح الثابت خلال دورانه في مختلف الحالات. وابتداءً بالحالة التي يكون فيها سطح الاسطرلاب مستوياً، فيكون كل عمودي على هذا المستوي هو عندئذ محوراً لهذا المستوي.

حيثُ يتطرق ابن سهل لوضعين حسبما يكون محور الكرة BC ومحور السطح A منطبقين أم لا. في الحالة الأولى، حيث المحوران منطبقان، يُدخل ابن سهل، على غرار القوهي، ولكن بإعداد أفضل، المفاهيم التالية:

١ - الاسقاط الأسطواني ذا المنحى D الموازي لـ BC (الشكل رقم (١) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

إذا تطابق المحور BC مع محور دوران السطح المتحرك واخترقه في A ، تكون هذه النقطة اسقاط النقطتين B و C . إن دوران نقطة ما M من الكرة حول BC تتسبب في دوران اسقاطها M' حول A ، وبالتالي حول المحور BC . وهكذا يبقى السطح المتحرك، مجموع النقاط M' ، مطابقاً لوضعه الأولي، أي منطبقاً على السطح الثابت. ولنلاحظ أنه، إذا كان السطح A مستوياً، نحصل عندئذ على اسقاط عمودي.

٢ - الاسقاط الأسطواني ذا المنحى D غير الموازي لـ BC (الشكل رقم (١) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

لتكن A و E اسقاطين متوالين للنقطتين B و C الثابتين؛ إذا A و E هما ثابتان

أيضاً. يسبب دوران M ، وهي نقطة من الكرة، حول BC مساراً اهليلجياً، أي بالتالي غير دائري، لنقطة إسقاطها M' . فلا يستطيع بذلك السطح A الدوران حول المحور BC ، لأن فيه نقطتين ثابتتين A و E .

٣ - الإسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة D على المحور BC (الشكل رقم (٢) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

في حال $D \neq B$ و $D \neq C$ ، تصبح A إسقاط النقطتين B و C .

في حال $D = B$ ، تكون A إسقاط C ، وفي حال $D = C$ ، تكون A إسقاط B .

وبما أن B و C ثابتان، تكون A ثابتة أيضاً، وبذلك تكون النقطة الوحيدة الثابتة في السطح A . وهكذا يستطيع هذا السطح الدوران على السطح الآخر.

٤ - الإسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة D موجودة خارج المحور BC (الشكل رقم (٢) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

في هذه الحالة، يكون إسقاطا القطبين B و C مختلفين؛ لنسمهما A و E . فيكون للسطح A نقطتان ثابتتان A و E ، ولا يستطيع بالتالي أن يدور ويبقى منطبقاً مع السطح الآخر.

يعرض ابن سهل بعد ذلك للحالة التي يكون فيها المحور BC ومحور السطح A غير منطبقين. إن سطح الاسطرلاب المتحرك A ينجرّ بدوران الكرة حول BC مهما كان نوع الإسقاط. فإذا دار A حول BC ، لا يبقى السطح منطبقاً على وضعه الأصلي، لأن BC ليس عمودياً على السطح A . وبذلك لا يبقى السطح A منطبقاً على السطح الثابت.

إذا كان سطح الاسطرلاب بحيث إن أحدهما ثابت والآخر متحرك يدور حول AA ، غير مستويين، لا يمكن للسطح المتحرك أن يبقى منطبقاً على السطح الثابت إلا إذا كان AA و BC منطبقين، كحالة الإسقاط الاسطواني الموازي لـ BC ، وحالة الإسقاط المخروطي ذي رأس موجود على BC .

ثم يحدد ابن سهل بعض خصائص الإسقاطات. فيبتدئ بعرض كيفية حصول الإسقاط على سطح الاسطرلاب، بتقاطع سطحين. ويذكر بأن الإسقاط،

إذا كان اسطوانياً ذا منحنى D ، فإنه يقرن سطحاً اسطوانياً بكل دائرة ذات مستوى غير مواز لـ D أو لا تحتوي على D . أما إذا كان الاسقاط مخروطياً انطلاقاً من النقطة B ، فإنه يقرن سطحاً مخروطياً بكل دائرة لا يحتوي مستويها على النقطة B .

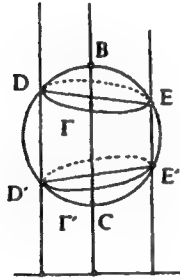
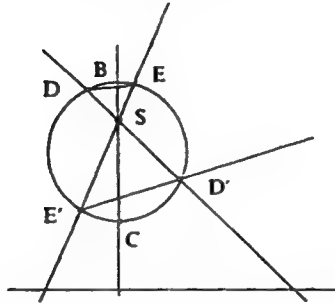
إذا كان سطح الاسطرباب هو نفسه اسطوانياً أو مخروطياً، فإن اسقاط كل دائرة من الكرة، باستثناء الدوائر الآتية الذكر، يحصل بتقاطع سطحين اسطوانيين، أو مخروطيين، أو مخروطي واسطواني. نلاحظ أن هذه التقاطعات، وهي منحنيات من الدرجة الرابعة محللة أو غير محللة، ليست في العموم مستوية. وعلى غرار القوهي يحمل ابن سهل هنا دراسة هذه التقاطعات. وخلافاً للحالات السابقة حيث مستوى إحدى دوائر الكرة مواز للمنحنى D أو محتوٍ عليه، فإن الاسقاط الاسطواني يقرن بهذه الدائرة مستويًا موازيًا لـ D .

من ثم يرجع ابن سهل في مناقشته نص القوهي إلى فكرة المسقط (projetante). فيشرح في هذا المضمار أنه في حالة الاسقاط الاسطواني ذي المنحنى D ، يكون مُسقط نقطة ما مستقيماً موازيًا لـ D ؛ ويكون السطح المُسقط لخط ما L ، ما لم يكن L مستقيماً موازيًا لـ D ، سطحاً موازيًا لـ D منبثقاً من جميع نقاط L . أما إذا كان L مستقيماً موازيًا لـ D ، فيكون مسقطاً لنفسه.

في الاسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة B ، يكون السطح المسقط لدائرة، في العموم، سطحاً مخروطياً ذا رأس B ، إلا إذا كانت B في مستوي الدائرة؛ فيكون حينها السطح المُسقط هذا المستوي نفسه.

في الاسقاط الاسطواني ذي المنحنى BC ، تقطع الاسطوانة المُسقط لدائرة Γ قطرها DE ، الكرة في دائرة أخرى Γ' قطرها $D'E'$ ؛ لهاتين الدائرتين إذا الاسقاط نفسه. فإسقاط نقطة ما من القبة الكروية ذات القاعدة Γ ، ينطبق مع إسقاط نقطة من القبة الكروية ذات القاعدة Γ' . وكذا الأمر في حال الاسقاط المخروطي إذا كان رأس المخروط S على المحور BC .

الشكل رقم (٣ - ١١)



هنا أيضاً يشير ابن سهل الحالات الاستثنائية، التي لم يُشر إليها القوهي، والتي أتينا على ذكرها: كالدوائر التي يحتوي مستويها على D أو يكون موازياً له، والدوائر التي يحتوي مستويها رأس القطع المخروطي. ويعد إبعاد الحالات

الاستثنائية هذه، يتفحص ابن سهل إسقاط دائرة ما، مفترضاً بأن سطح الاسطرلاب مستو ومتعامد على محور الكرة AB . فيبرهن أولاً أن الإسقاط الاسطواني لأية دائرة من الكرة ذات مستوٍ غير متعامد على AB هو إسقاط اهليلجي. وهكذا، فإسقاط دائرة قطرها CF (الشكل رقم ٤) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، هو قطع ناقص محوره الصغير DE ويساوي طول محوره الكبير CF ، أما مركزه فهو إسقاط مركز الدائرة G .

في حالة الإسقاط المخروطي، عندما يكون رأس المخروط نقطة G من محور الكرة AB ، يتفحص ابن سهل حالتين: بحسب انتماء G إلى $[AB]$ أو إلى $[AX]$ ، ويدرس إسقاط دائرة ذات قطر CF ، ومركز H ، على مستوٍ متعامد على AB (الشكلان رقما ٥) و(٦) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

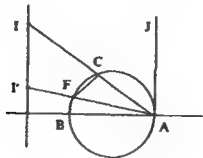
في حال: $G \in [AB]$, $\angle AFC > \angle GFC$ و $\angle GDE > \angle AIE$ ،
وفي حال: $G \in [AX]$, $\angle AFC < \angle GFC$ و $\angle GDE < \angle AIE$.
في كلتا الحالتين، إذا كان AJ هو المماس في A على الدائرة، $AJ \parallel DE$ ، ويكون معنا:

$$\angle AFC = \angle IAJ = \angle AIE;$$

إذا، نجد في الحالة الأولى، $\angle GFC > \angle GDE$.

وفي الحالة الثانية $\angle GFC < \angle GDE$ ، وفي الحالة الثانية $\angle GFC < \angle GDE$.
عندئذ، وفق أبولونيوس، يكون إسقاط الدائرة CF قطعاً مخروطياً غير دائري DE .

الشكل رقم (٣ - ١٢)



ولا يتفحص ابن سهل الحالة التي يكون فيها رأس المخروط G في A أو في B (الشكل رقم (٣ - ١٢))، ولا يدرس بالتالي حالة الاسقاط التسطيحي الذي تفحصه القوهي بالتفصيل، إذ درس هذا الأخير الاسقاط التسطيحي ذا القطب A، الذي يحول الكرة S ذات القطر AD إلى مستوى متعامد على AD، مستوى مأخوذ كمستوى اسقاطي، ثم يبرهن أن كل دائرة من S لا تمر في A تتحول إلى دائرة من P. ويمكن إعادة صياغة برهانه المتعلق بالقضية ٥ من الكتاب الأول من المخروطات، كالتالي:

لتكن H نقطة التقاء P والمحور AD (الشكل رقم (١) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ولتكن على الكرة الدائرة ذات القطر BC، وليكن مستويها متعامداً على مستوي الشكل؛ وليقطع AB و AC المستوي P على التوالي في E و G يكون معنا:

$$\angle ADB = \angle AEG \text{ ، إذا } \angle AHE = \angle ABD = \frac{\pi}{2}$$

لكن $\angle ADB = \angle ACB$ (زوايا محوطة في دائرة)، إذاً $\angle AEG = \angle ACB$.

ووفق أبولونيوس (الكتاب الأول، القضية ٥) يقطع المستوي P المخروط CAB بحسب دائرة قطرها GE.

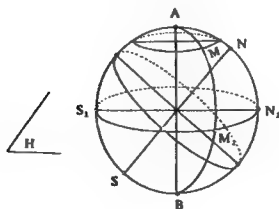
يبرهن القوهي أيضاً أن كل دائرة من S تمر في A تتحول إلى مستقيم من المستوي P الذي هو مستقيم تقاطعه مع مستوي الدائرة L.

وهكذا برهن خاصة أساسية للاسقاط التسطيحي، فحواها أن الدوائر التي لا تمر في القطب تتحول إلى دوائر، بينما تتحول تلك التي تمر في القطب إلى مستقيمت.

لا يناقش ابن سهل فقرة القوهي هذه المتعلقة بالاسقاط التسطيحي، معتبراً هذه النتيجة معروفة. وبما أن هذا الاسقاط هو غالباً ما يكون تطبيقاً في دراسة الاسطرلاب، فعدم اهتمام ابن سهل النسبي به يثبت ما قد ذكرناه سابقاً عن توجه اهتمامه إلى المسألة الأشمل للاسقاطات.

خصص القوهي إذاً مجمل الفصل الأول، والذي أعاد ابن سهل، بشكل ما، صياغته، للمفاهيم الاسقاطية، من دون أن يتطلب ذلك أية معرفة بالاسطرلاب، أو بعلم الفلك. وباستثناء المصطلحات، لا يختلف الوضع إلا قليلاً في الفصول الأخرى، إذ إن القوهي، كما ذكرنا، يهدف إلى حل المسائل الهندسية التي يمكن

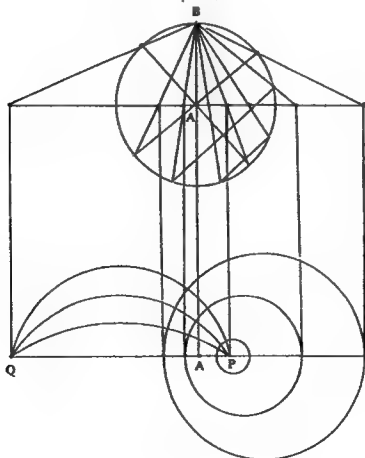
الشكل رقم (٣ - ١٣)



يقطع مستوى فلك البروج الكرة وفق دائرة كبيرة، هي أفق خاص، يسمى اسقاطها على الاسطرلاب بدائرة البروج. يتحدد موضع نقطة ما بالنسبة إلى مستوى البروج بقوسين هما الأحدثايات البرجية، على غرار أفق ما H. ويمكننا تقسيم فلك البروج بحسب قيم مختلفة للسمت، فعلى سبيل المثال، تتوافق صور البروج الاثني عشر مع تقسيم السمت ٣٠ إلى ٣٠.

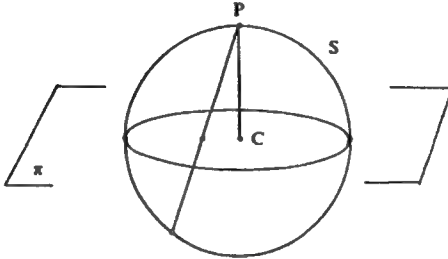
يُنشأ الاسطرلاب لمكان معين بحسب خط عرض هذا المكان. ويرسم، من ناحية أولى على مستوي الأفق الخاص بهذا المكان والدوائر الموازية لهذا الأفق، والتي تشكل حزمة دوائر نقطتها الحدوديتان هما اسقاطا قطبي الأفق، ونرسم من ناحية أخرى دوائر الارتفاع التي تمر كلها بإسقاطي القطبين. تتعامد كل دائرة من إحدى الحزمتين مع جميع دوائر الحزمة الأخرى. وحدها، الدوائر الأفقية القريبة من أحد قطبي الأفق، يمكن تمثيلها كاملة. أما بقية الدوائر فيمثلها فقط اسقاط قوس منها. وكذا الأمر مع دوائر الارتفاع، لأن الكرة السماوية ليست مسطرة بكاملها على الاسطرلاب.

الشكل رقم (٣ - ١٤)



بعد هذه المعلومات الأولية التي أوردناها، فإن كل المسائل التي يتطرق إليها القوهي، ابتداءً بالفصل الثالث من المقالة الأولى هي مسائل هندسية. وقبل تفحصها بالتفصيل نشير إلى طريقته: تتمثل الكرة السماوية بكرة S مركزها C وقطبها P ، ومستوي الاسطراب هو المستوي الاستوائي π المقرون بهذا القطب.

الشكل رقم (٣ - ١٥)



تتصل جميع المسائل التي طرحها القوهي بـ S و π ، إذ إن π هو الإسقاط التسطيحي للكرة S انطلاقاً من القطب P ؛ أو بتعبير أخرى لم يعرفها القوهي، π هي متحولة S بالنسبة إلى تعاكس (inversion) مركزه P وقدرته $2R^2$ ، حيث R هو شعاع الكرة.

على هذا النحو يشرح القوهي، في الفصلين الثالث والرابع من المقالة الأولى حيث S و π معطيان، كيف ننشئ على π إسقاطاً دائرة مرسومة على S ، دائرة موازية ومن ثم دائرة ارتفاعٍ لأفق معين.

يعطي في المقالة الثانية المستوي π ويطلب تحديد الكرة S بواسطة مركزها وشعاعها.

في الفصل الأول من المقالة الثانية هذه، نعرف نقطة A من المستوي π والمسافة الزاوية من مائلتها إلى قطب الكرة، ومعطية ثلاثة يمكن أن تكون إما نقطة - كالقطب أو كمركز الدائرة - وإما طولاً - كشعاع الكرة أو المقطع الذي يصل

مركز الكرة أو قطبها بمماثلة إحدى النقاط التي نعرف بعدها الزاوي عن القطب.. في المسألة السادسة من الفصل الأول، فإن المعطية الثالثة هي: نقطة B من المستوي π ، والمسافة من مائلتها إلى قطب الكرة. وباختصار، ترجع كل مسائل الفصل الأول إلى انشاء نقطة ما.

في الفصل الثاني من المقالة الثانية إننا نعرف: دائرة في المستوي π والبعد الزاوي بين قطب مائلتها وقطب الكرة، ومعطية أخرى يمكن أن تكون قطب الكرة أو مركزها أو شعاعها، أو طولاً يساوي المسافة بين نقطتين من المستوي π أو بين نقطة من الكرة وأخرى من المستوي π . في المسألة السادسة من هذا الفصل، تكون المعطية الثالثة: نقطة E من المستوي π والمسافة بين مائلتها وقطب الكرة. ويقوم القوهي أحياناً، عن طريق انشاء مساعد، بتحويل مسألة من هذا الفصل إلى مسألة سبق له أن عالجها.

أما الفصول الثالث والرابع والخامس فهي مفقودة من النسخة التي نعرفها. ويتألف الفصل السادس من مسألة وحيدة، لا نعرف فيها π ولا S؛ والمعطيات هي: قطب الكرة B من S والنقطة A من π ، ومائلتها بالنسبة إلى أفق معين. نعرف إذا البعد الزاوي من قطب هذا الأفق إلى قطب الكرة، ومسافتين أخريين، هما الاحداثيان الاقبيان - السميت والارتفاع - لمائل A بالنسبة إلى الأفق المحدد.

من الواضح إذاً أن المقصود في كل هذه الفصول، هي المسائل الهندسية المتعلقة بالاسقاطات. يخصص القوهي الفصل السابع لمقدماتٍ استعارها من مقالتين أخريين من كتبه ليبرهنها مجدداً هنا بالتحليل.

لنأت الآن إلى تحليل أكثر تفصيلاً لحلول القوهي وابن سهل، كي ندرك بصورة أفضل محتوى مفاهيمهما الاسقاطية، وحدودها أيضاً. لنتناول إذاً المسألتين الأساسيتين المعروضتين في الفصلين الثالث والرابع ولنتنقل بعدهما إلى الفصل السادس من المقالة الثانية، الذي عالج به كلا الرياضيين المذكورين. وبغية تسهيل عرضنا، نحيل مناقشة بقية المسائل إلى الملاحظات الاضافية في آخر الكتاب.

يدرس الفصل الثالث من مقالة القوهي الأولى إسقاط دائرة موازية لأفق ما على مستوي الاسطربلاب.

لتكن الدائرة ذات المركز A، وسطح الاسطربلاب، وقطران BD و CE متعامدين في الدائرة (الشكل رقم ٢) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال

(الأجنبية). يحدد أفق معروف بالقوس DG، حيث G هي قطب للأفق و D قطب للكرة. والمطلوب هو تمثيل دائرة يكون مستويها موازياً لهذا الأفق المعروف ومحدداً بالقوس GI، وهو المسافة بين نقاط هذه الدائرة وبين قطب الأفق G. هذه الدائرة هي الدائرة ذات القطر IK. يرسم القوهي الشكل في مستوي خط الزوال π للأفق المعروف، وتمثل الدائرة BCDE في الوقت نفسه، خط الزوال هذا وانطبق المستوي الاستوائي على π ، وفق المستقيم EC.

يقطع المستقيمان BI و BK المستقيم CE في L و M. تكون إذاً الدائرة ذات القطر LM الاسقاط التسطيحي على المستوي الاستوائي للدائرة ذات القطر IK، وانطبقها يكون الدائرة المطلوبة. ويكون بالتالي معروفاً ارتفاع هذه الدائرة بالنسبة إلى أفق معين.

يعالج القوهي في الفصل الرابع انشاء دائرة سمتية، أي الاسقاط التسطيحي لدائرة تمر في القطبين.

لتكن الدائرة BCDE ذات المركز A سطحاً للاسطرلاب (الشكل رقم (٣) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). يمثل قطبا الكرة B و D، وقطبا الأفق المعروف بـ G و I. نريد أن نسقط على مستوي الاسطرلاب دائرة تمر في القطبين G و I وفي النقطة S المعروفة في الأفق، أو دائرة موازية للأفق، يكون قطراً لها.

وكما في المسألة السابقة، تمثل الدائرة BCDE في الوقت نفسه خط زوال الأفق المعروف، وانطبق المستوي الاستوائي على مستوي خط الزوال هذا.

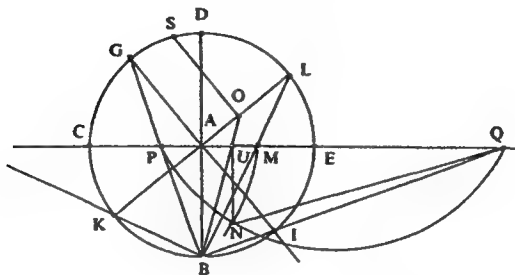
فإذا كانت الدائرة KL لا تمر في النقطة B، يكون عندئذ اسقاطها دائرة NM مركزها على CE، في المستوي الاستوائي.

وإذا كانت KL لا تمر بـ A، نأخذ الانطبق KSL للدائرة ذات القطر KL على مستوي الشكل، حيث القوس SL هو المسافة من S إلى خط الزوال. وليكن SO متعامداً على LK. تقطع المستقيمان BG، BI و BO المستقيم CE على التوالي في F، Q و U. لنأخذ UN متعامداً على CE حيث N هي اسقاط S؛ فتكون الدائرة FNQ هي دائرة السميت، وهي اسقاط الدائرة التي تمر في G، S و I.

إذا كان المستقيم KL يمر بالنقطة A، تكون الدائرة KL دائرة كبرى على

الكرة، ويمكن انطباقها على مستوي الشكل وفق الدائرة BCDE. تنتمي النقطة S عندئذ إلى الدائرة المحددة بالقوس المعطي LS. ويتم انشاء النقاط O، U و N كالسابق، وكذلك أيضاً النقطتين F و Q، وتكون الدائرة المطلوبة هي FNQ.

الشكل رقم (٣ - ١٦)



إذا كانت الدائرة KL تمر في القطب B، يكون إسقاطها على المستوي الاستوائي هو مستقيم تقاطع هذا المستوي مع مستوي الدائرة؛ إنه إذا مستقيم عمودي على المستوي BLD، وخصوصاً على BL (الشكل رقم ٤) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنعد الآن إلى المسألة المطروحة، أي إلى إسقاط الدائرة التي تمر في قطبي الأفق المعروف G و I. ليكن BL قطراً للدائرة الموازية للأفق ذات القطبين G و I، والنقطة K التقاء BL مع AC، و S نقطة يكون معها القوس LS مساوياً للمسافة المعطية. يتقاطع العمودي في K على BK ويقطع BS في O؛ أما على العمودي في K على CE فتأخذ KO = KN. يتقاطع المستقيمان BG و BI مع CE في P و Q؛ عندئذ تكون الدائرة PNQ هي الدائرة المطلوبة. وبالفعل إذا رسمنا في مستوي الشكل الدائرة ذات القطر BL، فإنها تكون انطباق الدائرة الموازية للأفق على مستوي خط الزوال؛ ويقطعها المستقيم BO في M؛ ويكون القوسان LS و LM متشابهين، لانحصارهما بالزاوية المحوطة ذات الرأس B نفسها؛ إذا الدائرة IMG على الكرة، هي دائرة سمت التي نبحث عن إسقاطها على مستوي الاسطرلاب.

إن اسقاط M هو O، الذي ينطبق على مستوي الشكل في N. واسقاط G و I هما على التوالي P و Q؛ إذا الدائرة PNQ هي اسقاط الدائرة IMG على المستوي BCDE. كما يكون اسقاط جميع الدوائر المارة في I و G دوائر مارة في P و Q. ولنبرهن أن مراكز هذه الدوائر موجودة على المستقيم KN، يكون معنا:

$$\angle AQB = \angle IDB \quad \text{، إذا} \quad \angle DIB = \angle QAB = \frac{\pi}{2}$$

كذلك:

$$\angle LDB = \angle AKB \quad \text{، إذا} \quad \angle DLB = \angle KAB = \frac{\pi}{2}$$

لكن، وبما أن I هي في وسط القوس BL يكون معنا إذاً:

$$\angle LDB = 2\angle IDB ;$$

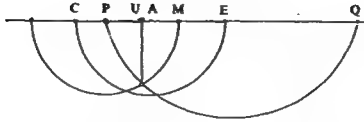
إذاً: $\angle AKB = 2\angle AQB$ ، إذا $\angle AQB = \angle KBQ$ و $KQ = KB$.

زيادة على ذلك، فالثالث PBQ هو قائم في B، إذا $KQ = KP$. والمستقيم KN هو وسط المقطع PQ، لذلك كل دائرة تمر بالنقطتين P و Q، يكون مركزها على KN.

وهكذا بغية اسقاط نقطة M منسوبة لأفق معروف H، نسقط الدائرة الموازية لـ H والمارة في M على مستوي الاسطرلاب، وكذلك نسقط الدائرة IMG التي تمر في قطبي الأفق H وهما I و G. نحصل، في الاسطرلاب، على الدائرة الموازية، بارتفاع معروف، وعلى دائرة السميت. تمر هذه الأخيرة في نقطتين من الاسطرلاب، لا تتعلقان إلا بالأفق H. فاسقاط النقطة M يكون إحدى نقطتي تقاطع الدائرتين المذكورتين.

لنلاحظ أنه في المستوي الاستوائي، وهو مستوي الاسطرلاب، يكون معنا في هذه الحالة الشكل التالي.

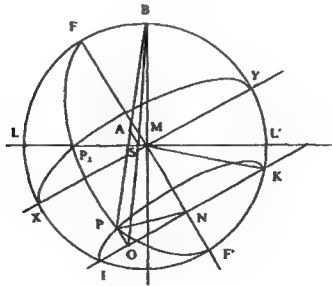
الشكل رقم (٣ - ١٧)



وهكذا تُقرن بكل دائرة تمر في قطبي الأفق G و I ، دائرة على الاسطرلاب،
تمر في النقطتين P و Q ، هما بالتوالي اسقاطي G و I ، وتكون N اسقاط النقطة S
المنتقاة على دائرة قطرها KL لتحديد الدائرة GSI .
وتصبح جميع الإنشاءات الضرورية لانتهاء الاسطرلاب ممكنة عندما نعرف
مركز الكرة وقطرها، على مستوي الاسطرلاب.
هاتان هما المسألتان اللتان ترجع إليهما عامة المسائل المطروحة في المقالة
الثانية.

لنتناول الآن من هذه المقالة، فصلها السادس المختصر على مسألة واحدة:
نأخذ الاسطرلاب الموافق لأفق معروف؛ A هي اسقاط نقطة P محدة بالنسبة إلى
هذا الأفق، أي بسمتها وارتفاعها؛ نعرف القطب B وهو مركز الاسقاط؛ ويطلب
صنع الاسطرلاب، لتدقيق معطيات هذه المسألة، ننظر ملياً في الشكل.

الشكل رقم (٣ - ١٨)



لتكن النقطة P، على الكرة ذات المركز M والقطب B، منسوبة لأفق معروف XY؛ P هي تقاطع دائرتين: دائرة ارتفاعها h معروف، وقطرها IK، ودائرة السم، وقطرها FF'، حيث F و F' هما قطبا الأفق. نعرف إذاً مستوي خط الزوال BFLIK والقوس $\alpha = \angle INP = IP$ ، والمحدد بالسمت؛ معنا: القوس $P_1P = \text{القوس } XI = \text{القوس } YK = \text{الزاوية } MKN = h$ ؛ وكذلك معنا: $\angle BMF = \angle MHN = \angle YMH = \beta$ ، يُعد زاوية القطبين.

هدف القوي هو إذاً في هذه المسألة تبيان أنه إذا عُرِفَت النقطة A، وهي إسقاط P على مستوي الاستواء، والنقطة B والمعطيات الثلاثة α ، h و β ، فيمكن عندئذ تحديد النقطة M، وبالتالي إنشاء الدائرتين CAD و EAG وهما إسقاطي الدائرتين: دائرة ارتفاعها معروف ودائرة السم.

بموجب التحليل نفترض أننا نعرف على سطح الاسطرلاب دائرتين CAD و EAG (الشكل رقم ١٦) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). وهما إسقاطا الدائرتين IPK و FPF' ومركز الإسقاط هو B. وينطبق على مستوي شكل النص، وهو مستوي خط الزوال BLIK ذو المركز M، مستوي الاستواء، وفق المستقيم LM، ومستوي IPK، وفق المستقيم IK. فالزاوية MKN معروفة؛ فهي تساوي الارتفاع المعروف؛ إذاً:

$$\frac{MN}{MK} = \sin h \quad \text{و} \quad \frac{IK}{MK} = \frac{2NK}{MK} = 2 \cos h$$

يشكل الأفق المعروف مع مستوي الاستواء، زاوية معروفة؛ لتكن $\angle MHN = \beta$. هذه الزاوية هي متممة لارتفاع القطب فوق الأفق XY، أي لخط عرض المكان المعبر.

فالنقطتان S و O، وهما على التوالي موقعا العمودين من A على CD ومن P على IK، وهما على المستقيم نفسه مع B، لأن AS و PO هما العمودان الساقطان من A و P على خط الزوال. والقوس IP معروف: القوس $IP = \text{الزاوية } INP = \alpha$ ، إذاً:

$$\frac{NO}{KN} = \frac{NO}{NP} = \cos \alpha ;$$

$$\text{لكن: } \frac{ON}{NM} = \cos \alpha \cotg h \text{ إذا: } \frac{KN}{NM} = \cotg h$$

$$\text{معنا } \frac{MN}{NU} = \cotg \beta \text{ إذا } \angle NMU = \angle MHN = \beta$$

$$\text{إذا يكون معنا: } \frac{ON}{NU} = \frac{\cos \alpha \cotg h}{\tg \beta} = k$$

$$\text{عندئذ: } \frac{OU}{UN} = \frac{ON}{NU} - 1 = k - 1$$

$$\text{وكذلك: } \frac{OU}{ON} = \frac{OU}{UN} \cdot \frac{UN}{ON} = \frac{k - 1}{k}$$

$$\text{معنا: } \frac{OU}{UM} = \frac{OU}{UN} \cdot \frac{UN}{UM} = (k - 1) \cdot \sin \beta$$

ومن جهة أخرى:

$$\frac{OU}{MB} = \frac{OU}{ON} \cdot \frac{ON}{NK} \cdot \frac{NK}{MB} = \frac{k - 1}{k} \cos \alpha \cdot \cos h;$$

نستنتج من ذلك أن $\frac{UM}{MB}$ و $\frac{MB}{OU} + \frac{MU}{OU} = \frac{UB}{OU}$ هما نسبتان معروفتان.

لكن الزاوية OUB معروفة بـ $\beta + \frac{\pi}{2} = \angle OUB$ ، ومعروف إذا شكل المثلث OUB؛ ومعروفة كذلك النسبة $\frac{UB}{OB}$ والزاوية UBO وشكل المثلث القائم الزاوية BMS؛ وتصبح حينها النسبتان $\frac{MB}{BS}$ و $\frac{MS}{MB}$ معروفتين، فنستنتج أن النسبتين:

$$\frac{OB}{BS} = \frac{OB}{UB} \cdot \frac{UB}{BS} \text{ و } \frac{UB}{BS} = \frac{UB}{MB} \cdot \frac{MB}{BS}$$

معروفتان. لكن:

$$\frac{OP}{BM} = \frac{OP}{NP} \cdot \frac{NK}{MK} = \sin \alpha \cdot \cos h; \text{ و } \frac{OP}{AS} = \frac{OB}{BS}$$

إذا $\frac{BM}{AS}$ معلومة. وبما أن $\frac{BM}{AS} = \frac{BQ}{AQ}$ ؛ فالنسبة $\frac{BA}{AQ}$ معلومة.

وبما أن النقطتين B و A معروفتان، فالنقطة Q معروفة أيضاً.

وكذلك $\frac{QB}{AB}$ التي تساوي $\frac{QM}{MS}$ ؛ فنستنتج أن $\frac{MS}{MB}$ معلومة. والنقطة M معروفة.

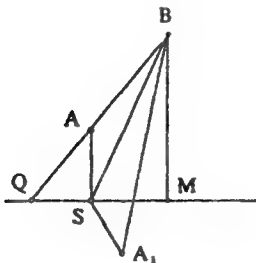
برهن القوي إذاً بالتحليل، أنه إذا عُرفت في مستوي الشكل - وهو هنا مستوي خط زوال الأفق المعروف - نقطتان A و B وإذا مُيزت المعطيات بمسافات

زوايا ثلاث α ، h و β ، عندها يُعرف موضع النقطة Q على المستقيم AB ، لأن النسبة AQ/AB معروفة، وكذلك موضع النقطة M ، لأن $\angle BMQ = \pi/2$ والنسبة MB/MQ معروفة أيضاً.

بما أننا نعرف الدائرة (M, MB) والقطر MQ ، تصبح الإنشاءات ممكنة لكل النقط التي تكون ممالاتها منسوية للأفق نفسه.

نلاحظ أن القهوي في تحليله قد افترض أن الشكل يقع في مستوي خط زوال الأفق المعروف، وحصل على النقطة A انطلاقاً من نقطة معطاة في مستوي الاسطرلاب - منسُميها A_1 - وذلك بانطباق هذه النقطة على مستوي خط الزوال (انظر ما سيأتي لاحقاً). ففي صياغة المسألة ينبغي اعتبار النقطتين B و A_1 معروفتين فتكون المسافة إذاً BA_1 . هنا يفترض القهوي معرفة المقطع AB . فلنبرهن أنه متى عُرف BA_1 يُعرف AB فيكون استدلال القهوي حينها سليماً.

الشكل رقم (٣ - ١٩)



معنا: $SA_1 \perp MS$ و $SA \perp MS$ و $SA = SA_1$.

غير أننا برهنا بأن النسبتين $\frac{BM}{AS}$ و $\frac{BM}{BS}$ معروفتان؛ فتكون $\frac{BS}{AS}$ معروفة أيضاً وكذلك $\frac{BS}{A_1S}$. للمثلث BSA_1 القائم في S ، إذاً شكل معروف لكن الطول BA_1 مُعطى، إذاً الطول BS معروف. من جهة أخرى $\frac{BS}{AS}$ معروفة

وتشكل $\angle SBM = \angle BSA$ زاوية معروفة، لأن المثلث BSM ذو شكل معروف؛ المثلث BAS هو إذاً ذو شكل معروف؛ وبما أن BS معروف، يكون الطول BA معروفاً أيضاً.

ومن الممكن انطباق مستويي خط الزوال والاسطرلاب؛ عندها تمثل B انطباق القطب. وتكون النقطتان A و B في مستوي الاسطرلاب، وطول المقطع AB معروفاً. هذه هي بالدقة معطيات ابن سهل للتركيب.

وكما سبق وذكرنا، يعود التركيب هنا لابن سهل الذي ينطلق من مثلث ما MAB يفترضه معروف الشكل. وينتج هذا على أساس مباشر من نتائج القوهي، فالنسبة BA/BQ معروفة، وشكل BMQ هو معلوم.

ولنتفحص التركيب في نص ابن سهل:

نستنتج من تحليل القوهي أنه، إذا كانت B قطباً، و A الاسقاط المعروف، و G مركز الاسطرلاب^(١٨) (الشكل رقم (٧) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، يكون شكل المثلث ABG معلوماً، أي أنه محدد بتشابه ما. ينطلق عندئذ ابن سهل من دائرة ذات مركز E، تمثل النقطة C عليها القطب، وينشئ، في حال أفق ذي خط عرض معطى، الاسقاط F لنقطة P₁ لها إحداثيات P نفسها؛ وبحسب تحليل القوهي، يكون المثلث المنشأ CEF مشابهاً للمثلث ABG المطلوب. فيصبح انشاء النقطة G، مركز الاسطرلاب، فوراً: A و B معلومتان وكذلك الزاويتان $\angle FCE = \angle ABG$ و $AB/BG = CF/CE$.

بمعرفتنا الدائرة (GB, G) والنقطة التي تمثل القطب B، يمكننا تمثيل الاسقاط على الاسطرلاب لأية نقطة من الفلك.

بالإضافة إلى تركيب هذه المسألة، يعطي ابن سهل، بالتركيب أيضاً، برهان مقدمات لم يبرهنها القوهي إلا بالتحليل.

وكما رأينا، شكّل صنع الاسطرلاب، وما أثاره من مسائل نظرية وتقنية حول التمثيل الدقيق للفلك، أساساً للأبحاث الأولى حول الاسقاطات ابتداءً من

(١٨) كما في تحليل القوهي، إذا كان المستوي هو مستوي الاسطرلاب، نحصل على النقطة B انطلاقاً من القطبين عن طريق انطباق مستوي خط الزوال على مستوي الاسطرلاب. انظر الملاحظات الإضافية للفصل السادس من رسالة القوهي.

القرن التاسع. وقد قادت هذه الأبحاث، بعديها واندفاعها، الرياضيين قبل انتهاء القرن العاشر، إلى إدراك فصل جديد في الهندسة. فيفضل تبيينهم العناصر الهندسية الكامنة في صناعة الاسطرلاب، ومقارنتهم مختلف مناهجها، وتساؤلهم حول تجانس مختلف الاسقاطات التي أثبتت، توصل الرياضيون إلى اعتماد الاسقاطات موضوعاً للدراسة، وبجلاً خاصاً للبحث. وقد قام القوهي وابن سهل بدور أساسي في ختام هذه العملية. فهل كانا المبادران بتحديد هذا المجال باطلاقهما الواضح لوجهة النظر الإسقاطية؟ الرد بالإيجاب محتمل جداً. ومهما يكن، فمن البديهي كون رسالة الأول هندسية محضة، ولا يقل شرح الثاني هندسية عنها.

لكن، ماذا تعني، في هذا السياق، كلمة «هندسي»؟ لقد جئنا على ذكر اكتشاف النظرية الإسقاطية، فباتت هذه الكلمة تعني، منذ الآن، دراسة الاسقاطات الاسطوانية والمخروطية للكرة، وللكرة وحدها؛ بنقاطها، وأقطارها، ودوائرها، والأشكال المرسومة عليها. تبدأ رسالة القوهي، تماماً كمناقشة ابن سهل، وقد بات ذلك واضحاً بعرض لهذه الاسقاطات ولخصائصها بمعزل عن الاسطرلاب، لتنتقل بعدها إلى المسائل المحلولة بالاسقاط التسطيحي، والتي كان يمكن طرحها، على الأقل نظرياً، في معرض صناعة الآلة واستعمالها. إن فصل هذا العرض إلى قسمين مستقلين خُصص أولهما بكليته للاسقاطات، ولكن للكرة وحدها، في حين عالج الثاني المسائل المتعلقة بالاسطرلاب، يبين جلياً حدود استقلال هذا المجال عن الميدان الذي نشأ منه. شيء آخر من تراث هذا الميدان بالذات هو المكانة الخاصة التي تحتلها المسألة المعكوسة: فبدلاً من الانطلاق من الكرة المسقط، ننتقل بالعكس من تمثيلها. هكذا كان يسعى القوهي وابن سهل.

من الجلي إذاً أن كلمة «هندسي» تعني هذه الدراسة الإسقاطية للكرة، التي تشكل منذ الآن فصلاً جديداً في الهندسة؛ فصل يتميز بلغته وطرق البرهان فيه. فلغته خليط تمتزج فيه مفردات نظرية النسب، أي لغة الهندسة التقليدية، بمصطلحات تدل بعد الآن على المفاهيم الإسقاطية. وأما البراهين التي تندمج فإنها تتألف من مقارنات النسب والاسقاطات والانطباقات. وعلى سبيل المثال، عندما أثبت القوهي الخاصة التالية: كل دائرة مرسومة على الكرة، ولا يحتوي مستويها على القطب يقابلها في الاسقاط التسطيحي دائرة في مستوي الاسقاط، والعكس صحيح. لقد استخدم القوهي القضية ١، ٥ من المخروطات لأبولونيوس، وهي

القضية التي تدرس تقاطع غرور دائري القاعدة مع مستو، في حال كان مستوي القاعدة والمستوي القاطع مستويين مضادين للمتمازي. إن فكرة التعاكس لا تفسر ابن سهل أكثر مما تفسر القوي، ولا واقع اقتصار الإسقاط التسطيحي على تعاكس في الفضاء. لكن القوي استخدم ويكثر، في عملية الانشاءات الهندسية المستوية، تقنية الانطباع. ذلك أن حل ما طرحه من مسائل لا يستلزم اللجوء إلى خصائص التعاكس - كالحفاظة على قيم الزوايا ولا سيما التعامد، كالحالة التي نحن بصدددها - بل عن طريق الخاصة القائلة بتواجد نقطة ما ومثيلتها وقطب الإسقاط على مستقيم واحد.

وهكذا ولد هذا الفصل الذي صممه القوي وابن سهل، فصل انبثق من مسائل الاسطرلاب التي كان قد بدأ بالإجابة عنها قبل أكثر من قرن؛ فصل يميز بمجاله ولغته، ويطرق البرهان التي استعملت فيه. ولن يتوانى خلفاء هذين الرياضيين - كالبيروني - عن العودة إلى فصل الهندسة الاسقاطية هذا.



هكذا شهدنا بروز شخصية كانت مجهولة حتى الأمس القريب: ابن سهل المهندس والعالم. إن أهمية مساهمة هذه الشخصية في علم الانكساريات شاهدة على عمق جهلنا بتاريخ البصريات في فترة كانت تبدو وكأنها معروفة جيداً. يبدو عطاء ابن سهل الرياضي أقل وهجاً إذا ما قارناه بتناجه في علم الانكساريات، لكن هذا الرأي لا يلبث أن يتبدد، جزئياً على الأقل، بعد تفحصنا المتعمق بكتاباته الهندسية. فالآثار المتبقية من كتاباته الضائعة، وما وصلنا من مذكراته، وما استطعنا إعادة تكوين محتواه، شاهدة للدلالة على كونه شخصية مركزية في النصف الثاني من القرن العاشر هذا.

وتسمح لنا هذه النصوص بتبيان أهم مجالات البحث الهندسي وأكثرها تقدماً في تلك الحقبة؛ كما تكشف لنا كوكبة من الرياضيين ذوي المكانة أمثال القوي والسجزي؛ كما أنها، أخيراً، تضع في المكان الصحيح من التاريخ أعمال خلفائهم المباشرين، ولا سيما أعمال ابن الهيثم.

ولكونه أرخيدسياً، اشتغل ابن سهل الحسابات المتناهية الصغر. وفي مدرسة أبولونيوس تابع البحث في نظرية المخروطات وفي التحليل الهندسي. وشارك أخيراً في تأسيس فصل من الهندسة الإسقاطية للكرة. لقد استوعبت هذه المجالات

نشاط الهندسين الطليعيين في تلك الحقبة، كالقوهي، لكن أعمال ابن سهل لا تتميز باتساعها فحسب، بل، ويشكل أساسي، بعمق ما حملته من أفكار غالباً ما كانت متجددة وابتقان الصياغة في نصوص موجزة.

وعلى الرغم من تملز حصولنا حتى الساعة على أعمال ابن سهل حول الحسابات المتناهية الصغر، إلا أنها تضيف طويلاً إلى لائحة كنا نحسب أنها مغلقة، وهي لائحة الأرخيدينسين العرب الجدد. وتدفعنا عناوين هذه الأعمال وأسلوب ابن سهل ذاته ووضعها التاريخي، للتساؤل عن ماهية محتواها. فلماذا عاد ابن سهل إلى قياس القطع المكافئ بعد علماء بمكانة ثابت بن قرة، والمهايني، وإبراهيم بن سنان؟ أو يكون قد وجد برهاناً أنيقاً وموجزاً يعتمد على مجاميع تكاملية كما فعل معاصره القوهي وخليفته ابن الهيثم لمنحنيات أخرى؟ عناصر كثيرة تحمّنا على تفضيل تخمين كهذا. ويتبادر إلينا تساؤل مشابه في ما يخص مركز الثقل، وذلك في ضوء معرفتنا باهتمام أسلافه ومعاصريه بهذه المسائل.

في ما يخص نظرية القطوع المخروطية، بحث ابن سهل عن تحسين عمل أبولونيوس في نقطة واحدة، وهي القسمة التوافقية. وكمعاصريه، القوهي والسجزي، قام بدراسة الرسم المتواصل للقطوع المخروطية، كما اهتم بخصائصها البصرية. لقد حللنا بالتفصيل مساهمته في التحليل الهندسي، ولا سيما برهانه لمقدمة أرخيدس، التي كانت، كما رأينا، موضعاً لجدال اشترك فيه معاصروه: أبو الجودين الليث، السجزي والشني. وأخيراً لقد بينّا كيف أن هذا الهندسي المهتم بصورة رئيسية بنظرية القطوع المخروطية والتحليل الهندسي، قد شارك في إعداد الفصل الخاص بطريقة الاسقاطات.

ولأنما صورة هذا الهندسي من مدرسة بغداد في النصف الثاني من القرن العاشر هناك سمتان أخريان تتعلق أولاهما بالروابط القوية ما بين البحث الهندسي والبحث في العلوم الأخرى، وهي هنا البصريات وعلم الفلك، فلقد وُضعت في خدمة البصريات نتائج دراسة الرسم المتواصل للمنحنيات، والخصائص البصرية للمخروطات، في حين أن دراسة اسقاطية الكرة قد انبثقت من مسائل نجمت عن صناعة الاسطrolab. ولم ينحصر هذا المظهر التطبيقي للهندسة، إذا صحّ القول، بابن سهل، بل شمل أعمال هندسيين معاصرين له كالبوزجاني، والقوهي، والصاغاني... وسيزداد هذا المنحى لاحقاً ليتجسد بصورة أساسية ورئيسية عند ابن الهيثم.

أما بالنسبة إلى ثاني هاتين السمتين فإنها تتعلق بوسط علماء الهندسة الذي ترعرع فيه ابن سهل: تحديات، ومراسلة، وتعاون حر أو «اضطراري»؛ هكذا سمات توحى خصوصاً بالوسط العلمي الأوروبي بعد سبعة قرون.

إن الدراسات الاجتماعية لعلم ذلك العصر هي غير كافية لإعطاء أي تأكيد نهائي. نذكر ببساطة، وفي الحالة التي تشغلنا هنا، أن اثنتين من كتابات ابن سهل الثلاث التي وصلتنا قد أعدتا جواباً عن سؤال طرحه طرف ثالث. فدراسة المسبغ في الدائرة جاءت جواباً عن طلب السجزي، ويبدو أنه جرى تداولها في المراسلة بين الرياضيين؛ وقد أكمل عمل ابن سهل هذا معاصروه، كابن الليث، والقوهي، والصاغاني، فيما تابع هو نفسه بحث القوهي في فصل آخر. تشير كل الدلائل إلى أن البحث الهندسي لابن سهل انتشر في قلب حاضرة علمية ناشطة، وحاشدة ومعززة بسلطة البويهيين.

الفصل الرابع

المؤلفون والنصوص والترجمات

أولاً: ابن سهل

١ - ابن سهل وعصره

أبو سعد العلاء بن سهل هو رياضي من النصف الثاني للقرن العاشر. ارتبط مصيره ارتباطاً وثيقاً بأسرة البويهيين: عاش في ظل حكمهم، وأهدى بالكلمات التي نعرفها، كتابه الرئيسي، إلى ابن عضد الدولة وخليفته المشهور: صمصام الدولة.

وعلى الرغم من الصراع الدائم للسيطرة على السلطة في ذلك العصر، فإننا نشهد، تحت سلطة البويهيين، مسيرة مظفرة للأدب والعلوم؛ مسيرة لم نجد، حتى الآن، أي كتاب يشرح طريقة تنظيمها للنشاطات الأدبية والعلمية الكثيفة هذه ويفسر أسبابها الاجتماعية. إن كتاباً كهذا سيوضح لنا على الأخص، حدثين فريدين ومتناقضين. ففي حين لم تعد السلطة المركزية، أي سلطة الخلفاء، سوى ظل خاضع لقانون الحرس الامبراطوري، انصرف المثقفون إلى الدراسة المتواصلة للأدب والفلسفة والعلوم والرياضيات. ومن جهة أخرى، لم يؤد نشوء الدويلات، على أنقاض الخلافة، وما أدى إليه من منازعات مسلحة وصراعات سياسية، إلى تدمير إنجاز الخلفاء العباسيين الأوائل في القرن التاسع، بل إنه وسعه ونمّاه. فإذ بالأمراء والوزراء والأعيان لا يتوانون مطلقاً عن تقديم الدعم للنشاط الفكري والعلمي، بل ويرسخون الممارسات القديمة: فاستمر تأسيس المكتبات والمستشفيات والمراصد^(١)؛ واستمرت حماية الإنتاج الفكري وتشكلت جماعات ومدارس غالباً ما

(١) بخصوص هذا الامتداد الثقافي، يمكننا مراجعة: A. Metz, *Die Renaissance des Islams*, ed. by H. Reckendorf, 2 vols. (Heidelberg: [n. pb.], 1922), and J. L. Kraemer, *Humanism in the Renaissance of Islam* (Leiden: E. J. Brill, 1986).

تبارت في ما بينها في مختلف العلوم؛ واستمر أخيراً تطوير المجلس من حيث كونه شكلاً مبتكراً للقاء والتبادل الأدبي والعلمي، يجري في صالة تضم الخليفة وأمرأه ووزراء وأعياناً بمن فيهم العلماء أنفسهم^(٢). هذه الأشكال التي ذكرنا بإيجاز بها، تضاعفت مع الانهيار الفعلي للخلافة، واشتدت، على الأقل، بمقدار ازدهار الطبقات المتوسطة في المدن والأرياف؛ هذه الطبقات التي يتفق الجميع على الاعتراف بأهميتها في المجتمع الإسلامي. ومن بين الأسباب الأخرى لهذا الانتعاش، حاجة الأسر والسلطات الجديدة التي تقاسمت العالم الإسلامي إلى أن تكفل رؤوسها بهالة من الاحترام العائد لرجال الأدب والعلم. ولم تكن هذه الحاجة محض شكلية، بل عبّرت عن حاجة أعم لتثبيت شرعية هذه السلطات الجديدة، وخصوصاً في حال انتمائها إلى أقليات سياسية ودينية، كالبيهيين الذين كانوا من الشيعة.

وكان عضد الدولة أول البويهيين الذين استطاعوا بسط سلطانهم على بلاد واسعة تشمل العراق بأكمله وغرب إيران. ولقد كان أول من استحصل، في تاريخ الإسلام، من الخليفة نفسه على لقب «ملك». وتبين قراءة متأنية للتاريخ محاولته إعطاء سلطة البويهيين العائلية بُعداً إمبراطورياً، على الرغم من رغبته بعدم خلع الخليفة أو القطع مع نظام الخلافة. وكان للخطوة التي خطاها أهمية سياسية كبرى ارتبطت بالأصلاحات العمرانية والنقدية على ما تناقله مؤرخو تلك الحقبة^(٣). ويجمع هؤلاء على الاعتراف باهتمامه بالثقافة والعلوم وبميله إلى دعم

(٢) كان بعض هذه المجالس الأدبية والعلمية مشهوراً جداً، كمجالس الوزراء: ابن العميد، وزير والد عضد الدولة، والمصاحب ابن عباد، وزير أخوي عضد الدولة على التوالي، مؤيد الدولة ثم فخر الدولة، وابن سعدان، وزير ابنه مصمّص الدولة. ويمكننا هنا ذكر مجالس أخرى. يصور لنا الأديب أبو حيان التوحيدي بعض المشاهد من هذه المجالس وينقل بعض المناقشات الشهيرة في كتابه الإمتاع والمؤانسة الذي نشره أحمد أمين وأحمد الزين. انظر: M. Bergé, *Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī* (Damas: Institut français de Damas, 1979), pp. 52 sqq.

كما كان للعلماء مجالسهم أيضاً. وهكذا كان عيسى بن علي الأسطرولابي يعقد، بحسب شهادة التوحيدي، مجلساً يجمع من بين آخرين، المقهرس وكتاب السير ابن النديم والفيلسوف مجي بن عدي. انظر: Bergé, *Ibid.*, p. 55, no. 1.

(٣) انظر مثلاً: أبو شجاع الروذرواري، «ذيل كتاب تجارب الأمم»، تحرير وترجمة هـ. ف. اندروز ود. س. مرغوليوت، في: *The Eclipse of the Abbasid Caliphate* (Oxford: [n. pb.], 1921), vols. 3 and 6, pp. 67 sqq.

أبو الفرج عبد الرحمن بن علي بن الجوزي، المتظم في تاريخ الملوك والأمم، ١٠ ج (حيدرآباد الدكن: دائرة =

العلماء^(٤). وكان النقاش في مجلسه لا يقتصر على مجال الآداب وحسب، بل ويشمل الهندسة أيضاً^(٥). كما وضعت في عهده، وبناء على طلبه، مؤلفات عدة في اللغة والطب والرياضيات. ولم تكن هذه السمة خاصة به، بل ميزت ممارسة عامة ذلك العصر؛ فوزير والده، ابن العميد، مثال آخر على ذلك، وكذلك ولده، صمصام الدولة وشرف الدولة ووزراؤهما. وكان مجلس وزير صمصام الدولة، ابن سعدان، يضم الفيلسوف الهلنستي ابن زرعة، والفيلسوف المسيحي يحيى بن عدي، والفيلسوف ابن مسكويه، والرياضي أبو الوفاء البوزجاني، والأديب وكاتب الرسائل، أبو حيان التوحيدي من بين آخرين^(٦).

وتشهد سمتان أخريان ما للنشاط الفكري من أهمية في ذلك العصر، وتجسدان في تعدد قصور الحكام والمراكز العلمية، وهما تنقل رجال الأدب والعلماء، والمراسلة الأدبية والعلمية. وقد أضحت هذه المراسلة نهجاً متجذراً، حتى إن بعض المذكرات ألقت، في حقل الرياضيات مثلاً، رداً على أسئلة طرحها أحد الرياضيين من مركز آخر. في هذا العصر وفي هذا الوسط عاش ابن سهل، وكتب وراسل. وإذا ما أتينا إلى سيرة حياته نفاجاً، ولا نلبث أن نشعر بالخيبة:

= المعارف العثمانية، ١٣٥٧ - ١٣٥٩ هـ/ ١٩٣٨ - ١٩٤٠ م)، وخصوصاً ج ٧، ص ٩٨ وما بعدها، وأبو الحسن علي بن محمد بن الأثير، الكامل في التاريخ، تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ، ١٢ ج (لندن: بريل، ١٨٥١ - ١٨٧٦)، ج ٩، ص ٢٢.

(٤) كذلك، يذكر الروزدراري ص ٦٨ كيف إن عضد الدولة جذب العلماء وناقشهم في جميع الأمور المختلفة مشجعاً على تأليف الكتب في العلوم المختلفة كالقواعد اللغوية والطب والرياضيات. يذكر أيضاً بأنهم ألفوا تحت سلطته في العلوم مؤلفات عدة منها الكتاب الذي يحمل اسمه في الطب - الكتاب العسدي - لأبي علي المجوسي كذلك نصوص في الرياضيات. يؤكد ابن الجوزي في: المصدر نفسه، ص ١١٥ بأن عضد الدولة درس نفسه الرياضيات والقواعد اللغوية.

يذهب ابن الأثير في الاتجاه نفسه، رايواً أنهم ألفوا له كتاباً عدة وبأنه مؤسس المستشفى الشهير. انظر: ابن الأثير، المصدر نفسه، ص ٢١ - ٢٢. كتب شاهد العصر المقدسي: «عرف علوماً عدة وتعنى في التنجيم»، انظر: Muhammad Ibn Ahmad al-Muqaddasi, *Kitāb Ahsan al-Takāsīm fi ma'rifat al-akādim*, edited by Michael Jan de Goeje, Bibliotheca Geographorum Arabicorum; 3, 2nd ed. (Leiden; Leipzig: [n. pb.], 1906), p. 350.

وهو يعطي وصفاً مفضلاً للانشاء، والتنظيم الإداري، وجداول لمكتبته، عندما كان لا يزال في شيراز.

(٥) انظر مقدمة كتيب القوهي للمسبح المنتظم في دائرة، في: التوحي، رسالة في عمل المسبح التساوي الاضلع في دائرة معلومة (باريس، المكتبة الوطنية) مخطوط رقم ٤٨٢١، ص ١٧ - ٢٣ وما بعدها.

(٦) انظر خاصة رواية السهرات الأولى لأبي حيان التوحيدي، انظر:

Bergé, *Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī*.

فالمعلومات نادرة، وغير موجودة تقريباً. ونستغرب، إضافة إلى ذلك، عدم ذكر المفهرس المشهور ابن النديم له، وهو معاصر له وأحد المترجمين إلى مجلس ابن سعدان حيث كان ابن سهل، من دون شك، معروفاً. فهو لا يروي شيئاً، لا عن الرجل ولا عن إنجازاته. ولم يظهر بعد ذلك الحين، في الأعمال المتعلقة بالسيرة والفهرسة أو بالتاريخ أي أمر يمكن من إثارتنا. ولم يبق لنا سوى شهادات غير مباشرة صادرة عن بعض رياضي ذلك العصر.

وتتفق هذه الشهادات جميعها مع غطوطات ما وصل إلينا من أعماله على اسمه وكنيته، فهو أبو سعد العلاء بن سهل. وللأسف، لا يحوي هذا الاسم ما يُمكن من استشفاف بلد منشئه أو انتمائه الاجتماعي أو الديني، باستثناء صلة قد تربطه بابن سهل آخر، من العصر نفسه، وكان هذا الأخير منتجاً مهتماً بالرياضيات. ولكن عدم إثبات هذه القرابة يفقدها، حتى الساعة، أية قيمة تاريخية^(٧).

وبالمقابل، فمن كلمة إهداء كتابه عن الآلات المحركة، نعرف أن ابن سهل قد كتبه حوالي العام ٩٨٥، في بغداد في أغلب الظن، أو على الأقل في العراق. وبالفعل فإن الملك صمصام الدولة، الذي أهدى الكتاب إليه، اعتلى العرش وحكم بين سنتي ٩٨٢ و ٩٨٦، أي خلال ثلاث سنوات وأحد عشر شهراً تماماً، كما ذكر المؤرخ ابن الأثير^(٨). وقد عرف صمصام الدولة عهداً مزدهراً لم يتوان فيه، على غرار أبيه عضد الدولة، عن تشجيع العلوم، وكذلك فعل وزيره ابن سعدان. وفي عام ٩٨٦ خلعه أخوه شرف الدولة عن العرش، فسجنه وأفقده بصره، ليصبح عند خروجه من السجن كفيفاً أعمى، فيعاود الحرب ضد ابن أخيه، ليقتل سنة ٩٩٨ من دون أن تطأ قدماه بغداد مجدداً. وقد نقل مؤرخو تلك الحقبة كالروذرواري المهم من تقلبات قدره هذا^(٩). وبما أن ابن سهل أهدى كتابه عن الآلات المحركة

(٧) المقصود هو أبو الحسن بن سهل، من العائلة الفارسية الشهيرة بنو تُونُخْت. عزب أبو الحسن عن الفارسية تيج شهرياري كما كتب في التنجيم. وتجه أبو الحسن نفسه سؤالاً إلى أبي الوفاء البوزجاني يتعلق بنشر ثنائي الحد. وهاك ما كتبه البوزجاني: «طلب أبو بشر الحسن بن سهل المنجم برهاتاً في جمع أضلع المربعات والمكعبات وفروقاتها...». انظر: أبو الوفاء البوزجاني، رسالة في جمع أضلع المربعات (مشهد اسطغان قدس، ٣٩٣)، ص ٥١. فإذا توصلنا يوماً لثبائ أن العائلة هي نفسها يكون مؤلفنا حيثن سليل بني تونخت العائلة الشيعية المثقفة منذ أجيال عدة. لكننا نشدد، أنه حتى الساعة لا شيء يميز تأكيداً كهذا. انظر أيضاً: أبو الفرج محمد بن اسحق بن النديم، الفهرست، تحقيق رضا نمجد (طهران: [د.ن.]، ١٩٧١)، ص ٣٠٥ و ٣٣٤.

(٨) ابن الأثير، الكامل في التاريخ، ج ٩، ص ٤٩.

(٩) الروذرواري، «ذيل كتاب تجارب الامم»، ص ٣١٥.

للملك صمصام، يكون، من دون أدنى شك، قد قَدّم له الكتاب أثناء وجوده على العرش في بغداد. خلال هذه السنوات ظل ابن سهل نشيطاً منتجاً في بغداد أو في مدينة عراقية أخرى. غير أن احتمال وجوده في بغداد لا يفيدنا بشيء عن أصله، إذ من الممكن أن يكون على السواء، من العراق أو من أية مقاطعة أخرى من المشرق الإسلامي فكثير من العلماء - أمثال البوزجاني، والقوهي، والكرجي وغيرهم في عصره - ومن الفلاسفة - أمثال السجستاني، يحيى بن عدي... ومن رجال الأدب، كأبي حيان التوحيد، وحتى الشاعر أبو العلاء المعري، كانوا يتجهون إلى بغداد لكونها آنذاك المركز العلمي والفكري للعالم، وكان توجه العلماء والمفكرين إليه بمثابة كلمة سر لكل الذين كانوا ينشدون المعرفة، إضافة إلى المكانة الرفيعة أيضاً.

وانطلاقاً من الرياضي السجزي، وهو معاصر آخر له، نعرف أن ابن سهل قد حرّر كتيبه في خواص القطوع المخروطية الثلاثة قبل العام ٩٧٠. ففي هذا التاريخ، نسخ السجزي هذا النص بيده^(١٠). من جهة أخرى، نستدل من تاريخ مسألة إنشاء المسيح في الدائرة أن ابن سهل كان، قبل هذا التاريخ بقليل، رياضياً معروفاً ونشطاً. فعلى أساس رواية نقلها الرياضي الشني، كان أبو الجود بن الليث قد قَدّم حلاً رديئاً لمسألة إنشاء هذا المسيح. فأراد السجزي، بعد تأكده من خطأ أبي الجود، حل هذه المسألة بدوره، لكن الحل كان صعباً عليه، «فكتب إلى أبي العلاء بن سهل تحليل الخط إلى تلك النسبة لقطعين متقابلين من قطوع المخروطات زائد ومكافئ، فحلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي، فلما وصل إليه ركبّه أبو سعيد السجزي وبنى عليه المسيح وأدعاه لنفسه»^(١١).

(١٠) نقصد مجموعة كاملة نسخها السجزي في شيراز والتي تشكل الأساس في مخطوطة ٢٤٥٧ في المكتبة الوطنية في باريس. أُرِخ النص الذي يسبق مباشرة هذا الكتيب في نهار الاثنين ٢١ رام - روز سنة ٣٤٢ من يزدا جريد، أي كانون الثاني/يناير سنة ٩٧٢م. نشر إلى أن النص الذي سبق مباشرة هذا الأخير قد نسخ في نهار الخميس ١٠ من شهر أبان، سنة ٣٣٩ من يزدا جريد، أي تشرين الأول/أكتوبر سنة ٩٧٠. من جهة أخرى، لا نعرف أية نسخة في شباط/فبراير ٩٦٩، نيسان/أبريل ٩٦٩ أو آذار/مارس ٩٧٠. لذلك انتخبنا تاريخاً وسطاً وهو ٩٧٠.

(١١) الشني، كشف تمويه أبي الجود في امر ما قفمه من القلمتين لعمل المسيح بزمعه (القاهرة، دار الكتب، مجموعة فاضل ٤١ رياضة، مخطوطة رقم ٧٨٠٥)، ص ١٣١، وانظر أيضاً: عادل أنبوبا، «تسيع الدائرة»، (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية)، في: *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 1, no. 2 (1977), p. 374.

ولقد اعترف السجزي بنفسه في ما بعد بفضل ابن سهل عليه؛ وسنرجع لاحقاً إلى هذا الموضوع^(١٢). ويُعلمنا الشُّني أن الأحداث التي يرجع إليها قد جرت قبل العام ٩٦٨، وأن ابن سهل كان حينها فتياً. ويدل ذلك على أن ابن سهل، على الرغم من فتوته في تلك الحقبة، كان منتجاً، كما يوحي أنه وُلد في الأربعينيات من القرن العاشر. ولقد بلغ ذروة نشاطه بين منتصف الستينيات ومنتصف الثمانينيات، ومن المحتمل بعد تلك الفترة كذلك. لكننا نجهل كل شيء عنه بعد ذلك التاريخ، وليس لدينا أية معلومات عن أساتذته الرياضيين. وبالمقابل نعرف، كما سنرى عند تفحص أعماله وشهادات معاصريه التي وصلتنا، بأنه درس الترجمات العربية لإقليدس، وأبولونيوس، وأرخيدس، وبطليموس، وعلماء المناظر اليونانية وبيزنطيين آخرين، وكذلك كتابات ثابت بن قرة، وإبراهيم بن سنان ومعاصريه، كالفوهي. وهي أسماء تظهر هنا وهناك في كتاباته، فتوحي بعظمة معرفته وعدم اقتصارها، من دون ريب، على ما سبق وذكرناه من مؤلفين. فلا يعقل مثلاً أن لا يكون ابن سهل قد أُلِّمَ بدراسة الماهاني قياس القطع المكافئ عندما أولى هذه المسألة اهتمامه.

٢ - أعمال ابن سهل العلمية

لا تقتصر أعمال ابن سهل الرياضي والبصري، على الرغم من كونها اليوم أعظم شأنًا بكثير مما كنا نعتقد، خصوصاً بعد اكتشاف رسالته في «الحراقات»، على ما وصلنا من كتابات، إذ ثمة مؤشرات عدة تثبت أنها أكثر عدداً وأنها تغطي، كما ذكرنا، أكثر مجالات البحث تقدماً في عصره. فالفوهي، وهو رياضي معاصر، ذكر في مراسلة شهيرة، رسالتين ما زالتا مفقودتين؛ كما استشهد السجزي بمسألة لابن سهل، وهي جزء من رسالة لم تصلنا. وكذلك المؤلف المجهول للنص المكرس لتركيب مسائل حلَّلها ابن سهل يستشهد ببضعة بيانات وبمقطع من رسالة وجهها هذا الأخير إلى أحد الأعيان المثقفين في ذلك العصر. لذلك لن يكون مستغرباً أن تزداد لائحة أعماله هذه في المستقبل. وتضاف إلى المجموعة الأولى هذه، مجموعة مؤلفة من أعمال مثبتة هنا، وتعقيب على رسالة الفوهي للاسطرلاب. فلتتفحص تباعاً هذه النصوص.

(١٢) انظر لاحقاً هذا الموضوع بعد بضع صفحات.

أ - حول تربيع القطع المكافئ

كتب القوهي في مراسلة مع أبي اسحق الصابئي: «ومع هذا وجدنا قطعاً مكافئاً مساوياً لمربع ببرهان حقيقي، وكان أول من ذكره أرخيدس - في صدر كتاب الكرة والأسطوانة بأنه وجده، ثم جاء بعد ذلك برهان ثابت بن قزّة وبرهان إبراهيم بن سنان وبرهان أبي سعد العلاء بن سهل وغيرهم من أصحاب التعاليم، الذين اعتمدوا على البراهين الحقيقية»^(١٣).

يعطينا القوهي هنا سرداً لقصة تربيع القطع المكافئ، تبيّن أن ابن سهل قد خصص - إضافة إلى ابن قزّة، وحفيده ابن سنان، وغيرهما عن نعرف كالمأهاني مثلاً - مذكرةً لهذا التربيع. ونعلم أن ابن قزّة قد استعان لهذا التربيع بعشرين مقدمة توصل بعدها حفيده لاختصارها بمقدمتين فقط^(١٤). وكون هذا الأخير سابق لابن سهل ببجيل واحد (فقد توفي سنة ٩٤٦ عن ٣٨ عاماً) يدفعنا إلى التساؤل عن الأسباب التي دفعت ابن سهل إلى معالجة جديدة لهذا التربيع. ومهما يكن، فمن المؤكد أن برهانه يختلف عن البراهين السابقة، كما يُستدل من القوهي، وهو الخبير بالموضوع لاشتغاله، من بين أشياء أخرى، بقياس المجسم المكافئ. فهل هو من طوّر طريقة المجاميع التكاملية، التي سبق لثابت بن قزّة أن طَبّقها، تطويراً نجله لاحقاً عند ابن الهيثم في أعماله حول «قياس المجسم المكافئ» و«قياس الكرة»؟ ويبقى الجواب عن هذا السؤال مستحيلاً الآن من دون الاستسلام للتخيل المحض.

ب - حول مراكز الثقل

كتب القوهي في الرسالة نفسها لأبي اسحق الصابئي: «ولعمري أن نسبة الثقل إلى الثقل كنسبة البعد إلى البعد على المكافأة، كانت مقدمة للأوائل، وكانت كواحدة من العلوم الضرورية عندهم، وعند الذين ينظرون في علم مراكز الأثقال، كأرخيدس وإقليدس وغيرهما من أصحاب التعاليم، حتى انتهى إلى ثابت بن قزّة وإلى زماننا هذا، ولم يشكوا فيها. ولسنا ندري كم كانت صحة ذلك عندهم

(١٣) انظر المراسلة الموضوعية من قبل: J. L. Berggren, «The Correspondence of Abū Sahl al-Kūhī and Abū Ishāq al-Sābi: A Translation with Commentaries», *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 7, nos. 1-2 (1983), pp. 55 and 115 - 116.

اقرأ «أول» بدل «أولاً».

(١٤) انظر: Rashedi Rashid, «Ibrāhīm Ibn Sīnā Ibn Thābit Ibn Qurra» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1973).

بالتجربة، ومأخوذة من الحسن كما ظن أبو سعد العلاء بن سهل ذلك، أو كان عليها برهان، ولكن قد درس مع طول الزمان».

إن هذه الشهادة من القوهي تثبت أن ابن سهل ينتمي أيضاً إلى هذه المدرسة الأرخيدسية، وأنه أسهم في تشكيل هذا العلم وناقش الأسس التي يقوم عليها. ولتذكر بأن القوهي نفسه، وكذلك ابن الهيثم لاحقاً، قد اشتغلا أيضاً في هذا المجال.

ج - مسألة هندسية أوردها السجزي

نجد أيضاً آثار كتابة رياضية لابن سهل في مذكرة كان السجزي قد جمع فيها مسائل هندسية مختارة بغية مناقشتها مع المهندسين في شيراز وخراسان، وهي مسائل انتقاهما من كتابات أبولونيوس، وابن قرّة وابن سهل... لكن السجزي لا يشير إلى عناوين مصادره. فهل نكون حينها أمام تأليف شاع في ذلك العصر، يجمع فيه المؤلف مسائل هندسية يطرحها على نفسه بغية حلّها؟

لقد قمنا بإثبات مسألة ابن سهل المذكورة في معالجة السجزي: كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندس شيراز وخراسان وتعليقاته، انطلاقاً من مخطوطتين، وُجدت الأولى في دبلن، في مكتبة تشستر بيتي رقم ٣٦٥٢، الورقات ٣٥ - ٥٢ (Chester Beatty, ٥٢ - ٣٥, no. 3652, ff. 35-52). نُسخت هذه المخطوطة في بغداد في أواخر سنة ١٢١٤، فالمجموعة التي تنتسب إليها هذه المخطوطة، انتهت كتابتها نهار الجمعة ١٠ حزيران/يونيو ١٢١٥. نسخ هذا النص يحیی بن الحسن بن محمد بن علي بن أحمد بن نظام الملك، ومن المحتمل جداً أنه نقلها عن نسخة السجزي، كما ذكر الناسخ بالنسبة إلى نصوص أخرى من المجموعة نفسها. أما المخطوطة الثانية فتوجد في مكتبة السليمانية في استانبول، ونرمز إليها هنا بحرف A مجموعة رشيد، رقم ١١٩١، الورقات ٣١ - ٦٢ (collection Resit no. 1191, ff. 31-62)، وهي نسخة أحدث، لا نعرف عنها إلا القليل.

إضافة إلى هذه النصوص الثلاثة المفقودة حتى الآن، والتي لا نملك سوى دلائل قليلة جداً تدلنا على وجهة البحث فيها، من دون المقابلة في المقارنة مع معاصريه أو أخلافه، بحوزتنا رسالة المؤلف المجهول مثبتة ها هنا.

د - كتاب عن تركيب مسائل حلّها أبو سعد العلاء بن سهل

يفيدنا مؤلف هذا الكتاب، أن ابن سهل أرسل إلى أحد الوجهاء الملمّين بالرياضيات رسالة تتعلق ببعض المسائل الهندسية مكتفياً بتحليلها، وأن هذا الوجه

طلب منه أن يبرهنها بالتركيب. لكن، من كان هذا الوجيه، صاحب المراسلة مع ابن سهل أولاً، ومن بعده، مع مؤلف هذا الكتاب؟ ومن هو هذا المؤلف الذي من الواضح أن رسالة ابن سهل هذه كانت ماثلة أمامه؟ لا نملك معرفة دقيقة نتبنا عن هوية هذا الوجيه: كل ما نعلم عنه إنه فرد من أرستقراطية السلطة أو الثقافة، كان ملماً بالرياضيات، وكان، كما يجبرنا المؤلف، يملك مكتبة صُمم الكتاب خصيصاً لها. ولقد استعمل مؤلف المقالة عند توجهه إلى هذا الوجيه، ألقاباً كافية للدلالة على طبقته^(١٥). غير أن مرشحين كثر من الممكن أن تنطبق عليهم تلك الأوصاف في ذلك العصر: منهم أبا اسحق الصابئي، وأبا محمد بن عبد الله بن علي الحاسب، وآخرين كَثُرَ من أقرانهم. وبغياب معلومات إضافية نكتفي بالتأكيد على أنه من طبقة مميزة، من دون أن يكون أميراً ولا وزيراً، وأنه من مرتبة اجتماعية عالية، ولم تكن الرياضيات مهنته، لكن معرفته بها على الرغم من ذلك، معمقة من دون أن يكون مبدعاً فيها.

لكن، من هو هذا الرياضي المعاصر لابن سهل، والذي استعاد تحليله؟ في معرض دراسة حول إنشاء المسنجع في الدائرة، طرح عادل أنبوي^(١٦) تكهناتاً باسم

(١٥) إن من نحن بصدده هو وجيه حقاً، كما يظهر النص الذي بين أيدينا والموجه إليه. فهو، أولاً، يملك مكتبة، صُمم هذا الكتاب لـ «خزائنه المعمورة». وفي الواقع كان هذا امتيازاً لأرستقراطية سلطوية أو ثقافية في ذلك العصر. من ناحية أخرى، تدل الألقاب المستعملة في مخاطبته، على أنه ليس أميراً ولا وزيراً، بل وجيهاً محترماً لمرتبة الفكرية أيضاً. يدعو مؤلف النص بلقب «شيخ» أحد ألقاب علماء الدين، كما يشرح لنا القلقشندي، انظر: أبو العباس أحمد بن علي القلقشندي، *صبح الاعشى في صناعة الإنشاء* (القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣)، ص ٦، ص ١٧.

كما يدعى بالمولى وهو لقب أمناه سر الدولة والكيان في الجيش والدواوين، وأخيراً سُمي بـ «الأستاذ» وهي كلمة فارسية معزية. من هذا القبيل سُمي الوزير ابن العميد، معاصر ابن سهل بـ «الأستاذ». هذه الألقاب يمكن أن تدل عن طبقة كاملة من الأشخاص في ذلك العصر مثل أبي اسحق الصابي، أو الشهير أبي محمد بن عبد الله بن علي الحاسب... الخ. من جهة أخرى نستطيع تقريب أقوال مؤلف المقالة من أقوال الشني المشابهة لها في نص يتوجه فيه بجلاء لأحد القضاة. زد على ذلك، يتوجه الشني في مقالته مساحة أي مثلث متباين الأضلاع، انطلاقاً من أضلاعه بالمبارات نفسها المستعملة سابقاً لأحد الفقهاء. انظر أيضاً الملاحظات الإضافية [١٥٩، ٦].

(١٦) في مقال حول تاريخ المسنجع في الدائرة، يعرض عادل أنبوي هذا التكهن التالي: تنوّ الشني بمقاطع من كلام العلّاء بن سهل وبمقاطع من كلام أبي الجود، حول الحل الذي بقي متمذراً على العلّاء ابن سهل. هذه المقاطع هي نفسها تلك الموجودة في المذكرة المجهولة المؤلف. فينسب أنبوي، سهواً لأي الجود كلام الشني. وما أن يُعد هذا الخلط، حتى يسقط التكهن تلقائياً. انظر: أنبوي، «تسبيح الدائرة»، ص ٣٣٣، رقم ٣٣.

الرياضي أبو الجودين الليث، وهو أكبر سنًا من ابن سهل. ولا يبدو لنا هذا الظن صحيحاً، فباعتقادنا أن هذا المؤلف المجهول ليس سوى محمد بن أحمد الشني، وهو رياضي يُحتمل أن يكون أصغر سنًا من ابن سهل.

فلقد كتب الشني رسالة أعاد فيها سرد قصة إنشاء المسنّع في الدائرة، كما أثار مسألة الوسطين، حيث تركزت انتقاداته على أبي الجودين الليث، التهم بالاختلاس العلمي وعدم الكفاءة^(١٧). فهو يؤكد في معرض قصة الانشاء هذه أن أبا الجود أعطى المقدمة التالية:

اقسم مقطعاً AB بنقطة C بحيث يكون:

$$AC \cdot AB = k^2, \quad (١)$$

$$\frac{k}{BC} = \frac{AB}{AB + BC}$$

تقود قسمة AB هذه، بالفعل إلى إنشاء المسنّع في الدائرة؛ لكن أبا الجود -بحسب قول الشني- أخطأ مرتين في برهانه: فقد اعتقد بإمكانية الحصول على هذه القسمة بواسطة تقاطع مستقيم مع دائرة، كما أبدل في مجرى البرهان، نسبة بأخرى غير مساوية لها. وتبين للسجزي، وكان رياضياً فتياً آنذاك، خطأ أبي الجود، ولما لم يستطع برهانه، توجه بالسؤال إلى ابن سهل الذي، كما يروي الشني، تمكن من «تحليل الخط إلى تلك النسبة بقطعين متقابلين من القطوع المخروطية - زائد ومكافئ - فحلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي»^(١٨).

حدث آخر نستغرب بقاءه، على الرغم من أهميته لموضوعنا، خفياً على المؤرخين، رواه الشني بالكلمات التالية: «وذلك أن العلاء بن سهل ذكر فيما كتب به إلى أبي سعيد السجزي مجيباً عما سألَه عن قسمة الخط الذي تقدّم ذكره تحليل شكل سألَه عنه أيضاً وهو هذا: سطح ا ب ح د متوازي الأضلاع، أخرج قطره وهو ب ج وأخرج ضلع ج د على استقامة من جهة د بلا نهاية؛ كيف نخرج خطأ

(١٧) الشني، كشف غمويه أبي الجود في امر ما قلّمه من للثمتين لعمل المسنّع برزعه.

(١٨) انظر ما كتب الشني: «فتبين له (السجزي) فساد قوله (قول أبي الجود) والمغالطة في عمله ورام أبو سعيد السجزي أن يقسم الخط على النسبة المذكورة، فتنبأ للعلاء بن سهل تحليل الخط إلى تلك النسبة بقطعين متقابلين من القطوع المخروطية - زائد ومكافئ - حلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي، فلما وصل إليه ركه أبو سعيد السجزي وبنى عليه المسنّع وادعاه لنفسه. انظر: المصدر نفسه، ص ١٣١».

كخط اهزح حتى تكون نسبة مثث ب هز إلى مثث زدح نسبة مفروضة؟^{١٩}.

وقال في آخر تحليله: «فإذا إعطاء نسبة ما بين مثلثي اهب و زدح فلا سبيل إلى ذلك ولو وجدنا مساعاً لتوصلنا إلى ذلك، في خضم كلام يطول ويول». ويتابع الشني: «لا أدري كيف تعذر عليه هذا حتى استبعده وحسن الظن بنفسه فيما أورده لأن بين المسألتين نسبة ما ويمكن الوصول إلى ذلك، لأنه إذا كان سطح ابج د مربعاً، وكان مثث ا هب مساوياً لمثث زدح فهو الشكل الذي قدمه أرخميدس لعمل المسيح وسلك أبو سهل القوهي فيه طريق تقسيم الخط على النسبة التي تقع فيه»^(١٩). ثم يورد الشني تركيب القوهي.

إن المقاطع التي أوردناها، وكذلك عرض تركيب القوهي هي للشني وليست لأي الجود، كما سبق وظنّ سهواً. وهي لا تذكر بتعابير النص المجهول فحسب، بل وتتطابق معها أحياناً^(٢٠). إن مؤلف هذا النص المجهول هو إذاً، من دون شك، الشني نفسه.

لم ينتقل الشني إلى نقد أبي الجودين الليث إلا بعد هذه الشواهد، فينقل أن هذا الأخير «قال... في مجموعاته التي سماها الهندسيات بعد ذكره ما قاله العلاء بن سهل في ذلك: وقد وجدت أنا ما قاله العلاء بن سهل أنه ممتنع. يعني إعطاء النسبة بين مثلثي اهب و زدح من الشكل المتقدم»^(٢١). هكذا نرى أن الشني وأبي الجود انغمسا بالمسألة نفسها من دون الخلط ما بين طرحيهما.

إن فائدة رسالة الشني هذه التي كتبها ضد أبي الجودين الليث، أنها أنارتنا حول الدور الأساسي لابن سهل في انشاء المسيح في الدائرة، مؤكدة في الوقت نفسه أصالة المسائل التي طرحها ابن سهل، كما أنها مكنتنا من إماطة اللثام عن هوية مؤلف كتاب تركيب المسائل التي حلّها أبو سعد العلاء بن سهل.

(١٩) المصدر نفسه، ص ١٣١ - ١٣٢. كامل النص العربي في الملاحظات الإضافية للمحقق ابن سهل.

(٢٠) تظهر واضحة المقارنة بين تعابير الشني في هذه الرسالة، ونص الرسالة الأخرى حول التركيب بأنهما للشخص نفسه، من حيث الأفكار والكلمات والتعابير. انظر: المصدر نفسه، خاصة ص ١٨٤، السطر ١١ إلى ص ١٨٦، السطر ٥ (الأوراق ١٣١ - ١٣٢)، حيث يكرر الشني استشهاد ابن سهل الشهير ويلخص حل القوهي. انظر الملاحظات الإضافية للمحقق ابن سهل.

(٢١) المصدر نفسه، ص ١٣٢. نلاحظ أن الأقوال التي ينسبها الشني لأي الجود هي منفصلة بوضوح. انظر الملاحظات الإضافية للمحقق ابن سهل.

وصلنا هذا النص في نسخة وحيدة تؤلف جزءاً من المخطوطة ٤١، رياضة، دار الكتب، القاهرة، وهي تحتوي على ٣٢ رسالة وكتيباً، نقلها الناسخ الشهير مصطفى صدقي^(٢٢)، باستثناء بعض الصفحات، نهار الاثنين ١٠ آب/أغسطس ١٧٤٠، بالخط النسخي. هذه النسخة إذاً حديثة العهد نسبياً، ولا شيء يشير إلى أنه قابلها مع الأصلية التي، فضلاً عن ذلك، لا نعرف عنها شيئاً يذكر.

هـ - حول خواص القطوع المخروطية الثلاثة

يتميز كتيب ابن سهل هذا بقصة بسيطة ومؤكدة: لقد نسخ الرياضي السجزي وابن سهل ما زال حياً. وعلى الرغم من عدم تدوين تاريخ النسخة، تبين المقارنة بينها وبين رسائل أخرى نقلها السجزي، أنها نسخت سنة ٩٧٠ أو قبل ذلك بأشهر. لكننا نعلم، من جهة أخرى، أن السجزي كان في ذلك الوقت على تراسل علمي مع ابن سهل داعياً له، في أول الكتيب، بطول العمر. ولم يفته، بعد انتهائه من نسخته، أن يقابلها بالأصلية. وهذه النسخة هي بالتحديد، تلك التي وصلتنا ضمن المخطوطة الثمينة ٢٤٥٧ في المكتبة الوطنية (فرنسا)، حيث إن جزءاً كبيراً منها، وهو الأقدم، نسخ السجزي بيده، كما هو ظاهر من قراءة ذيل «شرح مقالة إقليدس العاشرة» للماهاني، والذي نسخ السجزي أيضاً.

ولا تحتوي نسخة الكتيب -وهي بالخط النسخي- على أي إشكال ذي شأن، باستثناء تردد واحد وعبارتين فوق السطر من المرجح أنهما دوّنتا أثناء النسخ، وكذلك كلمة واحدة على الهامش كتبت عند المقارنة بالأصل، أما الأخطاء في الأحرف الهندسية فيعود سببه إلى التشابه في الرموز الكتابية. لا شيء إذاً يوحي بأن يداً ثانية تدخلت في هذه النسخة غير يد السجزي، أو أن أي اجتهد قد أضيف إليها.

في عودة إلى النص نفسه، تعترضنا ملاحظتان: أولاً استعانة ابن سهل بالقضايا ١، ١١، ١٢، ١، ٣٥، ١، ٣٦ من المخروطات، من دون ذكرها بوضوح، وهو ما يعني أن هذا الكتاب كان، في النصف الثاني من القرن العاشر،

(٢٢) هو ناسخ مثقف. كان ينسخ، في بعض الأحيان، النصوص لنفسه، كما ذكر عن كتاب ابن البناء، رفع الحجاب (استنبول، وهي، مخطوط رقم ١٠٠٦). ولدينا الانطباع نفسه عن هذه المجموعة، عندما نقرأ في الصفحة الأولى أنها تخص الناسخ. وقد نقل مصطفى صدقي نصوصاً أخرى مثلاً: الزيدي، عيون الحساب (استنبول، هزئاسي، ١٩٩٣).

مؤلفاً أساسياً من المفروض إمام القاريء به، على الأقل في قضاياها الأساسية. وثانيتهما، أن لغة النص هي لغة هندسة المخروطات المستقرة تماماً والحالية من الشواذ.

و - رسالة في الاسطرلاب بالبرهان للقوهي وشرح ابن سهل له

حرر ابن سهل شرحه، كما نقرأ في مقدمته، بناء على طلب معاصر له. ويبدو نص ابن سهل كمتعمق لنص القوهي، وبالإمكان الاعتقاد بأن هذه هي الحال دائماً في التقليد المخطوطي. وهكذا يرد النصان في المخطوطة الشرقية رقم ١٤ (Or. 14) من مكتبة جامعة ليذن - التي نرسم إليها بالحرف L - وهي المخطوطة الوحيدة التي وصلتنا من هذه الكتابات. فيشغل كتاب القوهي الصفحات ٢٥٤ إلى ٢٨٢، وشرح ابن سهل الصفحات ٢٨٢ إلى ٢٩٤.

غير أن هذه المخطوطة L، كما أثبتنا في مكان آخر^(٢٣) هي نسخة حديثة - تعود إلى القرن السابع عشر - عن مخطوطة أخرى، وصلت، بطرق غامضة، إلى مكتبة جامعة كولومبيا في نيويورك، تحمل رقم شرقيات ٤٥ سميث (Smith Or. 45)، ونرسم إليها هنا بالحرف C. ويعلمنا دوزي (R. P. A. Dozy) في مقدمته لفهارس مكتبة ليذن^(٢٤)، أن الرياضي والمستشرق غوليوس (Golius) قد شارك بنشاط، في القرن السابع عشر، في الحصول على المخطوطات العربية وتجميعها. وفضلاً عن ذلك، فإنه استعار بعض المخطوطات من أصحابها، فنسخها بواسطة عربي مقيم آنذاك في امستردام. وفي عداد هذه المخطوطات نجد النسخة C التي ما إن نُسخَت حتى اختفت لتظهر من جديد في مجموعة سميث.

نجد في الصفحة الأولى من المخطوطة C عناوين بعض الرسائل التي تحتويها. من هذه العناوين: رسالة في الاسطرلاب بالبراهين لأبي سهل (كذا!)، أي رسالة القوهي يتبعها شرح ابن سهل، كما تشهد النسخة L. ومن الجلي أن هاتين الرسالتين تحتتمان مجموعة لم تعد، مع الأسف، موجودتين فيها. لقد ضاعتا، إذًا، على أثر عملية النسخ في القرن السابع عشر. كما زيد، في المقابل، حوالى الثلاثين صفحة من التعقيبات على نصوص رياضية، بينها الأصول، بخط

Rushdi Rashid, *Sharaf al-Dīn al-Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au* (٢٣) *XIII^{ème} siècle* (Paris: Les Belles lettres, 1986), p. LV.

Catalogus Codicum Orientalium Bibliothecae Academiae Lugduno Batavae (Leiden: E. (٢٤) J. Brill, 1851), p. XV.

مختلف. وبسبب هذا الضياع الآتي أو النهائي، نحن إذًا، مجبرون على أن نثبت النص انطلاقاً من المخطوطة L الوحيدة، التي وصفناها سابقاً^(٢٥). نُسخَت هذه المخطوطة باعتناء، بالخط النسخي، وقد دَوَّن الناسخ بيده في الهامش أربعة تصحيحات على نسخته عند مقابلتها مع الأصلية - أي النسخة C [٢٥٥، ٢٦٧، ٢٧١، ٢٩١]. ولا توجد، في الهامش، أية كتابة أخرى باستثناء قصيدة في الأخلاق في رأس الصفحة ٢٩٣. ولا شيء يوحى بوجود كلمات مدموسة أو جل. أما الأشكال فقد نُقلت باعتناء أقل مقارنة بالجزء الباقي من C. لكن الحادث الأهم الذي طرأ على هذه السلالة المخطوطية فمن المحتمل جداً أنه يرجع إلى C. فمؤلف القوهي يحتوي على مقالتين: الأولى في أربعة فصول، والثانية في سبعة فصول. وصلتنا المقالة الأولى كاملة بينما المقالة الثانية ناقصة، إذ تعرضت للقطع في القضية الأخيرة - السادسة - من الفصل الثاني، أي على الصفحة ٢٧٦، وضاعت الفصول الثالث والرابع والخامس، في حين بقي الفصلان السادس والسابع كاملاً. وعلى الرغم من عدم التمكن من الجزم بتاريخ هذا الضياع، إلا أن ناسخ L لم يعودنا في النصوص الأخرى إجمالاً كهذا، الأمر الذي يسمح لنا بالظن بأن هذا الحذف قد وُجد قبلاً في المخطوطة C.

ز - الآلات المحرقة

لم تصلنا أية شهادة من مصادر قديمة أو حديثة عن رسالة ابن سهل. ولم يخطر وجودها على بالٍ قبل أبحاثنا هذه. وقد كان معلوماً من فهراس المكتبتين الوطنيتين في دمشق وطهران أن في كلتيهما مخطوطة لابن سهل عنوان الأولى: «رسالة في الآلة المحرقة لأبي سعد العلاء بن سهل»، أما الثانية فعنوانها: «كتاب الحِرَاقَات عمله أبو سعد العلاء بن سهل». وثقة بهذه الفهارس وحدها ساد الاعتقاد طويلاً أن النسختين هما لنص واحد عنوانه «حول المرايا المحرقة»، وهو خطأ محير ولا سيما أن إحدى هاتين المخطوطتين مؤلفة من ست وعشرين ورقة، في حين أن الثانية من ورقة ونصف فقط، كما أن العنوانين مختلفان، وكلمة «آلة» في مخطوطة دمشق لا تُفهم بـ «مرآة»^(٢٦). إن تفحص المخطوطتين لم يلبث أن أظهر أنه لا يوجد

Rashid, Ibid., p. LV.

(٢٥)

F. Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums* (Leiden: E. J. Brill, 1978), p. 233.

Brill, 1978), p. 233.

حيث يعتبر المخطوطتين نسختين لنص واحد تحت عنوان: *Über den Brennspiegel* (sic).

أي مقطع، ولا حتى أي سطر واحد، مشترك للثنتين. فمخطوطة دمشق -نرمز إليها بالحرف D- كترست بأكملها للمرايا المكافئية، في حين أن هذه الدراسة هي بالذات ما تفتقده مخطوطة طهران -ونرمز إليها بالحرف T- فضلاً عن ذلك، هناك ثغرة مهمة ثانية في المخطوطة الأخيرة، فهي في فوضى كاملة ومبتورة بشكل مربب. فيعد تحليل عمل ابن سهل وإعادة تركيب المخطوطة يظهر ترقيمها المتواصل من ١ إلى ٢٦^١ وهماً، وُضع لاحقاً على النسخة بعد ضياع بعض أوراقها وخلط الأخرى. ففي الواقع يجب ترتيب الأوراق كالآتي:

$$1^v \rightarrow [14^r - 16^v] \rightarrow [13^{r-v} \rightarrow 2^r - 12^v] \rightarrow [17^r - 26^v]$$

بالإضافة إلى هذه الفوضى، نلاحظ بترين مهمين للمخطوطة T، واحد بين ١٤ و ١٦^٢، والآخر بين ١٦^٣ و ١٣^٤. ويقابل هذين البترين ضياع عشر ورقات تُزعت من المخطوطة. فهذه الأوراق بالذات تحوي دراستين: الأولى في المرأة المكافئية، والثانية في مرآة القطع الناقص. في الأمر إذاً، عمل من النوع المميز لقارئ يهتم بهاتين المرأتين. كما إن الورقات المنزوعة تحوي أيضاً نهاية الدراسة التي تسبق المرأة المكافئية أو مرآة القطع الناقص، وبداية الدراسة التي تتبع هاتين الدراستين، وهي في الحالتين دراسة الرسم المتواصل للمنحني. وكما سنبين، حصلت هذه الإضاعة بعد نهاية القرن الثالث عشر. وقد أصلحت أولى هاتين الثغرتين -أي دراسة المرأة المكافئية- بالكامل تقريباً بواسطة المخطوطة D. ويعد إعادة تركيب المخطوطة T، يبين لنا أن المخطوطة D ما هي إلا جزء صغير من رسالة ابن سهل. فإذا كانت T في الأصل نسخة كاملة لرسالة ابن سهل، لا تكون D في المقابل سوى نسخة لجزء من هذه الرسالة، ذلك الذي يتعلق بالمرآة المكافئية.

يتبين من قراءة الذيل أن المخطوطة T هي نسخة لمخطوطة X₁ نقلها أحد بنين أحمد بن جعفر الغندجاني الذي على الرغم من معرفتنا الضئيلة به، لم يكن ناسخاً بسيطاً، بل كان مهندساً يهتم بالبصريات أيضاً، ولا سيما بالمرايا المحرقة^(٢٧). وقد

(٢٧) الفندجاني وليس الغندجاني، الذي لم يذكره أي فهرس أيضاً، يأتي استناداً إلى اسمه، من منطقة صغيرة في إيران: غندجان. انظر: شهاب الدين أبو عبد الله ياقوت الحموي، معجم البلدان، تحقيق فرديناند وستفولد، ج ٦ (غوتنجن: [د.ن.]، ١٨٦٦ - ١٨٧٣)، ج ٤. نعرف له كتاباً عن «القبلة» انظر: الغندجاني، القبلة (أوكسفورد، مكتبة بودلين، دارست ٣)، ورقة ٩٣^٢.

نجد الإشارة إلى أن هذا النص سبق نسخة لكتيب ابن سهل، البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء (دمشق، الظاهرية، ٤٨٧١؛ جبال، ١٧٠٦؛ لينيفراد، المؤسسة الشرقية ٨٩، مجموعة B، =

نُسخت المخطوطة D بدورها عن مخطوطة X_2 ، كان قد نسخها ابن المرخم^(٢٨)، وهو ليس بالناسخ البسيط كذلك، ناقلاً إياها عن نسخة الغندجاني كما يخبرنا ذيل D. وكان هذا الأخير قد نقلها بدوره عن مخطوطة كتبها ابن سهل بيده. نلخص شجرة التحدر كالتالي:

نسخة ابن سهل $x \leftarrow$ نسخة الغندجاني $X_1 \leftarrow$ نسخة ابن المرخم $X_2 \leftarrow$ D
T

شكلت إذاً نسخة الغندجاني هذه، المنقولة عن نسخة ابن سهل نفسه، الأصل المباشر للمخطوطتين T و D، متحدرة في حالة D مروراً بالنسخة X_2 ، وقد نُقلت عنها بعد وقت قريب. فالنسخة X_2 أنجزها ابن المرخم في بغداد حيث كان يمارس عمله كقاض، قبل السنوات الخمسين من القرن الثاني عشر أي أن قرناً ونصف تقريباً تفصل X_2 عن T، إذ إنه انطلاقاً من ملحق T نعرف أن علياً ابن العالم الفلكي المشهور بحبي المغربي، أنهى تصويب النسخة نهار الخميس الواقع فيه الحادي عشر من ربيع الآخر لسنة ٦٩٠، أي حوالي ١٢ نيسان/ابريل ١٢٩١ في وقت كانت فيه نسخة الغندجاني لا تزال في متناول اليد. وتكون المخطوطة T إذاً قد نُسخَت قبل أن يضع علي المغربي لساته الأخيرة المحتملة عليها في مراغة، حيث استقر والده للعمل في مرصدها المشهور. نعرف من تأريخ المجموعة التي تنتمي D إليها والمكتوبة بالخط نفسه، أنها نُقلت بين ١١٥٥ و ١١٦٣ تقريباً. كما نعرف أيضاً من ناسخ المخطوطة D أن النسخة الأصلية التي اعتمدها ابن المرخم هي أيضاً نسخة الغندجاني^(٢٩). تشير كل الدلائل إذاً إلى أن دراسة المرأة المكافئية بكتيب مستقل،

= ١٠٣٠، واوكسفورد: مكتبة بودلين، مارش ٧١٣، ومكتبة بودلين، فلرست ٣). نجد أيضاً شروحات هندسية عدة للغندجاني نفسه في هامش كتيب أبي الوفاء البوزجاني حول الانشعاعات الهندسية، وخصوصاً حول صنع المرأة المحرقة (مخطوطات ٢٧٥٣، آيا صوفيا). سيوضح لنا البحث القادم أهمية مساهمة هذا العالم العلمية، ومن المحتمل جداً أنه عاش في النصف الثاني من القرن الخامس أو أوائل القرن السادس للهجرة، الموافق النصف الثاني من القرن الحادي عشر أو أوائل القرن الثاني عشر ميلادي.

(٢٨) كان ابن المرخم قاضياً في بغداد (٥٤١ - ٥٥٥ هـ) أي (١١٤٦ - ١١٦٠ م). وبحسب ما نقل عنه فإنه كان يهتم بالفلسفة والعلوم وكان طبيباً أيضاً. انظر: ابن الأثير، الكامل في التاريخ، ج ١١، ص ٣٥٨، وأحمد بن محمد بن خلكان، وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان، تحقيق محمد محيي الدين عبد الحميد، ج ٦ (القاهرة: مكتبة النهضة المصرية، ١٩٤٨ - ١٩٤٩)، ج ٣، ص ١٢٤. يشهد الغندجاني، وكذلك ابن المرخم، أنه بعد قرن ونصف لاحقاً واصل العلماء الاهتمام ليس فقط بالبصريات، بل أيضاً بأعمال ابن سهل.

(٢٩) انظر ذيل النص الأول، لابن الأثير في: ابن الأثير، المصدر نفسه، تعليقات ونقد، ص ١٠.

يعود إلى تلك الحقبة، وكان من عمل ابن المرخّم.

لنعد الآن إلى وصف هاتين المخطوطتين بادئين بالمخطوطة T. تنتمي هذه المخطوطة إلى المجموعة رقم ٨٦٧ في مكتبة ميللي بطهران. وهي بخط نسخي جميل ويبد واحد، باستثناء ما زاده عليها علي المغربي في الذيل وعلى هامش ٢٣^ط (جملة منسوخة بوضوح أثناء مقابلتها بالأصلية). توجد الزيادة الثانية تحت السطر في الصفحة الأولى^{١٨}، مكتوبة بيد ثالثة توضح هوية الملك الذي أهدى إليه الكتاب:

«صمصام الدولة»، لقبه «أبو كاليجار بن عضد الدولة». كل الزيادات الأخرى هي بيد الناسخ. لذلك عندما قابل هذا الأخير النسخة مع الأصلية زاد على الهامش، كما ذكر في نهاية المخطوطة - ٢٦^ط - التعابير المحذوفة أثناء النسخ، محدداً بدقة مواضعها في النص. كما أضاف أثناء النسخ، لكن فوق بعض السطور، كلمات منسية. وعلى الصفحة ١٨^ط، توجد مسودة شكل غير ناجحة، لإنشاء ميكانيكي للقطع الزائد، معادة بشكل صحيح على الصفحة ١٩^ط؛ أما الصفحة ١٩^ط فيضاء، والأشكال بمجملها مرسومة بشكل صحيح.

تشكل المخطوطة D جزءاً من المجموعة ٤٨٧١ من مكتبة الظاهرية في دمشق، وبخط نسخي. والصفحات الثلاث لهذه المخطوطة - ٨١^ط - ٨٢^ط - هي بالخط نفسه، مع زيادة واحدة، على الهامش بخط الناسخ للإشارة إلى حذف ولتبيان موضعه. استرعت هذه المجموعة الانتباه منذ زمن طويل وذكرت سابقاً أكثر من مرة^(٣٠). نشير أخيراً إلى أن اللغة هي لغة بصريات ذات مصطلح علمي أضحي مستقراً.

ح - البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء

إنه نصّ ابن سهل الوحيد، الذي نملك مخطوطات عدة عنه في الوقت الحاضر. تشكل المخطوطة الأولى جزءاً من مجموعة مكتبة الظاهرية التي ذكرناها سابقاً، ورمزنا إليها بـ D، والمنسوخة باليد نفسها؛ وتحتل الصفحة ٨٣^ط. ترجع هذه المخطوطة إذاً إلى السنوات الخمسين من القرن الثاني عشر، ونسبها بمثلاتها

(٣٠) كرد علي، «مخطوط نادر»، مجلة الجمع العلمي العربي، العدد ٢٠ (١٩٤٥)، ص ١ - ٧،

٤١ - ٤٣، و J. Ragep and E.S. Kennedy, «A Description of Zāhiriyya (Damascus) Ms 4871», *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 5, nos. 1-2 (1981), pp. 85 sqq.

قرأ هذان الآخران اسم الناسخ «العبحاني» بدل «الفتنجاني».

من النسخ مثير للاهتمام بشكل خاص. فسابقتها المباشرة هي نسخة بخط ابن المرحم، نقلها بدوره عن نسخة لابن الهيثم ترجع، ولا بد، إلى الثلث الأول من القرن الحادي عشر، تقريباً.

تنتمي المخطوطة الثانية لهذا النص نفسه - ونرمز إليها بالحرف A - إلى مجموعة B 1030 في بطرسبورغ (ليننغراد) - المؤسسة الشرقية ٨٩ - الورقات ١٣٢، ٤٨، ٤٩ (وليس ١٤٨، ١٤٩). نقرأ في الصفحة ٩١ أنها قوبلت بالأصلية عند انتهاء النسخ في سنة ١٣٤٩. وباستثناء هذا النص الوحيد لابن سهل، لا تحتوي هذه المجموعة إلا على أعمال لابن الهيثم. ويذكر في D أن ابن الهيثم قد نسخ هذا النص بنفسه. نقرأ، من جهة أخرى، على الصفحة الأخيرة من هذه المجموعة: «قوبل هذا الكتاب من أوله إلى آخره مقابلة تصحيح واتقان بالأصل المنقول منه وهو بخط المصنف والله الحمد» [١٥٠].

انطلاقاً من أقوال الناسخ إذاً، نسخت هذه المجموعة عن مخطوطة بخط ابن الهيثم، وكان نص ابن سهل يشكل جزءاً منها. غير أن هذه المجموعة، التي كتبت بخط «نستعليق» رديء جداً، هي ذات نوعية علمية كبيرة، الأمر الذي يعزز، بطريقة غير مباشرة، تحددها المخطوطي.

المخطوطة الثالثة - نرمز إليها بالحرف A - تنتمي إلى مجموعة ٣ في مكتبة بودلين في أوكسفورد (Bodleian library). من المعتبر أن نجد نص ابن سهل في هذه المجموعة على أثر نص للغندجاني، ذكرناه سابقاً. يمكننا إذاً طرح تساؤل معقول عما إذا كان النص قد نقل عن نسخة لهذا الأخير، تحوي، في ما تحوي، نصه ونص ابن سهل كذلك. وتُظهر دراسة النص بأن الناسخ حذف غالباً الكلمات «نقطة» و«مستقيم» ليسط النسخة. إلى جانب هذه الميزة الخاصة بالنسخة يبيّن تفحص الحذوفات الأخرى والأخطاء نوعاً من العلاقة مع D، أو مع إحدى حفيداتها الضائعات حالياً. لقد نُسخَت في السنة ١٢٧٦ أيضاً بالخط «نستعليق».

نرمز إلى المخطوطة الرابعة بالحرف B هي نسخة حديثة عن السابقة، وتنتمي مثلها إلى المكتبة نفسها، وإلى المجموعة مارش ٧١٣ (Marsh 713)، في الورقات ١٧٦ - ١٧٦ ط؛ وقد أهملناها في عملية إثبات النص.

نجد أخيراً عنوان النص المذكوراً في مجموعة جانال ١٧٠٦ (Genel 1706)،

في آخر الصفحة ٢٥٨^{٣١}؛ لكن النص غير موجود فيها، خلافاً لما أكده بعض
المفهرسين^(٣١).

تكون شجرة التحدر كالتالي:

$$B \leftarrow A \leftarrow D \leftarrow X_2 \leftarrow X_1 \leftarrow \text{ابن الهيثم} \leftarrow X \leftarrow \text{ابن سهل}$$

\xleftarrow{L}

إثباتنا إذاً لنص هذا الكتيب ارتكز على A و D و L.

لهذا النص أهمية تاريخية خاصة جداً. فقد حرّره ابن سهل عند درسه كتاب
المنظر لبطليموس. وكان ينوي، كما يدل عنوان الكتيب، عرض نتائج تحصيله
للمقالة الخامسة، على الأقل، من كتاب المنظر لبطليموس، وأن يضم هذا الكتيب
إليها. يبيّن هذا النص بصورة أكيدة أن كتاب بطليموس هذا كان يُقرأ ويُستخدم
من دون تشكيك فيه، فهدف ابن سهل لم يكن التعقيب على كتاب المنظر
لبطليموس، بل تطبيق بعض قضاياها على دراسة ظاهرات تمه، كشفافية الفلك.
ومن جهة أخرى، نشهد في هذا النص، كما في رسالته حول «الحراقات» دخول
لغة الانكسار ومفاهيمها، واستقراراً في المصطلحات العلمية؛ فما من شك في أن
ترجمة كتاب المنظر لبطليموس أعطت، خصوصاً في بحث الانكسار، اصطلاحات
علمية جديدة، اعتمدها الرياضيون العرب، وفي المقام الأول ابن سهل. أخيراً،
تنبع أهمية كتيب ابن سهل هذا من علاقته اللاحقة بابن الهيثم، فهو موضوع
الشرح في مقالة عن الضوء، ومن الغريب إذاً أن البرهان على أن الفلك ليس هو
في غاية الصفاء لم يُدرس بعد ذلك مطلقاً.

هذه هي إذاً أعمال ابن سهل في البصريات وفي الرياضيات، التي عثرنا
عليها واستطعنا تحديد هويتها، حتى يومنا هذا. فأهميتها وأصالتها تثبتان الصورة
التي كانت لابن سهل في ذلك العصر والمكانة الرياضية التي تمتع بها. ربما نحصل
لاحقاً على كتابات أخرى تمكننا من إيضاح أكبر لأعماله، وتسمح ببلورة المساهمة
العملية لواحد من ألع عملي مدرسة بغداد.

Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, p. 232.

(٣١)

ومن الغريب أن يقن هذا المفهرس أنه وجد هذا النص في هذه المخطوطة، ص ٢٥٨ - ٢٥٩.

ثانياً: ابن الهيثم

سُجّلت أعمال ابن الهيثم ووقائع حياته من قبل الفهرسين القدامى، فباتت بذلك معروفة أكثر، بما لا يقاس، من وقائع ابن سهل وأعماله. وقد رسمت أعمال حديثة عديدة حياته وتمتدّد كتاباته^(٣٢)، فيكفي التذكير بأنه وُلد في الثلث الأخير من القرن العاشر -ربما سنة ٩٦٥ في البصرة- وأنه مات في القاهرة سنة ١٠٤٠ حيث أمضى أكثر حقبة من حياته العلمية نشاطاً. وقد كتب، إلى جانب تراثه الرياضي الواسع، حوالى خمس عشرة رسالة في مواضيع بصرية مختلفة، ثبت منها هنا نصوص ثلاثة هي: مقطعان مأخوذان من المقالة السابعة لمؤلفه كتاب المناظر، ونص ثالث هو رسالة حول الكرة المحرقة^(٣٣).

١ - المقالة السابعة من «كتاب المناظر»

لدينا الآن مخطوطات ثلاث لـ المقالة السابعة من كتاب المناظر لابن الهيثم، جميعها في استانبول. الأولى - ونرمز إليها بالحرف F - تحمل الرقم ٣٢١٦ في المكتبة السلیمانیة. وهي عبارة عن مجلد من مجموعة «فاتح» التي كانت، في الأصل، تضم سبعة مجلدات، خصّص كل منها لمقالة من كتاب المناظر، ولم يبق منها سوى خمسة. لهذه النسخة أهمية خاصة جداً، ذلك أنها تعود لصهر ابن الهيثم: أحمد بن محمد بن جعفر العسكري^(٣٤) الذي يبدو، كما سبق وأشار

(٣٢) انظر مثلاً: مصطفى نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣)، ص ١٠ وما بعدها؛ A. I. Sabra, «Ibn al-Haytham» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1972) pp. 189-210, and Matthias Schramm, *Ibn al-Haytham's Weg zur Physik, Barthius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften*; Bd. 1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), pp. 274 sqq.

(٣٣) من بين المقالات السبع التي تولف كتاب المناظر لابن الهيثم، حقق صبرا (١٩٨٣) المقالات الثلاث الأولى فقط. وبالمقابل فالمقالات الأربعة الباقية لم تحقّق بعد. نحقق هنا من المقالة السابعة الأجزاء التي تتعلق بالعدسات، والتي لم يفهم أحد محتواها كاملاً حتى يومنا الحاضر (١٩٨٩)، ولم يتبين أهميتها الحقيقية، نوي على هذا النحو وضع جمل النصوص المتعلقة بنظرية العدسات بالعربية، في تناول القارئ، طبعاً بانتظار بقية نص كتاب المناظر.

(٣٤) نقرأ بالفعل بعد ذلك المقالة الأولى من: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توبكاي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة الأولى: استانبول، فاتح ٣٢١٢، ص ١٤١. وبإلحاقها لنفسها لكن بخط أصغر: «بخط صهر المؤلف كله». هذه الجملة لفتت في السابق نظر ناخب المخطوطة أحمد III (١٨٩٩) في توبكاي سراي والتي تحوي المقالات الثلاث الأولى. فقد كتب على الصفحة الأولى: «كتب هذا الجزء من أصل تم كتابته في منتصف جمادى الأولى سنة ست وسبعين وأربع مائة هجرية، هكذا كتب في آخره: وكتب أنه بخط =

مصطفى نظيف^(٣٥)، أنه نسخ كتاب المناظر كاملاً خلال سنتي ١٠٨٣-١٠٨٤، أي بعد حوالي أربعة وأربعين عاماً على وفاة ابن الهيثم. وقد وصلتنا المقالات الثلاث الأولى^(٣٦)، والمقالتان الأخيرتان من هذه النسخة، ولا تزال المقالتان الرابعة والخامسة مفقودتين^(٣٧). أنجزت هذه النسخة في البصرة، وتمت المقالة السابعة والأخيرة، كما يشير الذيل نهار «الجمعة منتصف شهر رمضان، السنة ست وسبعين وأربع مئة» - أي في ٢٦ كانون الثاني/يناير ١٠٨٤^(٣٨).

وقد أوضح العسكري أن النسخة الأصل كانت نسخة ابن الهيثم نفسه، فكتب مثلاً تحت الشكل السابع في المقالة السادسة: «قال المؤلف إن الخط كطع يجب أن يكون مستقيماً، وكذا وجدنا في نسخته فحكيناه»^(٣٩).

وعلى الرغم من وجود نسخة ابن الهيثم تحت تصرف الناسخ واعتناؤه الكبير بالنقل، نجد عدداً لا يستهان به من الحذوفات والزيادات والأخطاء في النسخة، ولا سيما في نسخ الأحرف الدالة على المقادير الهندسية. لقد تصرّف الناسخ، على الأقل في أقسام النص البرهانية، بطريقة آلية.

تتألف مخطوطة المقالة السابعة من ١٣٩ ورقة منقولة باعتناء، بخط «نسخي». تشهد غزارة الكلمات والعبارات الملحوظة على الهامش بيد الناسخ، مع اشارته إلى مواضعها في صلب النص، بواسطة إشارات اصطلاحية، على أنه قابل لنسخته مع الأصلية أثناء النسخ أو في نهايته. وكان يفصل بين الفقرات بإشارتين استعملتا في ذلك العصر وبعده بوقت طويل، وهما: «هـ» وهي اختصار لكلمة «انتهى»، أو دائرة

= صهر المصنف كله. لكن بما أن مجمل مجلدات F هي باليد نفسها، وفي السنة نفسها، ٤٧٦ هجرية، يمكن الاستنتاج أن كل هذه المجلدات منسوخة من قبل صهر ابن الهيثم.

(٣٥) نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ص ١٣.

(٣٦) المقصودة هي المخطوطات: ٣٢١٢، ٣٢١٣ و ٣٢١٤، فاتح.

(٣٧) المقالتان الرابعة والخامسة نسختا من جديد في المخطوطة F، بعد حوالي مائة وستين سنة، كما ذكر في: نظيف، المصدر نفسه، ص ١٠-١١. انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة الرابعة: استنبول، فاتح، ٣٢١٥.

(٣٨) نقرأ في المخطوطة ٣٢١٦ فاتح: «وقع الفراغ من نسخ هذا الكتاب يوم الجمعة منتصف شهر رمضان سنة ست وسبعين وأربع مئة، وكتبه أحمد بن محمد بن جعفر العسكري بالبصرة». انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة السابعة: استنبول، فاتح، ٣٢١٦ و ٣٢١١، ص ١٣٨.

(٣٩) مخطوطة ٣٣٣٩ أحمد III توكاي سراي، ص ١٢٨. أعطى الناسخ ملاحظتين مشابهيين لشكلين آخرين في المقالة نفسها: الورقتان ١٢٩ و ١٣٣.

محيطه بنقطة. أما قواعد الإملاء فهي تلك المستعملة آنذاك: كتابة غير ثابتة للهمزة، وغياب اللمّة، وكتابة بعض الكلمات مثل «أحديهما»... الخ؛ سمات كثيرة لكنها لا تميز هذه النسخة في شيء من غيرها في القرنين العاشر والحادي عشر. وليس لدينا معلومات حول تاريخ هذه المخطوطة، سوى أنها حالياً في استانبول^(٤٠). ونذكر أخيراً بأن العسكري أحاط غلاف هذه المقالة السابعة، بكيفية مقالات النسخة، إحاطة مثقبة: «المقالة السابعة من كتاب أبي علي بن الحسن بن الحسن بن الهيثم في كتاب المناظر».

تحمل المخطوطة الثانية، ونرمز إليها هنا بالحرف U، الرقم ٢٢٤٨ من مجموعة آيا صوفيا في المكتبة السليمانية. وهي نسخة كاملة لـ كتاب المناظر، تتألف من ٦٧٨ ورقة، انتهى نسخها، كما يذكر الذيل، سنة ١٤٦٤ بأمر من السلطان محمد الفاتح. وقد سبق وأكد مصطفى نظيف بأنها نسخة متأخرة للمخطوطة F، مكمله بالمقالتين الناقصتين -الرابعة والخامسة- من مخطوطة فاتح.

هذه الأخيرة، ونلاحظها بالحرف F₁، تحوي هاتين المقالتين فقط، وقد نُسخَت سنة ١٢٣٩ استناداً إلى مجلدين ينقصان F، كما اعتقد نظيف^(٤١). وهذا يعني، أن المخطوطة U هي نسخة مباشرة عن F للمقالات ١ و ٢ و ٣ و ٦ و ٧، وغير مباشرة بواسطة المخطوطة F₁ للمقالتين ٤ و ٥. وهذا ما تثبته مقارنة خطوطي المقالة السابعة.

أما المخطوطة الثالثة للمقالة السابعة -ونرمز إليها بالحرف K- فهي ضمن مجموعة تحمل الرقم ٩٥٢ في مكتبة كوبرولو في استانبول، وتتألف من ١٣٥ صفحة غير مرتبة، وتحتوي على أجزاء من المقالات الأربع الأخيرة من كتاب المناظر نُسخَت بخط «مغربي». لقد كُتِبَ قسم كبير منها، بيد واحدة. والنصان اللذان يهتماننا، واللذان يشغلان على التوالي ٦٧ ط - ٧٠ ط و ٨٦ ط - ٨٦ ط، خطاً بهذه اليد نفسها. وعلى الرغم من جهلنا تاريخ هذه النسخة^(٤٢)، تبين لنا دراستها الداخلية

(٤٠) هذا عصر السلطان محمود خان كما هو مذكور في الصفحة الأولى. هذه المخطوطة «كانت سابقاً ملك يحيى بن محمد اللاودي».

(٤١) نظيف، الحسن بن الهيثم، بعونه وكشفه البصرية.

(٤٢) بحسب م. كروز، هذه المخطوطة هي من القرن الثامن للهجرة، إلا أنه ليس من إثبات لهذا التاريخ، انظر: Max Krause, «Stambuler Handschriften Islamischer Mathematiker», *Quellen und Studien zur Mathematik, Astronomie und Physik*, Bd. 3, no. 4 (1936), p. 476.

أنها لم تنسخ -في مقالها السابعة على الأقل- عن نسخة العسكري، أي عن F ، بل تتحدران كليهما من سلف مشترك هو، بحسب كل الاحتمالات، أنموذج ابن الهيثم نفسه.

فانطلاقاً من النصين المحققين هنا، واللذين يشكلان أنموذجاً جوهرياً للمقالة السابعة، وبالمقارنة مع النصين المقابلين في F نخلص إلى التالي:

تنقص F ست عبارات من كلمتين على الأقل موجودة كلها في K : في النص الأول ٨٣، ١٤-١٥، ٨٤، ٢ و ٨٦، ١٠ و ٨٨، ١٧ و ٨٩، ١٠، ١١ و ٩٠، ١٠ - ١١؛ وفي النص الثاني ١٠٨، ٣. تنقص F خمس كلمات وحرف وصل: ٨٦، ١٩ و ٨٧، ١٦، ١٩ و ٧٨، ٦ و ٨٢، ١ و ٨٥، ٣ و ٩١، ٣ و ٩٥، ٥ و ٩٧، ٥. يوجد في المخطوطة F ثلاثة وستون خطأ نسخياً أو لغوياً أو رياضياً. يضاف إلى هذا، الاستعمال الشائع في F للمخاطب المفرد، والذي لا يوجد في K . وهذا ما يبين أن F لا يمكن أن تكون مطلقاً سلف K الوحيد.

ولا تظهر، من جهة أخرى، أية من زوائد F في K ، ونعني التكرار، خصوصاً تكرار أخطاء، كالعبارات ٨٦، ١٨ و ٨٨، ٦ - ٧. وأخيراً فإن الحذوفات المشتركة لـ F و K ، لا يمكن أن تتأتى إلا عن سلف مشترك؛ ففي ٨٣، ١١، ١٢ مثلاً، يمنع الحذف الفهم منعاً كاملاً. كذلك الأمر بالنسبة إلى الثمانية عشر خطأ المرتكبة، فعوضاً من: «وتبعد، ط» الجسمين، البصر، خيال واحد، منعطفة، متقطعة». نجد مثلاً: «وتنفذ ط» الجسم، البصر، خيالاً واحداً، منعكسة، منعطفة».

أما بخصوص السؤال عن هذا السلف المشترك، فمن الممكن تقبل أقوال العسكري، وهو معقول، بكون هذا السلف نسخة ابن الهيثم نفسه.

وعلى الرغم من أن هذه الفرضية محتملة جداً، يستحسن إثباتها من خلال مقارنة مع كامل المخطوطة K . ولقد اكتفينا نحن باختبار بضعة نقاط للقول بأننا نقول المخطوطة K من تقليد خطوطي آخر، يرجع إلى ابن الهيثم نفسه.

أثبتنا إذاً نصوص المقالة السابعة استناداً إلى المخطوطتين F و K ، وبمساعدة مصدرين غير مباشرين من الواجب ذكرهما، هما الترجمة اللاتينية لكتاب ابن الهيثم، وتعقيب كمال الدين الفارسي عليه. ومن المعلوم أن كتاب المناظر تُرجم إلى اللاتينية في نهاية القرن الثاني عشر أو في أوائل القرن الثالث عشر، ونشره

ريسner (F. Risner) سنة ١٥٧٢^(٤٣). وقد غابت عن هذه الترجمة، لأسباب ما زالت غامضة، الفصول الثلاثة الأولى من المقالة الأولى. وبالمقابلة مع الأصل العربي، يظهر أن هذه الترجمة لم تؤخذ عن F، وهو أمر سبقت ملاحظته^(٤٤)، بل أخذت عن نسخة من عائلة K، وتحديداً أيضاً عن سلف لـ K أو عن نسخة لهذا السلف. فمقابلة الترجمة مع المخطوطة K، بالنسبة إلى النصين المحققين هنا، لا تدع مجالاً للشك بهذا الخصوص، كما يبيّنه جهاز التحقيق، فالثغرات من كلمة أو كلمات عدة - في F بالنسبة إلى K - نجدها نفسها بالنسبة إلى هذه الترجمة اللاتينية (ما عدا ٨٤، ٢). والأمر عينه بالنسبة إلى الأغلاط. كما إن زيادات F، غير الموجودة في K، غائبة عن الترجمة اللاتينية أيضاً. غير أن بعض ثغرات المخطوطة K غابت عن هذه الترجمة، الأمر الذي يبرهن أنها لم تأت من نسخة عن K. يوجد في المقابل ثغرات في الترجمة بالنسبة إلى K، لكنه من الصعب التكهن بكون هذه الثغرات أصلية أم ناجمة عن الترجمة، وهي حرفية بشكل عام، ولكن ليس دائماً. ومهما يكن، فقد أنارت هذه الترجمة أماننا الطريق، من ناحية الثغرات، أو من ناحية تصحيح بعض القراءات.

إن لشرح الفارسي -تقيق المناظر- وضعاً مختلفاً لسببين على الأقل. فهو لم يقصد منه التكرار الجامد لبحث ابن الهيثم، بل عمل على تلخيص نصّه مع مراجعته وتصويب بعض تأكيدات^(٤٥). ومكّنه هذا من أن يستشهد بابن الهيثم بتصرف ويكثر من الحرية. كما إنه أسهم باغناء المصطلحات العلمية في

(٤٣) المقصود هو: Ibn Al-Haytham, *Optica Thesaurus Alhazeni Arabis Liber Septem*, edited by F. Risner and Basel (1572); With an Introduction by David C. Lindberg, 2nd ed. (New York; London: Johnson Reprint, 1972).

بخصوص الترجمة، انظر: المصدر نفسه، المقدمة، ص VII - VI لهذه الطبعة المكررة. وجد م. كلافت آثار هذه الترجمة في: *Jordanus de Nemore* لـ *Liber de triangulis*، أي حول ١٢٢٠ - ١٢٣٠. انظر: Marshall Clagett, ed., *Archimedes in the Middle Ages* (Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1964), vol. 1, p. 669.

ما من شيء أكيد حول هوية المترجم أو حول مكان للترجمة، فالاسم الأكثر احتمالاً حتى الساعة هو اسم جيرار دي كريمون (Gérard de Crémone).

(٤٤) انظر: ابن الهيثم، كتاب المناظر، المقالات الأولى، الثانية والثالثة، تحقيق عبد الحميد صبرا (الكويت: [د.ن.], ١٩٨٣)، ص ٤٨.

(٤٥) حول معنى شرح الفارسي، انظر: Rushdi Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, no. 4 (1970).

البصريات، إذ إن مصطلحه لم يعد مطابقاً تماماً لمصطلح سلفه. يعبر هذان الأمران الاستعانة بشرح الفارسي في عملية الإثبات النقدي لنص ابن الهيثم، على الرغم من أنه باستعارته جملة أو جل عدة لابن الهيثم يؤدي لنا بعضاً من المساعدة. ضمن هذا النطاق إذاً استعنا بهذا التعقيب وراجعنا المخطوطة ٦٢٤٥١ من مكتبة «مجلس الشورى» في طهران.

٢ - رسالة في الكرة المحرقة

كتب ابن الهيثم هذه المعالجة بعد كتاب المناظر. وقد وصلتنا عنها مخطوطتان: عاطف (Atif) ١٧١٤، الورقات ٩١ ط - ١٠٠ في استانبول، و ٢٩٧٠ Oct، الورقات ٧٤ ط - ٨٣، في مكتبة ستانس بيلوتك في برلين.

تبيّن مقابلة المخطوطتين أن نسخة استانبول قد نُسخَت، من دون أي شك، عن مخطوطة برلين وعنهما فقط^(٤٦). لذلك اكتفينا بالاستناد إلى مخطوطة برلين وحدها لتحقيق نص هذه الرسالة. وقد شكل هذا النص جزءاً من تلك المجموعة، التي لم تنسخ بيد واحدة. فأول الناسخين قاضي زاده هو رياضي أدار مرصد سمرقند فترة من الزمن، واشتغل في خدمة ألغ بك، وقد نسخ من المجموعة الجزء الذي تنتمي إليه رسالة ابن الهيثم. وفي ذيل نص من المجموعة نفسها - نص يحمي الكاشي - الذي نسخه أيضاً قاضي زاده نفسه، نقراً: «فرغ من تنميته في العاشر من ربيع الآخر السنة سبع عشرة وثمان مئة وكان ذلك في سمرقند» (الصفحة ٢١ ط). يمكننا الافتراض أن رسالة ابن الهيثم قد نقلت في السنة نفسها، ١٤١٤، وفي المدينة نفسها. يوجد أيضاً تاريخ آخر في المجموعة، في نهاية نص آخر لابن الهيثم، حول مساحة الكرة (انظر الصفحة ١٥٢ ط) وهذا التاريخ هو ١٤٣٥؛ لكنه هنا كُتب بيد أخرى.

النص الذي نقله قاضي زاده هو بخط «نستعليق»، نجد بعض التصحيحات على الهامش بيد الناسخ؛ لكن لا شيء يدل على أن النسخة قد قوبلت بالأصلية. كما إننا لا نعرف شيئاً حول تاريخ هذه المخطوطة، باستثناء أنها أصبحت، منذ عام ١٩٣٠، ملكاً لمكتبة برلين.

(٤٦) لا نريد إغفال الملاحظات بنتائج مقابلة النصين: إنها تبرهن ببساطة أن مخطوطة عاطف منسوخة

عن مخطوطة برلين وعنهما وحدها فقط.

ثالثاً: شرح الفارسي للكرة المحرقة لابن الهيثم

الفارسي رياضي وفيزيائي فارسي توفي في ١٢ كانون الثاني/يناير ١٣١٩ عن واحد وخمسين عاماً ونصف. مآثره وأعماله أصبحت الآن معروفة بشكل أفضل: في نظرية الأعداد، وفي الجبر، وفي البصريات خصوصاً^(٤٧). وقد قام بشرح كتاب المناظر لابن الهيثم تحت عنوان تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر. هذا الشرح، أو بالأحرى هذا التنقيح، بحسب تعبير الفارسي، ينتهي بتعقيب على رسالة الكرة المحرقة لابن الهيثم. ولكتاب الفارسي هذا أهمية على أكثر من صعيد: إذ بواسطته عرف المؤرخون، وما زالوا، رسالة ابن الهيثم؛ إضافة إلى انتقاداته له، وهي توضح كيف فهم خلف ابن الهيثم مساهمته، وحدود فهمهم له، والانعطاف الذي أحدثوه على كتاب المناظر؛ أخيراً كان لهذا النص دور رئيسي في التقدم الذي أحرزته الفارسي في تفسير قوس قزح والهالة. بعد شرح الفارسي كتاب المناظر، ومن ثم شرحه الكرة المحرقة، هناك نص له حول قوس قزح والهالة. يتابع الفارسي الكتابة بشرح ثلاث رسائل أخرى لابن الهيثم: في كيفية الظلال، وفي صورة الكسوف، ومقالة في الضوء^(٤٨). كان لكتاب تنقيح المناظر الضخم هذا مخطوطات عديدة نجد فيها جميعاً شرح الفارسي للكرة المحرقة. ولما تجر حتى الآن أية محاولة لإصدار طبعة محققة، فقمنا بالحصول على ست مخطوطات للنص حول «الكرة المحرقة»، استعملناها لتكوين نص شرح الفارسي.

تحمل المخطوطة الأولى، ونرمز إليها هنا بالحرف T، الرقم ٦٢٤٥١ في مكتبة «مجلس الشورى» في طهران، وقد نُسخَت بالخط النسخي في السنة ١٦٨٤، الورقات ٢٣١ - ٢٣٥. إن جدول القيم العددية للانكسار، في هذه النسخة المتأخرة، فارغ، فقد رسم الناسخ الجدول ووضع أرقام الأسطر الخمسة عشر الأولى في العمود الأيمن، من دون نقل القيم العددية. ومع ذلك نُسخَت المخطوطة باعتناء، وقويت بالأصلية، تشهد بذلك الملاحظات المدونة على الهامش بخط الناسخ. وهذا ما يوحي بأن الأصلية لا تحتوي على القيم العددية.

(٤٧) انظر الهامش رقم (٢٤) من الفصل الثاني من هذا الكتاب.

(٤٨) كمال الدين الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر (الهند: باتنا، خودا - بخش، ٢٤٥٥ و ٢٤٥٦؛ متحف مهرابا منسج جابور، ورازا، رامبور، ٣٦٨٧ و ٦٤٤٤؛ ايران، اسطان قدس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران، سبسالار، ٥٥١ و ٥٥٢، وروسيا، كييف)، مج ٢.

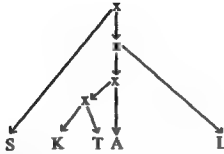
تحمل المخطوطة الثانية، ونرمز إليها هنا بالحرف A، الرقم ٢٥٩٨ من مجموعة آيا صوفيا في المكتبة السلمانية في استانبول، وهي منسوخة بالخط النسخي، في السنة ١٦٦٨، على أوراق ٥٥٥-٥٦٥. نجد كذلك في هذه المخطوطة المتأخرة، جدول القيم العددية مرسوماً، وقارغاً.

توجد المخطوطة الثالثة، ونرمز إليها بالحرف K، في مكتبة جامعة كولومبيا، تحت الرقم ٨٨ - ٢٥٢٦، شرقيات رقم ٣٠١، الورقات ٢٧٢ - ٢٧٧. وهي لا تحمل تاريخاً، ومن المحتمل جداً أنها متأخرة؛ جدول القيم العددية مرسوم وقارغ؛ والكتابة فيها بالخط النسخي.

نرمز إلى المخطوطة الرابعة بالحرف L، وهي في مكتبة جامعة ليدن، رقمها ٢٠١، ٢٧٧ - ٢٨٣، مكتوبة بالخط «نستعليق». لم يضع الناسخ تاريخاً لانتهاء النسخة. إن جدول القيم العددية منسوخ جيداً، لكن الناسخ كرّر كتابة الورقة: ٢٧٩، حتى بداية ٢٨٠.

إن رقم المخطوطة الخامسة - نرمز إليها بـ S - هو ٣٣٤٠ في مكتبة توبكابي سراي، مجموعة أحمد III، ١٨٠ - ١٨٤، مكتوبة بالخط النسخي، سنة ١٣١٦ في نيسابور. لا تحتوي هذه النسخة على جدول القيم العددية وحسب، بل على المقطع الذي يشرح تكوينه كذلك. فقد نقل الناسخ بوضوح هذا المقطع عن الأصلية. نلاحظ بسهولة، وبالفعل، أن هذا الناسخ كان معتنياً بقدر ما كان دقيقاً. لذلك تتضمن هذه المخطوطة عدداً أقل من الثغرات ومن حوادث النسخ، كما انتبه الناسخ أثناء مقابلة نسخته بالأصلية، للإشارة إلى أماكن الحذوفات، التي نقلها على الهامش، كما فعل في الصفحة ٨٤، في السطر الخامس.

إن رقم المخطوطة السادسة - نرمز إليها هنا بالحرف H - هو ٢٩٤٥. الورقات ٢٠٩ - ٢١٦، في مكتبة خودا - بخش (Khuda-Bakhsh)، في باتنا، بالهند. شُوِّقَت هذه المخطوطة بسبب الرطوبة، وضباع بعض أجزاءها. الكتابة هي بالخط «نستعليق»، ويوجد جدول القيم العددية في القسم الضائع. لم ننجح في معرفة تاريخ هذه النسخة. إن كل هذه العناصر، تجعل مقارنتها صعبة مع الأخريات. وسيكون من الإفراط بالإطالة إيراد جميع نتائج مقارنة المخطوطات الخمس في ما بينها من حذوفات وزيادات وأغلاط... الخ. وسنكتفي بإيراد شجرة التحدر التي استنتاجناها من هذه المقارنات.



توحي هذه «الشجرة» إذاً أن المخطوطة S هي الأقرب إلى النموذج الأصلي، ومن المحتمل إرجاع المقطع التفسيري الذي تحتويه هذه المخطوطة، إلى الفارسي نفسه. غير أنه لا يجوز أن نأمن لمثل هذا الاستنتاج إلا بعد إجراء مقارنة بين المخطوطات بشأن تنقيح المناظر بكامله، من دون حصرها بـ الكرة المحرقة وحدها، وشرط مقارنة جميع المخطوطات المعروفة وعدم الاقتصار على المخطوطات الخمس التي انتقيناها^(٤٩).

وقد تمّ تجميع تنقيح المناظر من مقابلة أربع مخطوطات - ليدن، وخطوطني

(٤٩) ليست هذه المهمة سهلة نظراً إلى عدد المخطوطات المعروفة حتى الآن عن التنقيح. هذا العدد، بحسب كل الاحتمالات، لا يغطي مجموعها. اننا نضع هنا لائحة لتلك التي نعرف مكان وجودها.
 أ - مكتبة اسطان قفس، مشهد، إيران رقم ٥٤٨٠، ٢٧٨ ورقة، انتهت سنة ١٦٦٢.
 ب - مكتبة سبسالار، طهران، رقم ٥٥٩، ١٨٢ ورقة، انتهت في ١٥٨٣ - ١٥٨٤.
 ج - مكتبة سبسالار، طهران، رقم ٥٥٢، ٢٥٢ ورقة، انتهت في ١٦٨٦.
 د - مكتبة مجلس شوري، طهران، رقم ٢٢٧٨، ٣٢٦ ورقة، انتهت في ١٦٩٧ - ١٦٩٨.
 هـ - مكتبة رافا، رامبور، الهند، رقم ٣٦٨٧، ٢١٥ ورقة، انتهت في ١٦٤٢.
 و - مكتبة رافا، رامبور، الهند رقم ٦٤٤٤، ٤٢٢ ورقة، انتهت في القرن السابع عشر. بشأن هاتين المخطوطتين انظر: Imtiyāz Ali Arshi, *Catalogue of the Arabic Manuscripts in Raza Library* (Rampur: [n. pb.], 1975), vol. 5, pp. 36-37.

ز - مكتبة متحف مهراجا منسج، جايپور، الهند، ١٥٠ ورقة، انتهت في ١٣٥٩. انظر: D. King, «A Handlist of the Arabic and Persian Astronomical Manuscripts in the Mahraja Mansingh II Library in Jaipur», *Journal for the History of Arabic Science*, no. 4 (1980), p. 82.
 ح - مكتبة خودا بخش، باتنا، الهند، ٢٤٥٥، ٢٨٠ ورقة، انتهت في القرن السابع عشر.
 ط - مكتبة خودا بخش، باتنا، الهند، ٢٤٥٦، ٢٥٣ ورقة، انتهت في القرن الثامن عشر. بشأن هاتين المخطوطتين، انظر: Abdul Hamid Maulavi, *Catalogue of the Arabic and Persian Manuscripts in the Oriental Public Library at Bankipore* (Patna: [n. pb.], 1937), vol. 22.

ي - المكتبة الاقليمية في كيشيف، روسيا، ٣١ - ٢٧١.
 انظر: B. Rosenfeld, «A Medieval Physico - Mathematical Manuscript Newly Discovered in the Kuibyshev Regional Library», *Historia Mathematica*, no. 2 (1975), pp. 67-69.
 إذا أضفنا هذه المخطوطات إلى تلك التي استعملناها تصبح ست عشرة مخطوطة معروفة - من المحتمل وجود غيرها - ضرورية للكتابة في تاريخ السلالة المخطوطة. ونحن لا نزال بعيدين عن هذا الهدف.

مكتبة راذا في رامبور، ونسخة لم تحدد من خودا- بخش، وطُبع في حيدرآباد^(٥٠). لم تكن الطبعة مبنية على تحقيق، بل جاءت تجميعاً خاطئاً. وبما أنها كانت مرجعاً لمؤرخي ابن الهيثم، ولما كان ارتكازها على مخطوطات ثلاث لم نستعملها، اعتبرنا هذه النشرة بمثابة مخطوطة إضافية - نرّمز إليها بالحرف H - لتكوين نص تعقيب الفارسي.

يميز الفارسي أقواله، في هذا الشرح عن أقوال ابن الهيثم، بإدخال عبارة «أقول» أو «يقول». لكن نظرة خاطفة توضح أن الفارسي لا يستشهد بابن الهيثم بالحرف إلا نادراً، فهو يكتفي بنقل فكرة سلفه بشكل صحيح في لغته الخاصة. وبما أن نص ابن الهيثم قد حقق وترجم هنا، فلم نر حاجة إلى مقابلة كل النصوص المنسوبة من الفارسي إلى ابن الهيثم، مع نصوص هذا الأخير.



أما بشأن الطريقة المتبعة لتكوين النصوص العربية القديمة، فقد فسرناها في مناسبات عدة^(٥١). إنها تركز على مبدئين: عدم التدخل في النص إلا عند الضرورة القصوى، بغية تصويب خطأ لغوي أو علمي يهدد بفهم النص، مذكرين في الحواشي بجميع هذه المداخلات. ومن ناحية أخرى، عندما يتكرر خطأ بكثرة، من دون أن يشكل عائقاً للفهم، فإننا أحياناً نصححه في الحواشي في المرة الأولى دون سواها. أخيراً لم نسمح لأنفسنا بأي تغيير قبل أن نستنفد جميع الإمكانات اللغوية الممكنة للإبقاء على أصالة النص؛ كل هذه الاحتياطات ضرورية لضمان الحصول على طبعة محققة علمياً.

بالنسبة إلى الترجمة الفرنسية، فقد اعتمدنا أيضاً طريقتنا الخاصة: ترجمة حرفية أمينة للنص بقدر أمانتها لروحيته، ومن دون التضحية بالوضوح لحساب الحرفية، بحثنا قدر المستطاع عن المسلك الضيق الذي يوفق بينهما. ولقد قبلنا، من دون شك، المجازفة بالحصول على الدقة والوضوح على حساب أناقة الترجمة، عاملين على ضبط الحدود بين الترجمة والتفسير. لقد سهّلت علينا مهمتنا هذه كون لغة البصريّات العربية، حتى عند ابن سهل، قد تكونت واستقرت جيداً، مع استثناءات قليلة مستعرض لها في ملاحظتنا الإضافية.

(٥٠) الفارسي، تقيح المناظر للنوي الأَبصار والبصائر، مج ٢، ص ٤٠٨ - ٤٠٩.

(٥١) Rushdi Rashid, *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*, collection sciences et philosophie arabes (Paris: Les Belles lettres, 1984), tomes 3, pp. LXXIV sqq.

الفصل الخامس

النصوص والملاحق(*)

(*) ملاحظة حول الرموز المستعملة في هذا الفصل :
< > القوسان المتكافئان يمزلان في هذا النص ما هو مضاف من أجل سد ثغرة في المخطوطة.
/ هذه العلامة تشير إلى نهاية الصفحة في المخطوطة.

أولاً: النصوص

١ - العلاء بن سهل

النص الأول

كتاب الحراقات

بسم الله الرحمن الرحيم

وبه أستعين

5

ت - ١ - ظ

من حقّ الملك صمصام الدّولة وشمس الملة - على من عرف قدر النعمة في
عنايته بإظهار العلوم، حتى يشيع في الناس ذكرها ويعظم عندهم خطرُها
وحقّي يأخذ ظلّها بالخطّ الوافر من فائدتها ويتنوّوا بعائنتها - أن يجعل
خدمته في ذلك بكل ما يجد السبيل إليه بعض شكر هذه النعمة. وكيف لا
يُعنى بإظهارها وقد لاقَتْ به من يعرف فضلها، ويعتدُّ لها، ومن يراها
بُحسن قيامه عليها ويتألف غائتها بكرم مُجاورته لحاضرها، فسببها اليوم
قويٌّ، وناصرها عزيزٌ، وسوقها قائمةٌ، وتجارتها رابحةٌ، ورأيه فيها ذمامٌ على
هَواهِ، فلن يخاف البريء أن يُقضى عليه، ولا يرجو السقيم أن يُقضى له.
وقد عَبَرْتُ دهرًا أبحث عن حقيقة ما يُنخل أصحابُ العالم من القدرة
15 على إحراق جسم بضوءٍ على مسافةٍ بعيدة. ويُضاف إلى أرشيدس من إحراقه
سُفنَ الأعداء بهذا الضرب من الحيل؛ حتى عرفت جملة الحال فيه، وتعبّتها
بالتفصيل. فاستعنتُ عليه بما وجدته من كتب القدماء واتترعت منها ما

8 ويتنوّوا: ويتنوّوا.

تَضَمَّنَتْ منه: وهو وصف الإحراق بضوء الشمس المنعكس عن مرآةٍ على مسافةٍ قريبة؛ ونوعٌ من الإحراق بضوء جسم قريب ينعكس عن مرآة. وواصلتُ النظر فيما لم يتضمَّن منه؛ حتى استخرجته وهو وصف الإحراق بضوء الشمس/ > الذي ينفذ في آلة ويتعطف في الهواء < .

5 > المرأة المحركة بالقطع المكافئ <

/ نريد أن نخرق جسماً بضوءٍ على مسافةٍ معلومة. فليكن المسافة المعلومة خط \overline{AB} . فإذا أن يكون الإحراق بضوء ينعكس من آلةٍ أو ينفذ فيها، فإن كان الإحراق بضوء ينعكس من آلة، فإننا نُخرج خط \overline{AJ} ، فإذا أن تكون الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى 10 جوانب الآلة متوازية في الحس، أولاً تكون متوازية فيه. فإن كانت الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى جوانب الآلة متوازية في الحس - وعلى ذلك كل ضوء يأتيها من السماء - فإذا أن تكون زاوية \overline{BAJ} قائمة، أولاً تكون قائمة.

فإن كانت زاوية \overline{BAJ} قائمة، فإننا نجعل خط \overline{AJ} نصف خط \overline{AB} ، ونخرج خط \overline{JD} قائماً على خط \overline{AJ} ، ونجعل سطح \overline{JD} في \overline{AJ} مثل مربع \overline{AB} . فالقطع المكافئ الذي سهمه خط \overline{AJ} وضلع سهمه خط \overline{JD} يمر بنقطة \overline{B} ويحد قطعةً منه تبتدئ من نقطة \overline{B} وتنتهي في خلاف جهة نقطة \overline{J} . وليكن \overline{B} .

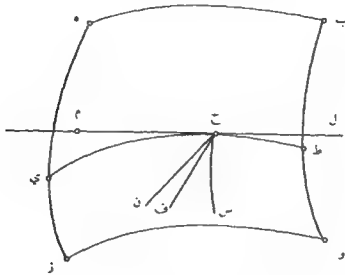
4 الشمس: توفى بعدها نص مخطوطة هـ. راجع المقدمة - 6 نريد: قبلها نجد في دده بعد البسلة العبارة التالية: «رسالة في الآلة المحركة لأبي سعد العللاء بن سهل هـ. ونيوار العنوان في الملامح كتب الناسخ عبارة تأكلت بعض كلماتها وهي «كان في أطراف شكل ذكر المبدعاني أنه بعد الشكل الثاني والثالث من المقدمة ... المحركة ... - 9 تكون: عادة ما يكتبها الناسخ «يكون». ولن نشير إليها فيما بعد - 16 خط (الأول): خطا.

برهان ذلك : أنا ننزل على بسيط $\overline{ب ز}$ نقطة $\overline{ح}$. ونخرج سطح $\overline{ا ج ح}$ وليحدث في بسيط $\overline{ب ز}$ <خط> $\overline{ط ي}$. فلأن قطع $\overline{ب ه}$ مكافئ² . سهمه خط $\overline{ا ج}$. وضلع سهمه $\overline{ج د}$ فهو يطابق رسم $\overline{ط ي}$ (الذي سهمه <خط $\overline{ا ج}$ ، وضلع سهمه مثل خط $\overline{ج د}$. ونخرج خط $\overline{ح ك}$ قائماً على خط $\overline{ا ج}$. ونجعل خط $\overline{ج ل}$ مثل خط $\overline{ج ك}$ ، ونخرج خط $\overline{ل ح م}$ فهو يماس قطع $\overline{ط ي}$ على نقطة $\overline{ح}$. ونخرج على خط $\overline{ل م}$ سطح $\overline{ل م ن}$ قائماً على سطح $\overline{ا ج ح}$. فهو يماس بسيط $\overline{ب ز}$ على نقطة $\overline{ح}$ ؛ لأنه إن لم يماسه عليها فليقطعه عليها . فلا بد من أن ينتهي من سطح $\overline{ل م ن}$ إلى نقطة $\overline{ح}$ جزء يكون داخل الزاوية التي يحيط بها بسيط $\overline{وي}$ وسطح $\overline{ا ج ح}$. وننزل على هذا الجزء نقطة $\overline{ن}$ ونخرج سطح $\overline{ح ك ن}$. فإما أن يكون خط $\overline{ا ج}$ قائماً على سطح $\overline{ح ك ن}$ أو لا يكون قائماً عليه : فإن كان خط $\overline{ا ج}$ قائماً على سطح $\overline{ح ك ن}$. فليحدث سطح $\overline{ح ك ن}$ في بسيط $\overline{وي}$ قوس $\overline{ح س}$ ، وفي سطح $\overline{ل م ن}$ خط $\overline{ح ن}$. فلأن نقطة $\overline{ن}$ داخل الزاوية التي يحيط بها بسيط $\overline{وي}$ ، وسطح $\overline{ا ج ح}$ ، على سطح $\overline{ح ك ن}$ ؛ فهي داخل الزاوية التي يحيط بها قوس $\overline{ح س}$ وخط $\overline{ح ك}$. وبين أن نقطة $\overline{ك}$ مركز قوس $\overline{ح س}$. فليس خط $\overline{ح ن}$ قائماً على خط $\overline{ح ك}$. ولأن خط $\overline{ا ج}$ قائم على سطح $\overline{ح ك ن}$ ، فسطح $\overline{ح ك ن}$ قائم على سطح $\overline{ا ج ح}$ ، وكذلك سطح $\overline{ل م ن}$. فالفصل المشترك لسطحي $\overline{ح ك ن}$ و $\overline{ل م ن}$. وهو خط $\overline{ح ن}$ ، قائم على سطح $\overline{ا ج ح}$ ، فخط $\overline{ح ن}$ قائم على خط $\overline{ح ك}$ ، وهذا محال . وإن لم يكن خط $\overline{ا ج}$ قائماً على سطح $\overline{ح ك ن}$ ، فإننا نخرج على نقطة $\overline{ن}$ سطحاً مستوياً حتى يكون خط $\overline{ا ج}$ قائماً عليه . وليحدث في بسيط $\overline{وي}$ قوس

2 ب ز : $\overline{ب د}$ / $\overline{ط ي}$: سطحى - 3 فهو : وهو / خط : وخط - 5 يماس : تماس - 7 يماس : تماس / يماسه : كتب ويكن يماسها . ثم ضرب على ويكن - 16 فسطح : بسطح .

ع ف ، وفي سطح $\overline{اج ح}$ خط $\overline{م ص}$. وليلق خط $\overline{اج}$ على نقطة $\overline{ص}$ ؛ وفي سطح $\overline{ل م ن}$ خط $\overline{م ن}$. فنقطة $\overline{ن}$ داخل الزاوية التي يحيط بها قوس $\overline{ع ف}$ وخط $\overline{ع ص}$. ونقطة $\overline{م}$ خارجها . ونقطة $\overline{ص}$ مركز قوس $\overline{ع ف}$. فليس خط $\overline{م ن}$ باقائم على خط $\overline{م ص}$. وبين أن خط $\overline{م ن}$ قائم على سطح $\overline{اج ح}$ ، فهو قائم على خط $\overline{م ص}$. وهذا محال . فسطح $\overline{ل م ن}$ يماس بسيط $\overline{ب ي}$ على نقطة $\overline{ح}$.

الشكل رقم (٢)



ولا يماس بسيط $\overline{ب ي}$ على نقطة $\overline{ح}$ سطح مستوي غير سطح $\overline{ل م ن}$. فلأنه إن ماسه عليها سطح مستوي غيره - فليكن الفصل المشترك بين سطح قوس $\overline{ح س}$ وبين سطح $\overline{ل م ن}$ خط $\overline{ح ن}$ ، وهو يماس قوس $\overline{ح س}$ على نقطة $\overline{ح}$ - 10 فلأن هذا السطح / يقطع سطح $\overline{ل م ن}$ على نقطة $\overline{ح}$ ؛ فلا بد من أن يقطع أحد خطي $\overline{ح ن}$ على نقطة $\overline{ح}$. فإن قطع هذا السطح خط $\overline{ح ن}$ على نقطة $\overline{ح}$. فليكن الفصل المشترك بينه وبين سطح قوس $\overline{ح س}$ خط $\overline{ح ف}$.

2 نقطة : نقطة - 3 خط : كتب ، ويحيط خط . . ثم ضرب على ، يحيط . / ونقطة (الأول) : ونقطة .

فلأن هذا السطح يماس بسيط $\overline{ب ز}$ على نقطة $\overline{ح}$ فخط $\overline{ح ف}$ يماس قوس $\overline{ح س}$ على نقطة $\overline{ح}$ ؛ وكذلك خط $\overline{ح ن}$ ، وهذا محال.
وإن قطع هذا السطح خط $\overline{ح ل}$ على نقطة $\overline{ح}$ ، (كان الفصل المشترك بينه وبين سطح قطع $\overline{ط ي}$ خط $\overline{ح ر}$. فلأن هذا السطح يماس بسيط $\overline{ب ز}$ على نقطة $\overline{ح}$ ؛ فخط $\overline{ح ر}$ يماس قطع $\overline{ط ي}$ على نقطة $\overline{ح}$ ، وكذلك خط $\overline{ح ل}$ ، وهذا محال . فلا يماس بسيط $\overline{ب ز}$ على نقطة $\overline{ح}$ سطح مستوي غير سطح $\overline{ل م ن}$.

ولأن سطح $\overline{ج د}$ في $\overline{ا ج}$ مثل مربع $\overline{ا ب}$ ، ومربع $\overline{ا ب}$ أربعة أمثال مربع $\overline{ا ج}$ لأن خط $\overline{ا ج}$ نصف خط $\overline{ا ب}$ ، فسطح $\overline{ج د}$ في $\overline{ا ج}$ أربعة أمثال مربع $\overline{ا ج}$ ؛ فخط $\overline{ج د}$ أربعة أمثال خط $\overline{ا ج}$ ، ومربع $\overline{ح ك}$ مثل سطح $\overline{ج د}$ في $\overline{ك ج}$ ، فمربع $\overline{ح ك}$ أربعة أمثال سطح $\overline{ا ج}$ في $\overline{ج ك}$. فمجموع مربعي $\overline{ا ك}$ $\overline{ك ح}$ - أعني مربع $\overline{ا ح}$ - مثل مجموع مربع $\overline{ا ك}$ وأربعة أمثال سطح $\overline{ا ج}$ في $\overline{ج ك}$ ، أعني مربع $\overline{ا ل}$. فمربع $\overline{ا ح}$ مثل مربع $\overline{ا ل}$ ، فخط $\overline{ا ح}$ مثل خط $\overline{ا ل}$ ؛ فزاوية $\overline{ا ح ل}$ مثل زاوية $\overline{ا ل ح}$. ونخرج خط $\overline{ح ش}$ موازياً لخط $\overline{ا ل}$ ، فزاوية $\overline{ا ل ح}$ مثل زاوية $\overline{م ح ش}$ ، فزاوية $\overline{ا ح ل}$ مثل زاوية $\overline{م ح ش}$. وخطاً $\overline{ا ح ش}$ لا يلقيان بسيط $\overline{ب ز}$ على غير نقطة $\overline{ح}$ ؛ لأنها إن لقياه على غيرها فيلقياه على نقطة $\overline{س}$ ، فلأن نقطة $\overline{س}$ على بسيط $\overline{ب ز}$ - كما أنها على بسيط $\overline{ا ج ح}$ - فهي على الفصل المشترك بينهما ، وهو قطع $\overline{ط ي}$. فخطاً $\overline{ا ح ش}$ يلقيان قطع $\overline{ط ي}$ ، وهو مكافئ ، وسهمه خط $\overline{ا ج}$ على غير نقطة $\overline{ح}$ ، وهذا محال .

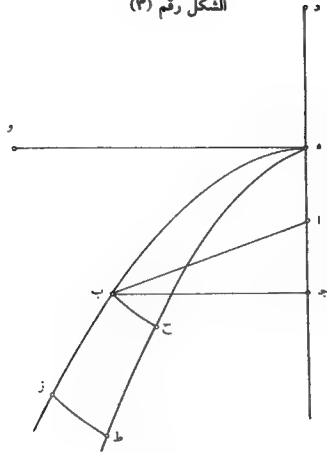
فخطاً $\overline{ا ح ش}$ لا يلقيان بسيط $\overline{ب ز}$ على (نقطة) غير نقطة $\overline{ح}$.

1 يماس : كتبها النسخ «تماس» . ولن نشر إليها فيما بعد - 9 لأن خط $\overline{ا ج}$: أثبتنا في المامش مشيراً إلى موضعها - 15 $\overline{ا ل ح}$: $\overline{ا ح}$ - 18 فخطاً : فخط - 21 يلقيان : يلتقيان .

ولأننا قد حاذينا بالمرآة الشمس حتى نفذ ضوءها من الثقب إلى الدائرة؛
فقد خرج ضوء نقطة على وجه الشمس في الهواء على الخط المتصل بين مركزي
الثقب والدائرة. وكل واحد من «الخطين»: الخط المتصل بين مركزيهما،
وخط ح ش. مواز لخط آ ج. فالخط المتصل بينهما مواز لخط ح ش. ولا
يلقى خط ح ش سائراً دون تلك النقطة. ومعلوم أنه إن أُخرج ضوء نقطة على
وجه الشمس على أحد خطين متوازيين عندنا ثم لا يلقى الآخر سائراً دون تلك
النقطة، فإن ضوءها يخرج على الآخر، فضاء تلك النقطة يخرج على خط
ح ش وهو لا يلقى بسيط ب ز على غير نقطة ح، فيلقى به غير الهواء، فيصل
فيه إلى نقطة ح ثم ينعكس على خط آ ح، وهو لا يلقى بسيط ب ز على غير
نقطة ح. فيلقى به غير الهواء، فيصل منه إلى نقطة آ، وكذلك سائر النقط
المتزلة على بسيط ب ز؛ وإذا وافقت نقطة آ ظاهر الجسم الذي يُلتمس
إحراقه، وافق خط آ ج ظل ذلك الجسم. وقد علمنا أن خط آ ج لا يلقى
بسيط ب ز. وعلى ذلك كل خط يمر بين نقطة آ وبين قوس ب وموازياً لخط
آ ج. فإذا انتهى ظل الجسم، في أقرب جوانبه من بسيط ب ز، إلى بعض
هذه الخطوط، بقي بسيط ب ز مكشوقاً للشمس، فانعكس ضوءها من
جميعه إلى مواضع نقطة آ من ظاهر ذلك الجسم وأحرقه. وذلك ما أردنا أن
نبين.

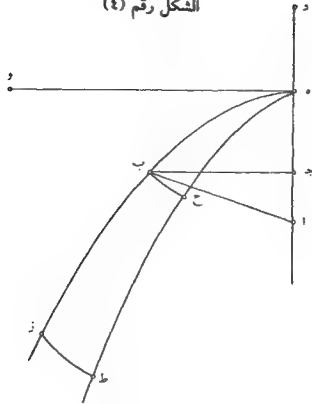
8 يلقى : يكنى - 10 يلقى : يكنى - 13 موازياً : وموازياً.

الشكل رقم (٣)



وإن لم يكن زاوية $\overline{باج}$ قائمة، فإننا نخرج خط $\overline{بج}$ قائماً على خط $\overline{اج}$ ، ونجعل خط $\overline{اد}$ مثل خط $\overline{اب}$ ، ونقسم خط $\overline{جد}$ بنصفين على نقطة $\overline{هـ}$ ، ونخرج خط $\overline{هـ}$ وقائماً على خط $\overline{جد}$ ، ونجعل سطح $\overline{هـ}$ وفي $\overline{ج هـ}$ مثل مربع $\overline{بج}$. فالقطع المكافئ، الذي سهمه خط $\overline{اهـ}$ ، وضلع سهمه خط $\overline{هـو}$ ، يمر بنقطة $\overline{ب}$ ، ويحد قطعة منه تبدىء من نقطة $\overline{ب}$ وتنتهي في خلاف جهة نقطة $\overline{هـ}$ ، وليكن $\overline{ب ز}$. ونثبت خط $\overline{اج}$ وندير حوله قطع $\overline{ب ز}$ حتى يقطع نقطة $\overline{ب}$ قوس $\overline{ب ح}$ ونقطة $\overline{ز}$ قوس $\overline{ز ط}$ ويحدث بسيط $\overline{ب ط}$ ، فنجعله وجه مرآة

الشكل رقم (٤)



تخاذي نقطة آ. وينبغي أن يكون ضوء الشمس إذا / انعكس من بسيط د - ٨٢ - و
ب ط إلى نقطة آ أحرق عندها.

ثم نركب على ظهر المرأة هدفين، ونستعملهما على ما وصفنا.

أقول : إن ضوء الشمس ينعكس من جميع بسيط ب ط إلى نقطة آ

٥ فيحرق عندها.

برهان ذلك : أن سطح هـ وفي ج هـ مثل مربع ب ج ، فمجموع مربع
ا ج و سطح هـ وفي ج هـ مثل مجموع مربعي ا ج ب ج ، ومجموع مربعي ا ج
ب ج مثل مربع ا ب . ومربع ا ب مثل مربع ا د . ومربع ا د مثل مجموع
مربع ا ج وأربعة أمثال سطح ا هـ في هـ ج ؛ فمجموع مربع ا ج و سطح هـ و

١ تخاذي : مطبوعة / انعكس : أيضا مطبوس - 2 ب ط : د ط - 9 مربع ا ج (الأولى) : مربع ا د .

في جـ ه مثل مجموع مربع اـ جـ وأربعة أمثال سطح اـ ه في هـ جـ ، فسطح هـ وفي جـ ه أربعة أمثال سطح اـ ه في جـ ه ، فخط هـ وأربعة أمثال خط اـ ه .
فضوء الشمس ينعكس من جميع بسيط بـ ط إلى نقطة اـ . فيحرق عندها بمثل ما بين في القسم الأول. وذلك ما أردنا أن نبين .

5 < الرسم المتصل للقطع المكافئ >

< فليكن خط دـ و ، ونزل عليه نقطة جـ ، ونخرج خط جـ آ قائماً على خط دـ و ، ونخرج دـ ه قائماً على خط دـ و ، ونجعله أعظم من خط دـ آ ، ونصل خط اـ ه ، فزاوية هـ آ د أعظم من زاوية دـ هـ آ ، ونفصل من زاوية هـ آ د زاوية هـ آ ب مثل زاوية اـ هـ د . وليلق خط اـ ب خط دـ هـ على نقطة بـ ، فيكون خط اـ ب مساوياً لخط بـ هـ ، وزاوية اـ د ب أعظم من زاوية قائمة ، فيكون خط اـ ب أعظم من خط اـ د . ونخط حول نقطة آ ببعد خط دـ هـ دائرة ، ولتلق خط دـ و على نقطة و ، ونصل و / خط آ و ، فهو مثل خط دـ هـ ، ت - ١٤ - و ونخط بـ هـ مثل خط اـ ب ، فخط دـ هـ مثل مجموع خطي اـ ب بـ د . ونصل خط اـ د ، فمجموع خطي اـ ب بـ د أعظم من خط اـ د ، فإذاً خط آ و أعظم من خط اـ د . وليلق خط دـ و خط اـ جـ على نقطة جـ . فلأن خط دـ هـ مواز لخط اـ جـ فزاوية اـ جـ و مثل زاوية هـ د و ، وزاوية هـ د و قائمة ، فزاوية

4 نبين : هنا ينتهي نص مخطوطة هـ هـ ويكتب النسخ بعدها هـ نتت والحمد لله رب العالمين . كتبه من نسخة بخط القاضي ابن المرتضى ببغداد . وذكر في آخرها : إني كتبه وقابلته بالأصل . وكان بخط المبدعاني . وفي آخره : هذا آخر ما وجد بخط العلاء بن سهل . رحمه الله . وصل الله على نبيه محمد وآله أجمعين . الطيبين الطاهرين .

أَجَرٍ وَقَائِمَةٌ ، فخطُ آو أبعد من خطِ أَجٍ من خطِ آدَ ، فنقطة وَ أبعد من نقطة جَ من نقطة دَ . ونُتزل على خطِ دَ ونقطة زَ ، ونُخرج خطَ زَحَ قائماً على خطِ دَوَ ، ونجعلُه مثلَ خطِ آوَ ، ونصلُ آزَ ، فخطُ آوَ أعظمُ من خطِ آزَ ، فخطُ زَحَ أعظمُ من خطِ آزَ ، ونصلُ خطِ آحَ ، فزاويةُ حَ از أعظمُ من زاويةِ آحَ زَ . ونفصلُ من زاويةِ حَ از زاويةَ حَ ا طَ مثلَ زاويةِ آحَ زَ ، وليتَقِ خطُ ا طَ خطُ زَحَ على نقطة طَ . ونُخرجُ خطَ يَ اكَ قائماً على خطِ أَجٍ ونجعلُ خطَ ا يَ مثلَ خطِ اكَ ، وينبغي ألا يكونَ خطُ ابَ أصغرَ من خطِ يَ كَ . ونُخطُّ حولَ نقطة آَ يبعِدُ خطَ ا يَ نصفَ دائرةٍ يَ كَ ، وليتَقِ خطُ أَجٍ على نقطة لَ ، ونُخرجُ خطَ بَ مَ قائماً على خطِ بَ دَ ، ونجعلُه مثلَ خطِ ا يَ ، ونجعلُ خطُ دَ نَ مثلَ خطِ بَ مَ ، ونُخرجُ خطَ نَ مَ سَ ، ونجعلُ خطي وَ عَ مثلَ خطِ دَ نَ . ونُخطُّ حولَ نقطة بَ يبعِدُ خطَ بَ مَ دائرةً ، ونُخرجُ خطي ا فَ بَ صَ قائمينِ على خطِ ابَ وليلقيا نصفَ / دائرةٍ يَ ودائرةٍ مَ على ت - ١٤ - ط نقطتي فَ صَ ، ونصلُ خطَ فَ صَ ، ونُخرجُ خطَ طَ قَ قائماً على خطِ زَ طَ ، ونجعلُه مثلَ خطِ ا يَ ، ونجعلُ خطَ رَ زَ مثلَ خطِ طَ قَ ، ونُخرجُ خطَ رَ قَ شَ ونجعلُه مثلَ خطِ نَ سَ ، ونجعلُ خطُ رَ تَ مثلَ خطِ نَ عَ ؛ ونُخطُّ حولَ نقطة طَ يبعِدُ طَ قَ دائرةً ، ولتلقِ خطُ حَ طَ على نقطة ثَ ، ونُخرجُ خطي ا خَ طَ ذَ قائمينِ على خطِ ا طَ ، وليلقيا نصفَ دائرةٍ يَ ودائرةٍ قَ على نقطتي خَ ذَ ونصلُ خطَ خَ ذَ .

فلأن خطَ زَ رَ مثلُ خطِ طَ قَ وهما قائمان على خطِ زَ طَ فخطُ رَ شَ قائمٌ على خطِ رَ تَ وخطُ طَ قَ على خطِ رَ شَ ، فدائرةُ قَ تماسُ خطِ رَ شَ .

وكذلك نبيّن أن خطَ نَ سَ قائمٌ على نَ عَ ، وأن دائرةَ مَ تماسُ خطِ نَ سَ ، وخطُ قَ رَ مثلُ خطِ زَ طَ ؛ وخطُ ا خَ مثلُ خطِ طَ ذَ ، وهما قائمان على خطِ ا طَ ، فخطُ خَ ذَ مثلُ خطِ ا طَ ، وكل واحدٍ من زاويتي قَ طَ ثَ

ك ا ل قائمة . وخط ط ق مثل خط ا ي . فقوس ق ث مثل قوس ك ل .
ويَبِينُ أن خط ط ذ مواز لخط ا خ . وخط ط ث مواز لخط ا ل . فزاوية
ث ط ذ مثل زاوية ل ا خ . فقوس ث ذ مثل قوس ل ا خ . وقوس ق ذ مثل
قوس ك خ . فمجموع قوسي ي خ ق ذ مثل نصف دائرة ي . فمجموع قوس
ي خ وخط خ ذ وقوس ق ث ذ وخط ق ر مثل مجموع خطي ا ط ز ط ونصف
/ دائرة ي . وكذلك يَبِينُ أن مجموع قوس ي ف وخط ف ص وقوس م ص ت - ١٥ - و
وخط م ن مثل مجموع خطي ا ب ب د ونصف دائرة ي . ولأن زاوية ح ا ط
مثل زاوية ا ح ط فخط ا ط مثل خط ح ط . فمجموع خطي ا ط ز ط مثل
خط ز ح . وخط ز ح مثل خط ا و . وخط ا و مثل خط د ه . وخط د ه مثل
10 مجموع خطي ا ب ب د . فإذا ن مجموع خطي ا ط ز ط مثل مجموع خطي ا ب
ب د . فمجموع خطي ا ط ز ط ونصف دائرة ي مثل مجموع خطي ا ب ب د
ونصف دائرة ي . فإذا ن مجموع قوس ي خ وخط خ ذ وقوس ق ذ وخط ق ر
مثل مجموع قوس ي ف وخط ف ص وقوس م ص وخط م ن . وخط ا ط
أعظم من خط ا ب : لأنه إن لم يكن أعظم منه فإما أن يكون مثله أو أصغر
15 منه . فإن كان خط ا ط مثل خط ا ب . فلأن مجموع خطي ا ط ز ط مثل
مجموع خطي ا ب ب د . فخط ا ط ز ط مثل خط ب د . ونصل خط ب ط .
فلأن خطي ز ط ب د قائمان على خط د ز . فزاوية د ب ط قائمة . فزاوية
ا ب ط منفرجة . فخط ا ط أعظم من خط ا ب . وكان مثله . وهذا محال .
وإن كان خط ا ط أصغر من خط ا ب . فلأن مجموع خطي ا ط ز ط
20 مثل مجموع خطي ا ب ب د . فخط ا ط ز ط أعظم من خط ب د . ونصل من
خط ز ط خط ز ص مثل خط ب د . ونصل ب ص . فلأن خطي ز ص
ب د قائمان على خط د ز / فزاوية د ب ص قائمة . ونصل خط ب ط . فزاوية ت - ١٥ - ط

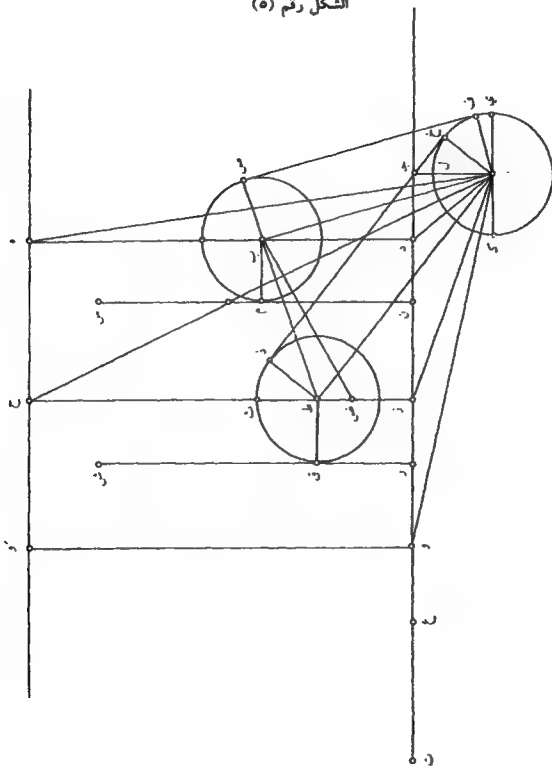
أَب ط منفرجة، فخط أَط أعظم من خط أَب، وكان أصغر منه، وهذا محال.

فخط أَط أعظم من خط أَب. فخط زَط أصغر من خط بَد، وخط قَر مثلُ خط زَط. وخط بَد مثلُ خط مَن. وخط مَن أصغرُ من خط نَس. وخط نَس مثلُ خط رَش. فخطُ قَر أصغر من خط رَش. 5 ولأن خط أَط أعظم من خط أَب وخط أَب ليس بأصغر من خط يَ كَ، وخطُ يَ كَ مثلُ مجموع خطي أَي ط ق. فخط أَط أعظم من مجموع خطي أَي ط ق، فنصف دائرة يَ ودائرة ق لا يلتقيان. ولأن خط أَب ليس بأصغر من خط يَ كَ وخط يَ كَ مثلُ مجموع خطي أَي ب م فخط أَب ليس 10 بأصغر من مجموع خطي أَي ب م، فنصف دائرة يَ ودائرة م لا يتقاطعان.

ونُزل نصف دائرة ومجموعاً ودائرة تطابق نصف دائرة يَ ومجموع خطي ن س ن ع ودائرة م. ولتكن نهايات أجسام صعبة الثني. لنتقي على صورها، ونجعل الجزء المطابق لخط ن ع لازماً لخط ن ت. ونُزل مجموعاً يطابق مجموع قوس يَ ف وخط ف ص وقوس م ص وخط م ن، ولتكن 15 نهاية جسمٍ صعبٍ التمدد سهل الثني. وعلى ذلك خيوط الحديد، ليتقي على مقداره، ونستبدل بصورته، وليتصل بنصف الدائرة والمجموع المطابقين لنصف دائرة يَ ومجموع خطي ن س ن ع / عند نقطتي يَ ن. وإنما اجتلبنا دائرة م ت - ١٦ - لنتقي على اتصال الجسم السهل الثني، فإننا لو عدلنا عنها إلى مخطٍ لم نجد بداً من أن يكون حاداً، فكان يقطع ذلك الجسم؛ واجتلبنا نصف دائرة يَ لأنه 20 تابعٌ للدائرة م.

8-7 فخط ... ط ق: أثبتنا النسخ في الخامس مع بين موضعها - 12 ن ع: زع - 18 عنها: عنه.

الشكل رقم (٥)



ثم نُثِبَت نصف دائرة يَ ونعتمد على النقطة المطابقة لنقطة بَ في جهة
خطٍ موازٍ لخط دَ رَ من نقطة بَ إلى نقطة طَ . وينبغي أن يكون نقصان القوة
التي تنال الجسم السهل الثاني عن قوَّة إذا نالته لم يتمدد بها في الحسَّ
محسوساً، فلا يتمدد بالقوة التي تناله في الحقيقة؛ لأنه إن تمدد بها في الحقيقة
5 فإن قوة صلابته ناقصةٌ عن القوة التي تناله، والقوَّة التي تناله ناقصةٌ عن القوة
الأخرى، فقوة صلابته ناقصةٌ عن القوة الأخرى، ونقصانها عنها محسوسٌ،
فيجب أن يتمدد بالأخرى في الحس، ولكنه لا يتمدد بها فيه، وهذا محال.
فلا يتمدد بالقوة التي تناله في الحقيقة. وتتحرك النقطة والدائرة والمجموعان
المطابقة لنقطة بَ ودائرة مَ ومجموع خطي نَ سَ نَ عَ ومجموع قوس يَ فَ
10 وخط فَ صَ وقوس مَ صَ وخط مَ نَ حتى تطابق نقطة طَ ودائرة قَ ومجموع
خطي رَ شَ رَ تَ ومجموع قوس يَ خَ وخط خَ ذَ وقوس قَ ذَ وخط قَ رَ، كلُّ
واحد نظيره. /

ت - ١٦ - ط

«الرسم المتصل للقطع الناقص»

... «وزاوية» / سَ وقَ مثل زاوية زَا صَ، فقوس سَ قَ مثل قوس
15 زَا صَ، وخط وَفَ موازٍ لخط جَ عَ، وخط وَسَ موازٍ لخط آَ زَ، وخط آَ زَ
موازٍ لخط جَ طَ، فخطُ وَسَ موازٍ لخط جَ طَ، فزاوية سَ وفَ مثل زاوية
طَ جَ عَ. فقوس سَ فَ مثل قوس طَ عَ، فقوس فَ قَ مثل مجموع قوسي
زَا صَ طَ عَ، ومجموع قوسي حَ صَ يَ عَ مشتركٌ، فمجموع قوسي حَ صَ
فَ قَ يَ عَ مثل مجموع نصفي دائرتي زَا طَ. فمجموع قوس حَ صَ وخط صَ قَ
20 وقوس فَ قَ وخط عَ فَ وقوس يَ عَ مثل مجموع خطي آَ و جَ ونصفي دائرتي

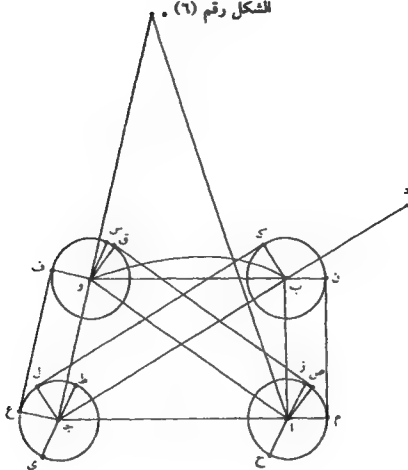
- ز ط . وكذلك نبيّن أن مجموع قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل مثل مجموع خطي ا ب ب ج ونصفي دائرتي ز ط . ولأن زاوية ه ا و مثل زاوية ا ه و . فخط ا و مثل خط ه و . فمجموع خطي ا و ج و مثل خط ج ه . وخط ج ه مثل خط ج د ، وخط ج د مثل مجموع خطي ا ب ب ج . فمجموع خطي ا و ج و مثل مجموع خطي ا ب ب ج . فمجموع خطي ا و ج و ونصفي دائرتي ز ط مثل مجموع خطي ا ب ب ج ونصفي دائرتي ز ط . فإذا ن مجموع قوس ح ص وخط ص ق وقوس ق و وخط ق و وقوس ي ع مثل مجموع قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل . وخط ا و أعظم من خط ا ب ، لأنه إن لم يكن أعظم منه فإما أن يكون مثله 10 أو أصغر منه . فإن كان خط ا و مثل خط ا ب فلأن مجموع خطي ا و ج و ت - ١٣ - ط مثل مجموع خطي ا ب ب ج ، فخط ج و مثل خط ب ج ، وقد التقيا مع خطي ا و ا ب على نقطتي و ب في جهة واحدة ، وهذا محال . وإن كان خط ا و أصغر من خط ا ب ، فلأن مجموع خطي ا و ج و مثل مجموع خطي ا ب ب ج ، فخط ج و أعظم من خط ب ج ، ونصل خط ب و ، فزاوية 15 ج ب و أعظم من زاوية ب و ج ، وزاوية ا ب و أعظم من زاوية ج ب و ، وزاوية ب و ج أعظم من زاوية ا و ب ، فزاوية ا ب و أعظم من زاوية ا و ب ، فخط ا و أعظم من خط ا ب ، وكان أصغر منه ، وهذا محال . فخط ا و أعظم من خط ا ب .
- وكذلك نبيّن أن خط ب ج أعظم من خط ج و . ولأن خط ا و أعظم 20 من خط ا ب وخط ا ب ليس بأصغر من خط ز ح وخط ز ح مثل مجموع خطي ا ز و س ، فخط ا و أعظم من مجموع خطي ا ز و س . فنصف دائرة ز

2 ز ط - 6 ز ط : 7 ز ط - 7 ز ط : 12 و ب : 13 - 14 ا و . . . ب ج (الأولى) : أثبتنا النسخ في الهامش مع بيان موضعها .

- ودائرة $\overline{س}$ لا يلتقيان. ولأن خط $\overline{ج و}$ ليس بأصغر من $\overline{أ ب}$ وخط $\overline{أ ب}$ ليس بأصغر من خط $\overline{ز ح}$ وخط $\overline{ز ح}$ مثل مجموع خطي $\overline{ج ط}$ و $\overline{س}$ ، فخط $\overline{ج و}$ ليس بأصغر من مجموع خطي $\overline{ج ط}$ و $\overline{س}$ ، فنصف دائرة $\overline{ط}$ ودائرة $\overline{س}$ لا يتقاطعان. ولأن خط $\overline{أ ب}$ ليس بأصغر من خط $\overline{ز ح}$ وخط $\overline{ز ح}$ مثل مجموع خطي $\overline{أ ز ب ك}$ ،
 5 نصف دائرة $\overline{ز}$ ودائرة $\overline{ك}$ لا يتقاطعان. ولأن خط $\overline{ب ج}$ أعظم من / خط $\overline{ج و}$ وخط $\overline{ج و}$ ليس بأصغر من خط $\overline{أ ب}$ ، وخط $\overline{أ ب}$ ليس بأصغر من خط $\overline{ز ح}$ ، وخط $\overline{ز ح}$ مثل مجموع خطي $\overline{ج ط ب ك}$ ، فخط $\overline{ب ج}$ أعظم من مجموع خطي $\overline{ج ط ب ك}$ ، فنصف دائرة $\overline{ط}$ ودائرة $\overline{ك}$ لا يلتقيان.
- 10 ونُزِلَ نصفي دائرتين ودائرة تطابق نصفي دائرتي $\overline{ز ط}$ ودائرة $\overline{ك}$ ولتكن صعبة الثني، ومجموعاً يطابق قوس $\overline{ح م}$ وخط $\overline{م ن}$ وقوس $\overline{ك ن}$ وخط $\overline{ك ل}$ وقوس $\overline{ي ل}$ ، وليكن / صعب التمدد. سهل الثني، وليتصل بنصفي الدائرتين
 15 المطابقتين لنصفي دائرتي $\overline{ز ط}$ عند نقطتي $\overline{ح ي}$. ثم نُثِبَت نصفي الدائرتين المطابقتين لنصفي دائرتي $\overline{ز ط}$ ونعتمد على النقطة المطابقة لنقطة $\overline{ب}$ في جهة دائرة مركزها نقطة $\overline{ج}$ من نقطة $\overline{ب}$ إلى نقطة $\overline{و}$. وينبغي أن يكون نقصان القوة التي تنال الجسم السهل الثني عن قوة إذا نالته لم يعتمد بها في الحس محسوساً، فلا يتمدّد بالقوة التي تناله في الحقيقة. وتحرك النقطة والدائرة والمجموع المطابقة لنقطة $\overline{ب}$ ودائرة $\overline{ك}$ ومجموع قوس $\overline{ح م}$ وخط $\overline{م ن}$ وقوس $\overline{ك ن}$ وخط $\overline{ك ل}$ وقوس $\overline{ل ي}$ حتى تطابق نقطة $\overline{و}$ ودائرة $\overline{س}$ ومجموع قوس $\overline{ح ص}$
 20 وخط $\overline{ص ق}$ وقوس $\overline{ف ق}$ وخط $\overline{ع ف}$ وقوس $\overline{ي ع}$ ، كل واحد نظيره. ويحدث من حركة هذه النقطة ممراً وليكن $\overline{ب و}$.

1 س : هـ - 10 دائرتين : دائرتي - 14 المطابقة : أثبتنا التماس في الغامض مع بيان موضعها.

الشكل رقم (٦)

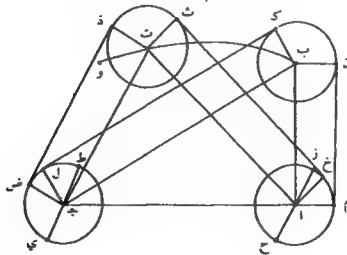


ثم نُثَبِّتَ خط $\overline{ا ج}$ ونُدِيرَ حوله مَرَبَّ $\overline{ب}$ وحتى تقطع نقطة $\overline{ب}$ قوس $\overline{ب ر}$ ونقطة $\overline{و}$ قوس $\overline{و ش}$ ، ويحدث بسيط $\overline{ب ش}$ ، فنجعلُه وجه مرآة تُحَاذِي نقطتي $\overline{آ ج}$ ، ونَقْرَ الجسم المضيء في موضع نقطة $\overline{ج}$ ، وينبغي أن يكون ضوءه - إذا انعكس من جميع بسيط $\overline{ب ش}$ إلى نقطة $\overline{آ}$ - أحرقَ عندها، 5 ثم نَقْرَ الجسم المضيء في موضع نقطة $\overline{ج}$. أقول : إن ضوء الجسم ينعكس من جميع بسيط $\overline{ب ش}$ إلى نقطة $\overline{آ}$ فيُحرق عندها.

برهان ذلك : أنا نُزَلُّ على مَرَبِّ ونقطة $\overline{ت}$. فلأنه / لما تحركت النقطة $\overline{ت}$ - ٣ - و الدائرة والمجموع، التي طابقت نقطة $\overline{ب}$ ودائرة $\overline{ك}$ ومجموع قوس $\overline{ح م}$ وخط $\overline{م ن}$ وقوس $\overline{ك ن}$ وخط $\overline{ك ل}$ وقوس $\overline{ي ل}$ طابقت نظائرهما عند نقطة $\overline{ت}$ قبل

أن تطابق نظائرها عند نقطة و. فليكن نظائرها التي طابقتها عند نقطة ت ،
نقطة ت ودائرة ت ومجموع قوس ح خ وخط ت خ وقوس ت د وخط د ض
وقوس ي ض . فمجموع قوس ح خ وخط ت خ وقوس ت د وخط د ض
وقوس ي ض مثل مجموع قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس
ي ل . ونصل خطي ات ج ت فمجموع قوس ح خ وخط ت خ وقوس ت د
وخط د ض وقوس ي ض مثل مجموع خطي ات ج ت ونصفي دائرتي ز ط .
ومجموع قوس ح م / وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل مثل ت - ٣ - ط
مجموع خطي اب ب ج ونصفي دائرتي ز ط . فمجموع خطي ات ج ت
ونصفي دائرتي ز ط مثل مجموع خطي اب ب ج ونصفي دائرتي ز ط .
١٠ فمجموع خطي ات ج ت مثل مجموع خطي اب ب ج .

الشكل رقم (٧)



ونُزل على بسيط ب ش نقطة ط ، ونخرج سطح اج ط ، ويُحدث في
بسيط ب ش رسم غ با ، ونصل خطي ا ط ج ط ، ونُخرج خط ط ب على
استقامة خط ج ط ، ونقسم زاوية ا ط ب نصفين بخط بج ط بد ، فخط

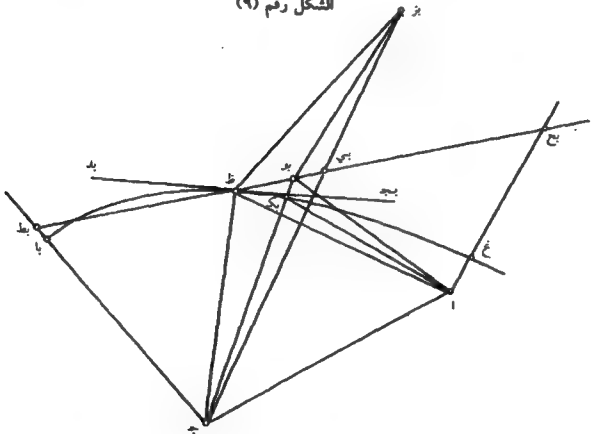
2 نقطة ت : فرق السطح / ح خ : ح خ - 6 ج ت : فرق السطح

بجـ بد يُماسّ رسم غ با على نقطة ظ ، لأنه إن لم يماسّ عليها فليقطعها عليها .
 ونصل خطي ا ج با ، فلا بد من أن ينتهي من خط بجـ بد إلى نقطة ظ ،
 جزء يكون داخل سطح ا با . ونُزل على هذا الجزء نقطة بد ، ونجعل خط
ظ بب مثل خط ا ظ ، ونصل خطي ا بد بب بد ، فخط ظ بب بد ضلع مشترك
 5 للمثلثي ا ظ بد ظ بب بد ، وزاوية ا ظ بد مثل زاوية بب ظ بد ، لأن زاوية
ا ظ بجـ مثل زاوية بب ظ بجـ فخط بب بد مثل خط ا بد . ونصل خط
ج بد ، فمجموع خطي ا بد ج بد مثل مجموع خطي بب بد ج بد ، ومجموع
 خطي بب بد ج بد أعظم من خط ج بب ، وخط ظ بب مثل خط ا ظ ،
 فخط ج بب مثل مجموع خطي ا ظ ج ظ ، فمجموع خطي ا بد ج بد
 10 أعظم من مجموع خطي ا ظ ج ظ . وليلق خط ج بد رسم غ با على نقطة
به ، ونصل خط ا به . فلأن رسم ب ويطابق رسم / غ با ونقطتي ا ج - ا - ج - ر
 مشتركتان لهما ، ومجموع خطي ا ب ج بد مثل مجموع خطي ا ت ج ت ،
 فمجموع خطي ا ظ ج ظ مثل مجموع خطي ا به ج به . فإذا مجموع خطي
ا بد ج بد أعظم من مجموع خطي ا به ج به ، ولكنه أصغر منه ، وهذا محال .
 15 فخط بجـ بد يماسّ رسم غ با على نقطة ظ . ولا يماسّ رسم غ با على نقطة ظ
 خط مستقيم غير خط بجـ بد .

5 اظ بد مثل زاوية : أثبتنا التاسع في الماش مع بيان موضعها - 6 ظ بج فخط بب بد : أثبتنا التاسع في
 الماش مع بيان موضعها - 16 بج بد : بي بد.

فمجموع خطي $\overline{بو}$ $\overline{بز}$ $\overline{بو}$ أصغر من مجموع خطي $\overline{ط}$ $\overline{بز}$ $\overline{ج}$ $\overline{ط}$. ولأن $\overline{خط}$ $\overline{ط}$ $\overline{بز}$ مثل $\overline{خط}$ $\overline{ا}$ $\overline{ط}$ $\overline{فمجموع}$ خطي $\overline{ط}$ $\overline{بز}$ $\overline{ج}$ $\overline{ط}$ مثل مجموع خطي $\overline{ا}$ $\overline{ط}$ $\overline{ج}$ $\overline{ط}$.
 وليت $\overline{خط}$ $\overline{ج}$ $\overline{بو}$ رسم / غ با على نقطة بك. ونصل $\overline{خط}$ $\overline{ا}$ $\overline{بك}$ ، فمجموع ت. ه. ر خطي $\overline{ا}$ $\overline{ط}$ $\overline{ج}$ $\overline{ط}$ مثل مجموع خطي $\overline{ا}$ $\overline{بك}$ $\overline{ج}$ $\overline{بك}$ ، فإذا مجموع خطي $\overline{ا}$ $\overline{بو}$ $\overline{ج}$ $\overline{بو}$ أصغر من مجموع خطي $\overline{ا}$ $\overline{بك}$ $\overline{ج}$ $\overline{بك}$ ، ولكنه أعظم منه، وهذا محال.
 فليس $\overline{يُ$ $\overline{ياس}$ رسم غ با على نقطة $\overline{ط}$ $\overline{خط}$ مستقيم غير $\overline{خط}$ $\overline{بج}$ $\overline{بد}$.

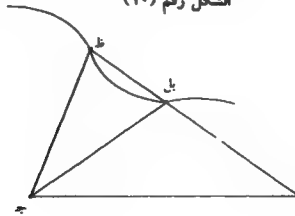
الشكل رقم (٩)



ونُخرج على $\overline{خط}$ $\overline{بج}$ $\overline{بد}$ سطحاً قائماً على سطح $\overline{ا}$ $\overline{ج}$ $\overline{ط}$ قياس بسيط
 $\overline{بش}$ على نقطة $\overline{ط}$ ، ولا يماسه عليها سطح مستوي غيره، مثل ما بينا فيما تقدم.
 وزاوية $\overline{ج}$ $\overline{ط}$ $\overline{بد}$ مثل زاوية $\overline{بب}$ $\overline{ط}$ $\overline{بج}$ ، وزاوية $\overline{بب}$ $\overline{ط}$ $\overline{بج}$ مثل زاوية

ا ط ب ج ، فزاوية ج ط بد مثل زاوية ا ط ب ج ، وخطا ا ط ج ط لا يلتقيان
بسيط ب ش على غير نقطة ط ، لأنها إن لقياه على غيرها فسيلقيان رسم
غ با على غير نقطة ط ، فليلقياه على نقطة بل . ونصل خط ا بل . فلأن نقطتي
ط بل على رسم غ با ، فمجموع خطي ا بل ج بل مثل مجموع خطي ا ط
ج ط ، ولكنه/ أصغر منه ، وهذا محال . فخطا ا ط ج ط لا يلتقيان بسيط ت . ه . ط
ب ش على غير نقطة ط . وليلق خط ج ط الجسم المضيء على نقطة بم ،
فصوء نقطة بم يخرج على خط ط بم إلى نقطة ط وعلى خط ا ط إلى نقطة
آ . وكذلك سائر النقط المتتلة على بسيط ب ش ، فصوء الجسم ينعكس من
جميع بسيط ب ش إلى نقطة آ فيحرق عندها ، وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (١٠)



١٠ < العدسة المسطحة المحدبة >

وإن كان الإحراق بضوء ينفذ في آلة ، فإننا نعلم إلى قطعة بلور تنتهي إلى
سطح مستو ، وليكن ج . وينبغي أن تكون بقدر الحاجة ، وأجزاؤها في الصفاء
متشابهة . ونستخرج خطين ينفذ الضوء على أحدهما في البلور ، وليكن ج د

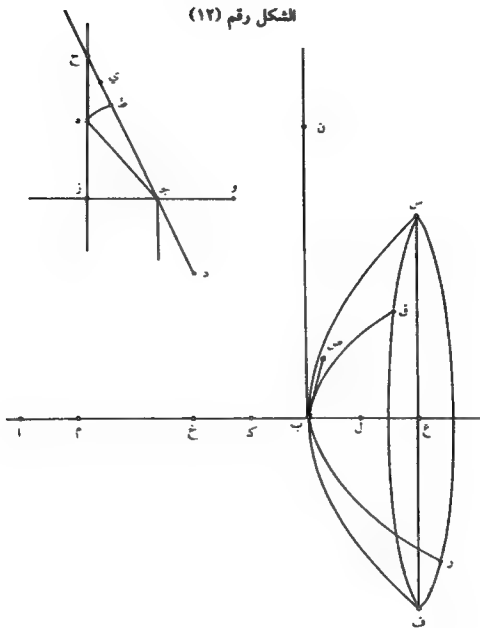
١ يلتقيان : يلتقيان - ٢ يلتقيان : يلتقيان . هذا الشكل ليس في المخطوطة .

فإن كانت الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى جوانب الآلة متوازية في الحس فإما أن يكون الإحراق على مسافة قريبة أو غير قريبة، فإن كان الإحراق على مسافة قريبة فإننا نجعل خط $\overline{ب م}$ مثل خط $\overline{ا ك}$. ونخرج خط $\overline{ب ن}$ قائماً على خط $\overline{ا ب}$ ، ونجعل سطح $\overline{ب ن}$ في $\overline{ب م}$ أربعة أمثال سطح $\overline{ب ل}$ في $\overline{ل م}$. ونحذف قطعاً زائداً سهمه خط $\overline{ب م}$ وصلع سهمه خط $\overline{ب ن}$ يتبدى من نقطة $\overline{ب}$ وينتهي إلى نقطة $\overline{س}$ ؛ ونخرج خط $\overline{س ع}$ قائماً على خط $\overline{ب ل}$ ، ونثبت خط $\overline{ب ع}$ وندير حوله السطح الذي يحيط به قطع $\overline{ب س}$ وخط $\overline{ب ع}$ $\overline{س ع}$ حتى تقطع نقطة $\overline{س}$ دائرة $\overline{س ف}$ ويحدث مجسم $\overline{ب س}$ ، فنخرط مثله مع هدفين يلي أحدهما دائرة $\overline{س ف}$ وفي وسطه ثقب 10 يحيط به دائرة ، يلي الآخر نقطة $\overline{ب}$ وفي وسطه دائرة يوافقها ضوء الشمس النافذ من الثقب إليها ، ويكون الخط المار بالمركز الدائرتين موازياً لخط $\overline{ب ل}$ من نفس الجوهر الذي اعتبرنا به ، ونترل في أحد الهدفين فضلاً لتسميكة به ونجلوه ، سوى الهدفين فما فوقها . وينبغي أن يكون ضوء الشمس ، إذا نفذ من جميع سطح $\overline{ع}$ إلى جميع سطح $\overline{ب}$ ، سوى موضع الهدفين فما فوقها ، ومن جميع بسيط $\overline{ب}$ سواء إلى نقطة $\overline{آ}$ ، أحرق عندها . 15

ثم نخاذي به الشمس حتى ينفذ ضوءها من الثقب إلى الدائرة / أقول : ت - ٦ - ظ
إن ضوء الشمس ينفذ من جميع سطح $\overline{ع}$ إلى جميع بسيط $\overline{ب}$ سوى موضع الهدفين فما فوقها ومن جميع بسيط $\overline{ب}$ سواء إلى نقطة $\overline{آ}$ فيحرق عندها .

5 ونحذف - 17 سوى : سوا - 17-18 موضع ... سواء : أثبتنا الناسخ في غامش مع بيان موضعها .

الشكل رقم (١٢)



برهان ذلك : أنا نُنزل على بسيط $\overline{ب}$ نقطة ، فإما أن توافق نقطة $\overline{ب}$ وإما
 ألا توافقها ، فإن وافقت النقطة المتزلة نقطة $\overline{ب}$ فإننا نخرج على خط $\overline{ب ن}$
 سطح $\overline{ب ن ص}$ قائماً على سطح $\overline{ل ب ن}$ فهو يُجاسُ بسيط $\overline{ب}$ على نقطة $\overline{ب}$ ،
 لأنه إن لم يُجاسه عليها فليقطعه عليها ، فلا بدّ من أن ينتهي من سطح
 $\overline{ب ن ص}$ إلى نقطة $\overline{ب}$ جزء يكون داخل مجسم $\overline{ب س ف}$. ونُزل على هذا

الجزء نقطة صَ وتُخرج سطح ب ل ص وليُحدث في بسيط بَ رسم ق ب ر. وفي سطح عَ خط ق ر وفي سطح ب ن ص خط ب ص. فلأن نقطة صَ داخل مجسم ب س ف كما أنها على سطح ب ل ص، فهي داخل السطح الذي يحيط به رسم ق ب ر وخط ق ر. ولأن قطع ب س زائد وسهمه ب ل، وهو يابق رسم ب ق، وخط ب ل مشترك لهما، فرسم ب ق قطع زائد، وسهمه خط ب ل. فليس خط ب ص قائماً على خط ب ل. ولأن سطح ب ن ص قائم على سطح ب ل ن وخط ب ن قائم على خط ب ل فسطح ب ن ص قائم على خط ب ل فخط ب ص قائم على خط ب ل، وهذا محال.

10 فسطح ب ن ص يماس بسيط بَ على نقطة بَ ولا يماس بسيط بَ على نقطة بَ سطح مستوي غير سطح ب ن ص. /

ت - ٧ - و

لأنه إن ماسه عليها سطح مستوي غيره، فلأن هذا السطح يقطع سطح ب ن ص على نقطة بَ فلا بد من أن يقطع أحد خطي ب ن ص. فليكن ذلك الخط بَ ص والفصل المشترك بين هذا السطح وبين سطح قطع ق ر خط بَ ش. فلأن هذا السطح يماس بسيط بَ على نقطة بَ فخط بَ ش يماس قطع ق ب ر على نقطة بَ، وكذلك خط بَ ص، وهذا محال، فلا يماس بسيط بَ على نقطة بَ سطح مستوي غير سطح ب ن ص. /

ت - ٧ - ظ

وخط آ ع لا يلقى بسيط بَ على غير نقطة بَ لأنه إن لقيه على غيرها فليحدث سطح ب س ع في بسيط بَ رسم ب ف، فسيلقى خط آ ع رسم س ب ف - وهو قطع زائد سهمه خط ب ل - على غير نقطة بَ، وهذا محال، فخط آ ع لا يلقى بسيط بَ على غير نقطة بَ.

- ولأننا قد حاذينا بقطعة البلور الشمس حتى نَقَذَ ضوءُها من الثقب إلى الدائرة فقد خرج ضوءُ نقطةٍ على وجه الشمس على الخط المتصل بين مركزي الثقب والدائرة ، والخطُ المتصل بينهما موازٌ لخط $\overline{ب ل}$ ، فضاء تلك النقطة يخرج في الهواء على استقامة خط $\overline{ب ع}$ إلى نقطة $\overline{ع}$. وهذا الخطُ / قائم على $\overline{ت - أ - و}$
- 5 سطح $\overline{ع}$ فضاءها ينقذ في البلور على خط $\overline{ب ع}$ وهو لا يلقى بسيط $\overline{ب}$ على غير نقطة $\overline{ب}$. فيلقى به غير البلور ، فتبين أنه يصل فيه إلى نقطة $\overline{ب}$ ، وخط $\overline{ب ع}$ قائم على السطح الذي يماس بسيط $\overline{ب}$ على نقطة $\overline{ب}$ ولا يماسه عليها غيره ، فضاءها ينقذ في الهواء على خط $\overline{أ ب}$ وهو لا يلقى بسيط $\overline{ب}$ على غير نقطة $\overline{ب}$ ، فيلقى به غير الهواء ، فتبين أنه يصل فيه إلى نقطة $\overline{أ}$.
- 10 وإن لم يوافق النقطة المتزلة نقطة $\overline{ب}$ ، فلتكن $\overline{ت}$ ونخرج سطح $\overline{ب ل ت}$ وليحدث في بسيط $\overline{ب}$ رسم $\overline{ث ب خ}$ ، فهو قطعٌ زائدٌ ، ومهمه خط $\overline{ب ل}$ وضلعٌ سهمه مثل خط $\overline{ب ن}$. ونصل خطي $\overline{أ ت ل ت}$ ونقسم زاوية $\overline{أ ت ل}$ نصفين بخط $\overline{ت ذ}$ ، فهو يماسُ قطع $\overline{ث ب خ}$. ونُخرج على خط $\overline{ت ذ}$ سطحاً قائماً على سطح $\overline{ب ل ت}$ ، فهو يماسُ بسيط $\overline{ب}$ على نقطة $\overline{ت}$ ولا يماسه $\overline{ت - أ - و}$
- 15 عليها سطحٌ مستوٍ غيره لمثل ما كنا بينا . ولأن سطح $\overline{ب ن ت}$ في $\overline{ب م}$ أربعة أمثال سطح $\overline{ب ل ت}$ في $\overline{ل م}$ ، فزيادة خط $\overline{أ ت}$ على خط $\overline{ل ت}$ مثل خط $\overline{ب م}$. ونجعل خط $\overline{أ ض}$ مثل خط $\overline{ب م}$ ، فخط $\overline{ت ض}$ مثل $\overline{ل ت}$. ونُخرج خط $\overline{ل ض}$ ويلمق خط $\overline{ت ذ}$ على نقطة $\overline{ذ}$ ، فخط $\overline{ت ذ}$ ضلعٌ مشتركٌ لثلاثي $\overline{ت ذ ض ل ت}$ وزاوية $\overline{ذ ت ض}$ مثل زاوية $\overline{ل ت ذ}$ ، فزاوية $\overline{ت ذ ض}$ مثل زاوية $\overline{ل ت ذ}$ ، فخط $\overline{ت ذ ض}$ قائم على خط $\overline{ت ذ}$ ، فخط $\overline{ت ذ ض}$ قائم على
- 20 السطح المماس لبسيط $\overline{ب}$ على نقطة $\overline{ت}$. ونجعل نسبة خط $\overline{ت ذ}$ إلى خط $\overline{ظ}$

10 ب ل ت : ب ل ث - 13 ت ذ (الأولى) : ت ذ .

- كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح . فلأن زاوية ج ز ح قائمة ، وخط ج ه أصغر من خط ج ح . فخط ت ذ أصغر من خط ظ . ونُحِطُ حول نقطة ت بَعْدِ مثل خط ظ دائرة ، فستلقى الخط الخارج من نقطة ذ على استقامة خط ل ذ فلتلقه على نقطة غ ، ونصل خط ت غ ، فهو مثل خط ظ . فنسبة خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح . ونُخرج خط ت با موازياً لخط ال ، وليتقى خط ل ض على نقطة با ، فنلت ت ض با شيةً بمثلث ال ض فنسبة خط ت ض إلى خط ت با كنسبة خط ا ض إلى خط ال ، ونحط ا ض مثل خط ب م ، ونحط ب م مثل خط اك ، فخط ا ض مثل خط اك كما أن خط ج ه مثل خط ج ط . ونسبة خط اك إلى خط اب كنسبة خط ج ط إلى خط ج ي وخط / ب ك مثل خط ب ل كما أن خط ط ي مثل خط ح ي ، فنسبة خط ا ض إلى خط ال كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح ، فنسبة خط ت ض إلى خط با ت كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح . وقد كانت نسبة خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح ، فنسبة خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط ت ض إلى خط با ت ، ونحط ت ذ أصغر من خط ت ض ، فخط ت غ أصغر من خط ت با ، فنقطة غ بين نقطتي ذ با . وليتقى خط ت با سطح غ على نقطة بب ، فخط ت بب قائم على سطح غ . ونُخرج خط ت بج على استقامة خط ت ذ فزاوية بب ت بج حادة ، وهي مثل زاوية ذ ت با ، وزاوية ذ ت با أعظم من زاوية ذ ت غ ، فزاوية بب ت بج أعظم من زاوية ذ ت غ ، وخطا ات ت بب لا يلتقيان بسيط ب على غير نقطة ت ، لأنها إن لقياه على غيرها
- ت - ٩ - و
- ١٥
- ٢٠

﴿ الرسم المتصل للقطع الزائد ﴾

- وإن كان الإحراق على مسافة غير قريبة، فإننا نعمل على خط $\overline{ال قوسا}$ تقبل زاوية منفرجة، ولتكن $\overline{ام ل}$ ، ونخط حول نقطة $\overline{آ}$ ببعد خط $\overline{اك}$ دائرة. و5 ولتلق $\overline{قوس ام ل}$ على نقطة $\overline{م}$ ونخرج خطي $\overline{ل م}$ / $\overline{ام ن}$ ، فزاوية $\overline{ام ل}$ ت - ١٠ - و منفرجة. فزاوية $\overline{ل م ن}$ حادة. ونجعل زاوية $\overline{م ل س}$ مثل زاوية $\overline{ل م ن}$. فزاوية $\overline{م ل س}$ حادة، فخط $\overline{م ن}$ يلقي خط $\overline{ل س}$ ، فليلقه على نقطة $\overline{ن}$. ونخرج خط $\overline{ع اف}$ قائماً على خط $\overline{اب}$ ونجعل خط $\overline{اع}$ مثل خط $\overline{اف}$. وينبغي ألا يكون كل واحد من خطي $\overline{اب ك ل}$ أصغر من خط $\overline{ع ف}$. ونخط حول نقطة $\overline{آ}$ ببعد خط $\overline{اع}$ نصف دائرة $\overline{ع ف}$ ونخرج خط $\overline{ل ص}$ قائماً على خط $\overline{ال}$ ونجعله مثل خط $\overline{اع}$ ، ونخرج خط $\overline{ص ع ق}$ ، ونترل عليه نقطة $\overline{ق}$ ، ونخرج خط $\overline{ق ر}$ قائماً على سطح $\overline{ال م}$ ونخط $\overline{ب ش}$ قائماً على خط $\overline{اب}$ وليلق خط $\overline{ع ص}$ على نقطة $\overline{ش}$ ، ونترل على خط $\overline{ع ش}$ نقطة $\overline{ث}$ ونجعل خط $\overline{ص ث}$ مثل خط $\overline{ع ق}$ ونخط $\overline{ث خ}$ قائماً على سطح $\overline{ال م}$ ونجعله مثل خط $\overline{ق ر}$ ، ونصل خط $\overline{ر خ}$ ، ونخط حول نقطة $\overline{ب}$ ببعد $\overline{ب ش}$ دائرة $\overline{ش}$ ونخرج 10 خط $\overline{ب ذ}$ على استقامة خط $\overline{ب ش}$ وليلق دائرة $\overline{ش}$ على نقطة $\overline{ذ}$ ، ونصل خط $\overline{ف ذ}$ ، ونخرج خط $\overline{ل ض}$ قائماً على خط $\overline{ل ن}$ ونخط $\overline{ظ اغ}$ موازياً لخط $\overline{ل ض}$ ، وليلق نصف دائرة $\overline{ع}$ على نقطة $\overline{ظ}$ ويتم نصف دائرة $\overline{ظ اغ}$ ، ونخرج خط $\overline{ظ با}$ قائماً على $\overline{اظ}$ ونجعله مثل خط $\overline{ع ق}$ ، ونخرج خط $\overline{با بب}$ قائماً على سطح $\overline{ال م}$ ونجعله مثل خط $\overline{ق ر}$. ونجعل خط $\overline{ل ض}$ مثل خط $\overline{ل ص}$ / ت - ١٠ - ظ ونخرج خط $\overline{ن ب ج}$ قائماً على خط $\overline{ل ن}$ ونجعله مثل خط $\overline{ل ص}$. ونخرج خط

5 ل م ن (الثانية) : ام ن - 18 ظ با : ظ ب - 20 ن ب ج : ز ب ج.

ض بـج بد ونجعله مثل خط ص ت. ونجعل خط ض به مثل خط ص ث،
 ونخرج خط به بوقائماً على سطح ال م ونجعله مثل خط ث خ. ونصل خط
 بب بو ونخط حول نقطة ن يبعد خط ن بـج دائرة بـج، ونخرج خطي ابز
 ن بـج قائمين على خط ان. وليلقيا نصف دائرة ظ ودائرة بـج على نقطتي بـز
 5 بـج. ونصل خط بـز بـج ونخط با به. فلأن خط به بو مثل ث خ ونخط ث خ
 مثل ق ر ونخط ق ر مثل خط با بب فخط به بو مثل خط با بب وهما قائمان
 على سطح ال م. فخط بب بو مثل خط با به. ونصل خطي ل به ابا. فلأن
 خط ض به مثل خط ص ث، ونخط ص ث مثل خط ع ق. ونخط ع ق
 مثل خط ظ با. فخط ض به مثل خط ظ با. ولأن خط ل ض مثل خط
 10 ل ص ونخط ل ص مثل خط اع - لأن سطح اص قائم الزوايا - ونخط اع
 مثل خط اظ، فخط ل ض مثل خط اظ، وكل واحد من زاويتي
 ل ض به اظ با قائمة، فخط ل به مثل خط ابا، وزاوية ض ل به مثل زاوية
 ظ ابا، ونخط ل ض مواز لخط اظ فخط ل به مواز لخط ابا وهو مثله
 فخط با به مثل خط ال وسطح اص قائم الزوايا، فخط ال مثل خط ع ص
 15 ونخط ص ث مثل خط ع ق فخط ع ص مثل خط ق ث ونخط ث خ مثل
 خط ق ر وهما قائمان على سطح ال م، فخط ق ث / مثل خط رخ، فإذا
 خط بب بو مثل خط رخ.

ونخرج خط س بد قائماً على خط ل س، فسطح ن بد قائم الزوايا،
 فخط بـج بد مثل خط ن س. ولأن خط ابز مثل خط ن بـج وهما قائمان على
 20 خط ان فخط ان مثل خط بـز بـج، فمجموع خطي بـز بـج بد مثل مجموع
 خطي ان ن س. ولأن زاوية م ل ن مثل زاوية ن م ل فخط ل ن مثل خط

م ن ، فمجموع خطي م ن س مثل خط ل س ، وسطح ل بد قائم الزوايا ، فخط ل س مثل خط ض بد وخط ض بد مثل خط ص ت . ونخرج خط ت بط قائماً على خط ا ب . فسطح ل ت قائم الزوايا فخط ص ت مثل خط ل بط ، وخط ب ل مثل خط ب ك ، فخط ل بط مثل مجموع خطي ب ك ب بط ، فمجموع خطي م ن س مثل مجموع خطي ب ك ب بط . ونقطة أ مركز دائرة ك م ، فخط ا م مثل خط ا ك ، فمجموع خطي ا ن س مثل مجموع خطي ا ب ب بط وسطح ب ف قائم الزوايا ، فخط ا ب مثل خط ف ذ وسطح ب ت قائم الزوايا ، فخط ب بط مثل خط ش ت ، فمجموع خطي ا ب ب بط مثل مجموع خطي ف ذ ش ت . فإذا مجموع خطي ب ز ب ح بد مثل مجموع خطي ف ذ ش ت ، وخط ن ب ح مواز لخط ل ض وخط ل ض مواز لخط ا ط فخط ن ب ح مواز لخط ا ط ، وخط ن ب ح مواز لخط ا ب ز ، فزاوية ب ح ن ب ح / مثل زاوية ط ا ب ز ، وخط ن ب ح مثل خط ل ض ، وخط ل ض مثل خط ل ص ، وخط ل ص مثل خط ا ع ، فخط ن ب ح مثل خط ا ع ، فقوس ب ح ب ح مثل قوس ط ب ز ، فمجموع قوسي غ ب ز ب ح ب ح مثل نصف دائرة ط ، ونصف دائرة ع مثل نصف دائرة ع ، وخط ا ع مثل خط ب ش ، فنصف دائرة ع مثل نصف دائرة ش ، فمجموع قوسي غ ب ز ب ح ب ح مثل نصف دائرة ش ، فمجموع قوس غ ب ز وخط ب ز ب ح وقوس ب ح ب ح وخط ب ح بد مثل مجموع خط ف ذ ونصف دائرة ش وخط ش ت . وخط ا ن أعظم من خط ا ب ، لأنه إن لم يكن أعظم منه فإما أن يكون مثله أو أصغر منه . فإن كان خط ا ن مثل ا ب فلأن مجموع خطي ا ن س مثل مجموع خطي ا ب ب بط ، فخط ن س مثل خط ب بط وخط ل س مثل خط ل بط ، فخط ل ن مثل خط ب ل ، فمجموع خطي ا ن ل ن مثل خط ا ل ، ولكنه أعظم منه ، وهذا محال . وإن

ت - ١١ - ط

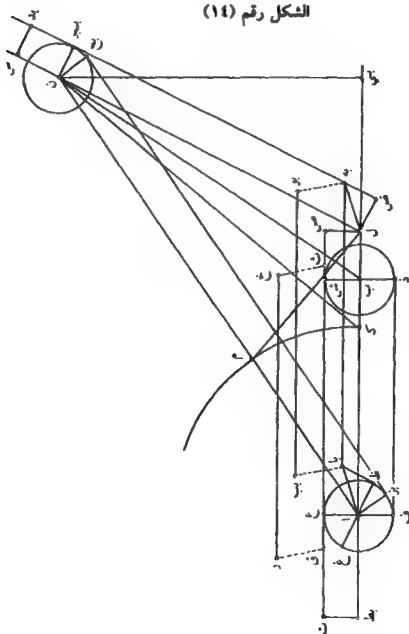
كان خط $\overline{ا ن}$ أصغر من خط $\overline{ا ب}$ فلأن مجموع خطي $\overline{ا ن}$ من مثل مجموع خطي $\overline{ا ب}$ ب $\overline{ب ط}$ فخط $\overline{ن س}$ أعظم من خط $\overline{ب ط}$ وخط $\overline{ل س}$ مثل خط $\overline{ل ب ط}$. فخط $\overline{ل ن}$ أصغر من خط $\overline{ب ل}$ ، فمجموع خطي $\overline{ا ن}$ $\overline{ل ن}$ أصغر من خط $\overline{ا ل}$ ، ولكنه أعظم منه ، وهذا محال .

- 5 فخط $\overline{ا ن}$ أعظم من خط $\overline{ا ب}$ وخط $\overline{ا ب}$ ليس بأصغر من خط $\overline{ع ف}$ وخط $\overline{ع ف}$ مثل مجموع خطي $\overline{ا ع}$ $\overline{ن ب ج}$ فخط $\overline{ا ن}$ أعظم / من مجموع خطي ت - ١٢ - و $\overline{ا ع}$ $\overline{ن ب ج}$ ، فنصف دائرة $\overline{ط}$ ودائرة $\overline{ب ج}$ لا يلتقيان . وخط $\overline{ا ب}$ ليس بأصغر من خط $\overline{ع ف}$ ، وخط $\overline{ع ف}$ مثل مجموع خطي $\overline{ا ع}$ $\overline{ب ش}$ ، فخط $\overline{ا ب}$ ليس بأصغر من مجموع خطي $\overline{ا ع}$ $\overline{ب ش}$ فنصف دائرة $\overline{ع}$ ودائرة $\overline{ش}$ لا يتقاطعان .
- 10 ونترل مجموعين دائرة تطابق مجموع نصف دائرة $\overline{ع}$ وخطي $\overline{ع ق}$ $\overline{ق ر}$ ومجموع خطوط $\overline{ل ص}$ $\overline{ص ث}$ $\overline{ث خ}$ ودائرة $\overline{ش}$ ، ولتكن نهايات أجسام صعبة التثني ومجموعاً يطابق مجموع خط $\overline{ف ذ}$ ونصف دائرة $\overline{ش}$ وخط $\overline{ش ت}$ ، وليكن صعب التمدد سهل التثني وليتصل بنصف الدائرة والخط المطابقين لدائرة $\overline{ع}$ وخط $\overline{ص ت}$ عند نقطتي $\overline{ف ت}$ ، وخطاً يطابق خط $\overline{ز ح}$ ، وليكن صعب
- 15 التمدد سهل التثني وليتصل بالخطين المطابقين لخطي $\overline{ق ر}$ $\overline{ث خ}$ عند نقطتي $\overline{ر ح}$. ثم نُثبت النقطتين المطابقتين لنقطتي $\overline{آ ل}$ ويعتمد على النقطة المطابقة لنقطة $\overline{ب}$ في جهة دائرة مركزها نقطة $\overline{ن}$ من نقطة $\overline{ب}$ إلى نقطة $\overline{ن}$. وينبغي أن يكون نقصان القوة التي تنال كل واحد من الجسمين السهلين التثني عن قوة إذا نالته لم يتمدّد بها في الحس محسوساً ، فلا يتمدّد بالقوة التي تناله في
- 20 الحقيقة ، وتحرك النقطة والدائرة والمجموعات والخط ، المطابقة لنقطة $\overline{ب}$ ودائرة $\overline{ش}$ ومجموع خطوط $\overline{ل ص}$ $\overline{ص ث}$ $\overline{ث خ}$ ومجموع نصف دائرة $\overline{ع}$ وخطي

12 وليكن : ولكن - 17 ذ (الأول) : ل .

ع ق ق ر ومجموع خط ف ذ ونصف دائرة ش وخط ش ت وخط ر خ حتى / ت - ١٢ - ظ
 تطابق نقطة ن ودائرة ب ج ومجموع خطوط ل ض ض به به بو ومجموع نصف
 دائرة ظ وخطي ظ با با بب ومجموع قوس غ بز وخط بز ي ح وقوس ب ج ب ح
 يخط ب ج بد وخط بب بو - كل واحد نظيرة.

الشكل رقم (١٤)



2 ض به : ض بد.

- / ويحدث من حركة هذه النقطة ممراً، وليكن $\overline{ب ن}$ ونصل خط $\overline{ك ن}$ ، ت - ١٧ - د
- فلأن خط $\overline{ا ن}$ يمر بمركز دائرة $\overline{ك م}$ فخط $\overline{م ن}$ أصغر من خط $\overline{ك ن}$ وخط $\overline{م ن}$ مثل خط $\overline{ل ن}$ ، فخط $\overline{ل ن}$ أصغر من خط $\overline{ك ن}$. وخط $\overline{ب ل}$ مثل خط $\overline{ب ك}$. ونصل خط $\overline{ب ن}$ ، فهو ضلع مشترك لمثلثي $\overline{ب ل ن}$ و $\overline{ب ك ن}$ ، فزاوية $\overline{ل ب ن}$ أصغر من زاوية $\overline{ك ب ن}$ ، فزاوية $\overline{ل ب ن}$ حادة. ونخرج خط $\overline{ن بي}$ قائماً على خط $\overline{ا ل}$. فخط $\overline{ل بي}$ على استقامة خط $\overline{ا ب}$ ، وخط $\overline{ن بي}$ لا يليق بمركز $\overline{ب ن}$ على غير نقطة $\overline{ن}$. لأنه إن لقيه على غيرها فليلقه على نقطة بك. فلأنه لما تحركت النقطة والدائرة والمجموعات والخط التي طابقت نقطة $\overline{ب}$ ودائرة $\overline{ش}$ ومجموع خطوط $\overline{ل ص ص ث ث خ}$ ومجموع نصف دائرة $\overline{ع}$ وخطي $\overline{ع ق ق ر}$ ومجموع خط $\overline{ف ذ}$ ونصف دائرة $\overline{ش}$ وخط $\overline{ش ت}$ وخط $\overline{ر خ}$ طابقت نظائرها عند نقطة بك قبل أن تطابق نظائرها عند نقطة $\overline{ن}$. فليكن نظائرها التي طابقتها عند نقطة بك نقطة بك ودائرة $\overline{بل}$ ومجموع خطوط $\overline{ل ب م ب م بس بس بع}$ ومجموع نصف دائرة $\overline{بف}$ وخطي $\overline{بف بق بق بر}$ ومجموع قوس $\overline{بص بش}$ وخط $\overline{بش بت}$ وقوس $\overline{بل بت}$ وخط $\overline{بل بن}$ وخط $\overline{بع بر}$. فمجموع قوس $\overline{بص بش}$ وخط $\overline{بش بت}$ وقوس $\overline{بل بت}$ وخط $\overline{بل بن}$ مثل مجموع خط / $\overline{ف ذ}$ ونصف ت - ١٧ - ط
- دائرة $\overline{ش}$ وخط $\overline{ش ت}$. ونخرج خط $\overline{ل بك}$ وخط $\overline{ل بن}$ قائماً على خط $\overline{ل بت}$. ونصل خط $\overline{بس بق}$. فلأن خط $\overline{بس بع}$ مثل خط $\overline{ث خ}$ ، وخط $\overline{ث خ}$ مثل خط $\overline{ق ر}$ وخط $\overline{ق ر}$ مثل خط $\overline{بق بر}$. فخط $\overline{بس بع}$ مثل خط $\overline{بق بر}$ وهما قائمان على سطح $\overline{ا ل م}$ فخط $\overline{بس بق}$ مثل خط $\overline{بع بر}$. وخط $\overline{بع بر}$ مثل خط $\overline{ر خ}$ وخط $\overline{ر خ}$ مثل \langle خط $\rangle \overline{ا ل}$ ، فخط $\overline{بس بق}$ مثل خط $\overline{ا ل}$. ونصل

3 ل ن (الأولى): آ - 6 - أب: آل - 9 - ص: ص - 10 - وخط $\overline{ش ت}$: أثبتنا التماس في العاشر مع بيان موضعها - 12 - بم: بس - بم: بن - 14 - بع: بر - بع: بر - 18-19 - بق: بر... مثل خط: أثبتنا التماس في العاشر مع بيان موضعها.

خطي لَ بَسَ اَبَقَ وخطي لَ ثَ اَقَ فَيُطابقُ مثْلُ لَ بَمَ بَسَ مثْلُ
 لَ صَ ثَ ومثْلُ لَ صَ ثَ مثْلُ اَعَ قَ ومثْلُ اَعَ قَ مثْلُ اَبَقَ بَقَ،
 فَيُطابقُ مثْلُ لَ بَمَ بَسَ مثْلُ اَبَقَ بَقَ. فخطُ لَ بَسَ مثْلُ خطِ اَبَقَ وخطُ
 بَسَ بَقَ مثْلُ خطِ اَلَ فخطُ لَ بَسَ موازٍ لخطِ اَبَقَ. وزاويةُ بَمَ لَ بَسَ مثْلُ
 5 زاويةِ بَقَ اَبَقَ، فخطُ اَبَقَ موازٍ لخطِ لَ بَمَ. فمجموعُ قوسِ بَصَ بَشَ
 وخطُ بَشَ بَتَ وقوسِ بَلِ بَتَ وخطُ بَلِ بَنَ مثْلُ مجموعِ خطي اَبَكَ بَكَ بَثَ
 ونصفِ دائرةِ بَقَ لَثَلِ ما يَبْنَى فيما تقدم.

ومجموعُ خطِ فَ ذَ ونصفِ دائرةِ شَ وخطِ شَ تَ مثْلُ مجموعِ خطي اَبَ
 بَ بَطَ ونصفِ دائرةِ عَ، فمجموعُ خطي اَبَكَ بَكَ بَثَ ونصفِ دائرةِ بَقَ مثْلُ
 10 مجموعِ خطي اَبَ بَ بَطَ ونصفِ دائرةِ عَ. ونصفُ دائرةِ بَقَ مثْلُ نصفِ دائرةِ
 عَ، فمجموعُ خطي اَبَكَ بَكَ بَثَ مثْلُ مجموعِ خطي اَبَ بَ بَطَ. وليلقِ خطُ
 اَبَكَ دائرةَ كَمَ على نقطةِ بَخَ، فخطُ اَبَخَ مثْلُ خطِ اَكَ، فمجموعُ خطي
 بَكَ بَخَ بَكَ بَثَ مثْلُ مجموعِ بَكَ بَ بَطَ. / ومجموعُ خطي بَكَ بَ بَطَ ت - ١٨ - و
 مثْلُ خطِ لَ بَطَ، وخطُ لَ بَطَ مثْلُ خطِ صَ تَ، وخطُ صَ تَ مثْلُ خطِ
 15 بَمَ بَنَ، وخطِ بَمَ بَنَ مثْلُ خطِ لَ بَثَ. فمجموعُ خطي بَكَ بَخَ بَكَ بَثَ مثْلُ
 خطِ لَ بَثَ، فخطُ بَكَ بَخَ مثْلُ خطِ لَ بَكَ. ونجعلُ خطِ بَيَ بَذَ مثْلُ خطِ
 لَ بَيَ، ونصلُ خطِ بَكَ بَذَ. فلأنَّ خطَّ بَكَ بَيَ قائمٌ على خطِ لَ بَذَ فخطُ
 بَكَ بَذَ مثْلُ خطِ لَ بَكَ. ونُحِطُ حولَ نقطةِ بَكَ بَيُعَدِلُ بَكَ دائرةً، فتمرُّ بنقطةِ
 لَ بَخَ بَذَ. ونُخرجُ خطِ بَكَ بَضَ على استقامةِ خطِ اَبَكَ، وليلقِ دائرةَ لَ على
 20 نقطةِ بَضَ، فخطُ لَ بَكَ مثْلُ خطِ بَكَ بَضَ، فمجموعُ خطي اَبَكَ لَ بَكَ
 مثْلُ خطِ اَبَضَ. وسطحُ اَبَضَ في اَبَخَ مثْلُ سطحِ اَلَ في اَبَذَ، فسطحُ
 مجموعِ خطي اَبَكَ لَ بَكَ في اَبَخَ مثْلُ سطحِ اَلَ في اَبَذَ. وكذلك نَبْنِي اَنَّ

ت - ٢٠ - و

/ فخط $\overline{ن بي}$ لا يلتقي $\overline{عز ب}$ $\overline{ن}$ على غير نقطة $\overline{ن}$.

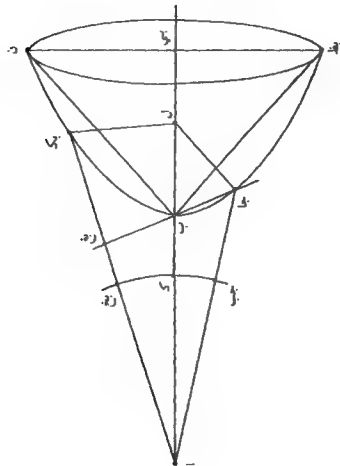
ثم نُثبت خط $\overline{ب بي}$ ونُدبر حوله السطح الذي يحيط به رسم $\overline{ب ن}$ ونخطأ
 $\overline{ب بي}$ $\overline{ن بي}$ حتى تقطع نقطة $\overline{ن}$ دائرة $\overline{ن بظ}$: ويحدث مجسم $\overline{ب ن بظ}$
 فنخرطُ مثله مع هدفين على ما وصفنا من الجوهر الذي اعتبرنا به، ونجعله سوى
 5 المهدفين وما فوقها. وينبغي أن يكون ضوء الشمس إذا نفذ من جميع سطح
 $\overline{بي}$ إلى جميع بسيط $\overline{ب}$ سوى موضع المهدفين فما فوقها، ومن جميع بسيط
 $\overline{ب}$ سواءه إلى نقطة $\overline{آ}$ أحرق عندها. ونستعمله على ما قدّمنا وصفه.
 أقول : إن ضوء الشمس ينفذ من جميع سطح $\overline{بي}$ إلى جميع بسيط $\overline{ب}$
 سوى موضع المهدفين فما فوقها ومن جميع بسيط $\overline{ب}$ سواءه إلى نقطة $\overline{آ}$ فيحرق
 10 عندها.

برهان ذلك : أنا نزل على بسيط $\overline{ب}$ نقطة، فإما أن توافق نقطة $\overline{ب}$ أولا
 توافقها، فإن وافقت النقطة المترلة نقطة $\overline{ب}$ فإننا نخرج سطح $\overline{ب ن بي}$ ،
 ولنجذب في بسيط $\overline{ب}$ رسم $\overline{ن ب}$ $\overline{ن بظ}$ وفي سطح $\overline{بي}$ خط $\overline{ن بظ}$. ونخرج في
 سطح $\overline{ب ل ن}$ خط $\overline{ن ب}$ قائما على خط $\overline{ب ل}$ ، فخط $\overline{ن ب ج}$ يماس رسم
 15 $\overline{ن ب بظ}$ على نقطة $\overline{ب}$. لأنه إن لم يماسه عليها فليقطعه عليها، فلا بد من أن
 ينتهي من خط $\overline{ن ب ج}$ إلى نقطة $\overline{ب}$ جزء يكون داخل السطح الذي يحيط به
 رسم $\overline{ن ب بظ}$ وخط $\overline{ن بظ}$. فليكن ذلك الجزء خط $\overline{ب ج}$. ونصل خط
 $\overline{ب بظ}$ ، فلأن زاوية $\overline{ل ب بظ}$ مثل / زاوية $\overline{ل ب ن}$ وزاوية $\overline{ل ب ن}$ حادة، ت - ٢٠ - ط
 فزاوية $\overline{ل ب بظ}$ حادة وزاوية $\overline{ل ب ج}$ قائمة، فزاوية $\overline{ل ب ج}$ أعظم من
 20 زاوية $\overline{ل ب بظ}$ فخط $\overline{ب ج}$ داخل السطح الذي يحيط به رسم $\overline{ب بظ}$ ونخط
 $\overline{ب بظ}$. فسيلقي خط $\overline{ب ج}$ رسم $\overline{ب بظ}$ ، فليلقه على نقطة $\overline{ج}$. ونصل خطي

4 ونجلوه : ونجلوه - 9 سوى ... بسيط $\overline{ب}$: أيها التاسع في افلاش مع بيان موضعها - 15 يماسه : يماسها.

أجا جـ ل. وليتق خط أجا دائرة كـ على نقطة جب. فلأن رسم بـ ن يطابق
 رسم بـ بـ بـ ونقطتي أ ل مشتركتان لهما وخط بـ كـ مثل خط لـ بـ كـ، فخط
 جـ ا جب مثل خط لـ جـ ا، فزاوية لـ بـ جـ حادة لمثل ما بيننا فيما تقدم، ولكنها
 قائمة، وهذا محال.

الشكل رقم (١٦)



١ أجا جـ ل : أجا ل - 2 مشتركتان : مشتركتين.

فخط $\overline{\text{بغ}}$ $\overline{\text{جا}}$ يماس $\overline{\text{رسم}} \overline{\text{ن}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{بظ}}$ على نقطة $\overline{\text{ب}}$. ولا يماس $\overline{\text{رسم}}$
 $\overline{\text{ن}}$ $\overline{\text{بظ}}$ $\overline{\text{ب}}$ / على نقطة $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{خط}}$ مستقيم غير $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{بغ}}$ $\overline{\text{جا}}$. لأنه إن ماسه ت - ٢١ - و
 عليها $\overline{\text{خط}}$ مستقيم غيره فليماسه عليها $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{جج}}$ بينه وبين $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{ب}}$.
 فلأن زاوية $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{جا}}$ قائمة. فزاوية $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{جج}}$ حادة. ونخرج $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جد}}$ قائماً
 ٥ على $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{جج}}$ $\overline{\text{ب}}$. فلا بد من أن ينتهي من $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{جج}}$ إلى نقطة $\overline{\text{ب}}$
 جزء يكون خارج السطح الذي يحيط به $\overline{\text{رسم}} \overline{\text{ن}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{بظ}}$ ونترل
 على هذا الجزء نقطة $\overline{\text{جج}}$ ونصل $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جج}}$. فلأنه أقرب إلى $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جد}}$
 القائم على $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{جد}}$ من $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ل}}$ فخط $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جج}}$ أصغر من $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ل}}$ ،
 ونخرج $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ا}}$ $\overline{\text{جج}}$ وليلق دائرة $\overline{\text{ك}}$ على نقطة $\overline{\text{ج}}$ ورسم $\overline{\text{ن}}$ $\overline{\text{ب}}$ على نقطة $\overline{\text{جو}}$ ،
 ١٠ ونصل $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جو}}$ ، فخط $\overline{\text{ج}}$ $\overline{\text{جو}}$ مثل $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جو}}$ ، فخط $\overline{\text{جج}}$ $\overline{\text{ج}}$ $\overline{\text{جو}}$ أصغر من
 $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جج}}$. ونخط $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جج}}$ أصغر من $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ل}}$ ، ونخط $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ل}}$ مثل $\overline{\text{خط}}$
 $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ك}}$ فخط $\overline{\text{جج}}$ $\overline{\text{ج}}$ $\overline{\text{أصغر}}$ من $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ك}}$ ، ونخط $\overline{\text{ا}}$ $\overline{\text{ج}}$ مثل $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ا}}$ $\overline{\text{ك}}$ ،
 فمجموع $\overline{\text{خطي}}$ $\overline{\text{ا}}$ $\overline{\text{جج}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{جج}}$ أصغر من $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ا}}$ $\overline{\text{ل}}$ ، ولكنه أعظم منه، وهذا
 محال. فليس يماس $\overline{\text{رسم}} \overline{\text{ن}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{بظ}}$ على نقطة $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{خط}}$ مستقيم غير $\overline{\text{خط}}$
 ١٥ $\overline{\text{بغ}}$ $\overline{\text{جا}}$.

ونخرج على $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{بغ}}$ $\overline{\text{جا}}$ سطحاً مستوياً قائماً على سطح $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{ل}}$ $\overline{\text{ن}}$ فهو يماس
 بسيط $\overline{\text{ب}}$ على نقطة $\overline{\text{ب}}$ ولا يماسه عليها سطح مستوي غيره لثلاث ما بيننا فيما تقدم.
 ولا يلقى $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ا}}$ $\overline{\text{ل}}$ بسيط $\overline{\text{ب}}$ على نقطة غير نقطة $\overline{\text{ب}}$ لأنه إن لقيه على غيرها
 فسيلقى $\overline{\text{رسم}} \overline{\text{ن}}$ $\overline{\text{ب}}$ $\overline{\text{بظ}}$ / على غير نقطة $\overline{\text{ب}}$ ، فينقسم به $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ك}}$ $\overline{\text{ل}}$ نصفين على ت - ٢١ - ظ
 ٢٠ غير نقطة $\overline{\text{ب}}$. وهذا محال. فلا يلقى $\overline{\text{خط}}$ $\overline{\text{ا}}$ $\overline{\text{ل}}$ بسيط $\overline{\text{ب}}$ على غير نقطة $\overline{\text{ب}}$.

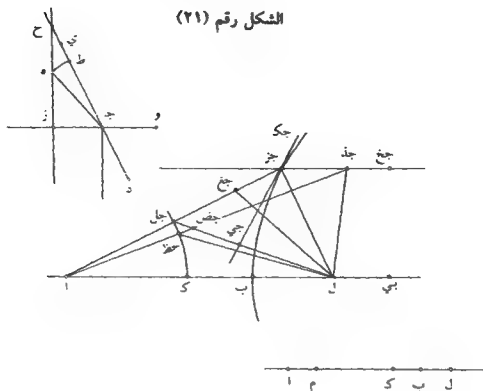
3 ل ب : جاب - 18 نقطة (الأول) : أثبتنا النسخ في الماش ولكن أخطأ في الإشارة إلى موضعها.

- ولا يماس رسم جع ب جط على نقطة جر خط مستقيم غير خط جي جك. لأنه إن ماسه عليها خط مستقيم غيره فليكن ذلك الخط جز جس. ونجعل زاوية جس جز جع مثل زاوية ل جز جس وخط جز جع مثل خط ل جز، ونخرج خطوط اجع ا جط ا جع. وليلق خط جز جس خط اجع على نقطة جف وخط ا جط على نقطة جص وخط ا جع على نقطة جق. فلا بد من أن ينتهي من خط جز جس إلى نقطة جزء يكون خارج السطح الذي يحيط به رسم جع ب جط وخط جع جط. ونترل على هذا الجزء نقطة تكون بين نقطة جز ونقطة جق وإحدى نقطتي جف جص ولتكن جس. ونصل خطي ل جس جس جع. فلأن خط جز جع مثل خط ل جز وخط جز جس ضلع مشترك لثلاثي جز جس جع ل جز جس، وزاوية جس جز جع مثل زاوية ل جز جس، فخط جس جع مثل خط ل جس. ونخط حول نقطة أ يبعد خط اجل دائرة جر وحول نقطة جر يبعد خط جز جل دائرة جس. فلأن كل واحد من خطي جز جل جز جع مثل خط ل جز، فخط جز جل مثل خط جز جع، فدائرة جس تمر بنقطتي جل جع، وهي تماس دائرة جر على نقطة / جل. ونصل خط اجس، وليلق دائرة جر على نقطة جر ودائرة جس على نقطة جس، فخط جس جر أعظم من خط جس جس، وخط جس جس جس جس أعظم من خط جس جس لأن خط جس جس أقرب إلى خط جز جس الماثر بمركز دائرة جس من خط جس جع. وخط جس جع مثل خط ل جس. فخط جس جر أعظم من خط ل جس.
- 15 وهي تماس دائرة جر على نقطة / جل. ونصل خط اجس، وليلق دائرة جر على نقطة جس ودائرة جس على نقطة جس، فخط جس جر أعظم من خط جس جس، وخط جس جس جس جس أعظم من خط جس جس لأن خط جس جس أقرب إلى خط جز جس الماثر بمركز دائرة جس من خط جس جع. وخط جس جع مثل خط ل جس. فخط جس جر أعظم من خط ل جس.

8 وليكن : 16 جس - 18 جس : جس.

ب ل، كما أن خط ط ي مثل خط ح ي، فنسبة خط اجل إلى خط ال
 كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح. فنسبة خط جز جل إلى خط جز جث
 كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح. وليلق خط جز جث سطح بي على نقطة
 جث، فخط جث جث لا يلقى بسيط ب على غير نقطة جز. لأنه إن لقيه على
 5 غيرها فسيلقى رسم جح ب جط على غيرها، فليلقه على نقطة جد. فلأن خط
 جز جل مثل خط ل جز، فزاوية ل جل جز مثل زاوية جز ل جل، فزاوية
 ل جل جز حادة، فزاوية اجل ل منفرجة. ونصل خط اجذ، وليلق خط
 ل جل على نقطة جض، فخط اجض أعظم من خط اجل. ونفصل من
 خط اجض خط اجظ مثل خط اجل، فلأن خط اجل مثل خط اك،
 10 فخط اجظ مثل خط اك. ونصل خط ل جد، فخط جد جظ مثل خط
 ل جد. ونصل خط ل جظ؛ فلأن نقطة جظ داخل مثلث ال جل، فزاوية
 اجظ ل أعظم من زاوية اجل ل، فزاوية ل جظ جد - وهي مثل زاوية
 جد ل جظ - أصغر من زاوية ل جل جز، وهي مثل زاوية جز ل جل، فزاوية
 جد ل جظ أصغر من زاوية جز ل جل، ولكنها أعظم منها، وهذا محال.

الشكل رقم (٢١)



فخط جز جنح لا يلقى بسيط ب على غير نقطة جز، وخط ا جز لا يلقى
بسيط ب على / غير نقطة جز. لأنه إن لقيه على غيرها فسيلقى رسم ت - ٢٤ - ط
جح ب جط على غيرها، فليقله على نقطة جنح ونصل خط ل جغ فخط
جل جنح مثل خط ل جغ، فخط جز جل أعظم من خط ل جز. ولكنه
مثله، وهذا محال.

فخط ا جز لا يلتقي بسيط ب على غير نقطة جز.
 فضوء الشمس يخرج على استقامة خط جز ج إلى نقطة ج ج وعلى خط
جز ج إلى نقطة جز و على خط ا جز إلى نقطة آ. وكذلك سائر النقط المُنزلة
 على بسيط ب سوى موضع المدفين فما فوقها. فضاء الشمس ينقذ من جميع

3 ونصل خط ل جيم : أثبتنا التاسع في الهامش مع بيان موضعها.

سطح / بي إلى بسيط ب سوى موضع المهدفين فما فوقهما. ومن جميع بسيط ت - ٢٥ - و
ب سواه إلى نقطة آ فيحرق عندها. وذلك ما أردنا أن نبين.

〈العدسة المحدبة الوجهين〉

وإن لم يكن الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى جوانب
5 الآلة متوازية في الحس - وعلى ذلك كل ضوء يأتيها من الأماكن المضيئة بها
- فإننا نحدّ رسماً يبتدىء من نقطة ب على ما قدّمنا وصفه، وليكن ب م،
ونُزل على استقامة خط ا ب نقطتي ن س، ونجعل نسبة خط ن ع إلى خط
ن م كنسبة خط ج د إلى خط ج ي، وخط س ف مثل خط س ع،
ونحدّ في سطح ا ل م رسماً يبتدىء من نقطة س على ما قدّمنا وصفه، وليكن
10 س ص. ونُزل على رسم ب م نقطة م ونصل خطي ا م ل م ونقسم زاوية
ا م ل نصفين بخط م ق فهو بماسٌ رسم ب م ويلتق خط ا ب على نقطة ق
ونجعل خط م ر مثل خط ل م، ونصل خط ل ر ويلتق خط م ق على نقطة
ش، فزاوية ل ش ق قائمة، فزاوية ل ق ش حادة. ونُزل على رسم س ص
نقطة ص ونصل خطي ن ص ف ص، ونقسم زاوية ن ص ف نصفين بخط
15 ص ت، فهو بماسٌ رسم س ص، ويلتق خط ن س على نقطة ت، فزاوية
ف ت ص حادة، فخط م ق يلتق خط ص ت، فليلقه على نقطة ث. فلأن
رسم ب م لا يلتق خط ق ب على غير نقطة ب ولا خط ق ث على غير نقطة م
فسيلتق خط ت ث فليلقه على نقطة / خ. ولأن رسم س ص لا يلتق خط ت - ٢٥ - ظ
ب ت على غير نقطة س ولا خط ت خ على غير نقطة ص فسيلتق رسم

6 نحدّ: نجد - 8 ونحدّ: ونجد - 9 آ ل م: ا ل.

ب خ ، فليلقه على نقطة د . وثبت خط ب س وتدير حوله السطح الذي يحيط به ربما ب د س وخط ب س حتى تقطع نقطة د دائرة د ض ويحدث مجسم ب د س ض فتخرط مثله من الجوهر الذي اعتبرناه ونخلوه . وينبغي أن يكون ضوءه إذا نفذ من جميع بسيط د س ض إلى جميع بسيط د ب ض ومن جميع بسيط د ب ض إلى نقطة آ أحرق عندها . ثم نُقِر الجسم المضيء في موضع نقطة ن .

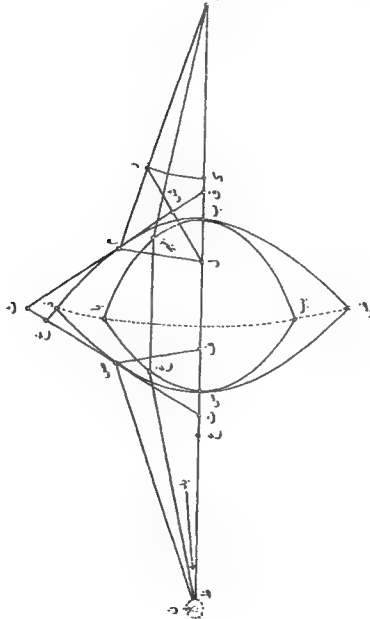
أقول : إن ضوء الجسم ينفذ من جميع بسيط د س ض إلى جميع بسيط د ب ض ومن جميع بسيط د ب ض إلى نقطة آ فيحرق عندها .
برهان ذلك : أنا نُزِل على بسيط د س ض نقطة ، فإذا أن توافق نقطة س أو لا توافقها .

فإن وافقت النقطة المنزلة نقطة س فليلق خط ن س الجسم المضيء على نقطة ظ ، فخط اظ لا يلقى بسيط ب د س ض على غير نقطتي ب س ، فضاء نقطة ظ يخرج على خط س ظ إلى نقطة س وعلى خط ب س إلى نقطة ب وعلى خط ا ب إلى نقطة آ .

وإن لم توافق النقطة المنزلة نقطة س فلتكن غ ، ونخرج سطح ب س غ وليحدث في مجسم د س ض رسم با س بب وفي مجسم د ب ض رسم باب بب . ونخرج خط غ بج موازياً / لخط ب س . فلأن خط غ بج لا يلقى خط ب س ورسم با على غير نقطة غ فسيلقى رسم با فليلقه على نقطة بج . ونصل خط ن غ وليلق الجسم المضيء على نقطة بد (نصل) خط ا ب ج ، فخطوط غ بد غ بج ا ب ج لا تلى بسيط ب د س ض على غير نقطتي غ بج . فضاء نقطة بد يخرج على خط غ بد إلى نقطة غ وعلى خط غ بج إلى نقطة بج وعلى خط ا ب ج إلى نقطة آ ؛ وكذلك سائر النقط

المتزلة على بسيط ذب ض. فضاء الجسم ينفذ من جميع بسيط ذب ض
إلى جميع بسيط ذب ض ومن جميع بسيط ذب ض إلى نقطة آ فيحرق
عندها. وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (٢٢)



بلغنا المقابلة بالنسخة المنقولة عنها وكانت بخط أحمد بن أحمد
 ابن جعفر الغنْدِجَانِي. فرغ من تشكيكه علي بن يحيى بن محمد بن
 أبي الشكر المغربي يوم الخميس حادي عشر ربيع الآخر سنة
 تسعين وستائة. وصلى الله على سيدنا محمد وآله أجمعين.

النص الثاني

البرهان على أن الفلك ليس هوفي غاية الصفاء

بسم الله الرحمن الرحيم
وبه أستعين

5

ل - ١٣٢ - ظ
ا - ٩٣ - و
د - ٨٣ - ظ

البرهان على أن الفلك ليس هوفي غاية الصفاء استخرجه أبو
سعد العلاء بن سهل عند تصفحه كتاب بطليموس في المناظر
وأراد أن يُضمّنه جملة التصفح للمقالة الخامسة من هذا
الكتاب.

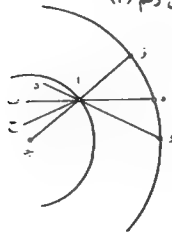
10 قال : ليكن كرة العناصر $\overline{أ ب}$ ومركزها نقطة $\overline{ج}$ وسطح الفلك $\overline{ز ه}$ ، ونخرج
سطح $\overline{أ ب ج}$ وليكن الفصل المشترك بينه وبين سطح كرة $\overline{أ ب}$ دائرة $\overline{أ ب}$.
ونخرج خطي $\overline{ج أ}$ و $\overline{ج ب}$. وليكن نقطة ثابتة في وجه كوكب يخرج ضوءها على
خط $\overline{أ ب}$ وهي نقطة $و$. فنقطه $و$ في جانب خط $\overline{أ ج}$ الذي فيه نقطة $ه$ لما بينته

سبق أن أشرنا إلى أن نسخة ١٥ يتقصها كلمات : « نقطة » و « خط » و « منى كل منها » . ولن ثبت هذا في ملاحق
التحقيق بعد ذلك . - 54 - نقص [١] - 7 كتاب : لكتاب [١] - د - 8 - 9 من هذا الكتاب : منه [١] -
10 قال : ناقصة [١] / كرة : كتبها أولاً « دائرة » ، قبل أن يثبتها فوقها [د] / ومركزها : على مركز [١] - 11 كرة :
كتبها أولاً « دائرة » ، قبل أن يثبتها فوقها [د] - 12 ونخرج : مكبرة [١] / ج أ ز : ج أ [١] ج أ ب [د] -
13 نقطة و فنقطه : ناقصة [١] .

فيه ضوء نقطة وعلى خط آولو انعطف على خط آح أصفى مما يخرج فيه ضوء نقطة وعلى خط آو إذا انعطف على خط آب لما يئنه بطليموس في المقالة المذكورة. لكن ما يخرج فيه ضوء نقطة وعلى خط آو إذا انعطف على خط آب هو الفلك، فما يخرج فيه ضوء نقطة وعلى خط آولو انعطف على خط آح هو أصفى من الفلك، فالفلك إذاً ليس هو في غاية الصفاء. فالفلك على الوجه كلها ليس هو في غاية الصفاء. /

ل - ٤٩ - ط

الشكل رقم (٣)



آخر ما وجدت من هذه المقالة وكتبته من خط القاضي ابن المرخم ببغداد، وذكر في آخره أنه كتبه وقابله من خط أبي علي بن الهيثم رحمه الله، والحمد لله رب العالمين وصلواته على سيدنا نبيه محمد وآله أجمعين.

10

١ ضوء (الأولى): صورة [د] / ما : [د] - 2 على (الثانية): محورة [أ] - 3 لكن : إل [أ] - د - 4 فما يخرج : محورة [أ] - 5 أصفى : أصفر [د، ل] - 6 هو : ناقصة [ل] / الصفاء : يتبعها في [أ] وتحت الرسالة - 8 بن : ابن [د] - 7 - 10 ناقص [أ]، ونجد في [ل] «فالحمد لله وصلواته (وصلو في المخطوطة) على سيدنا محمد، بلغت القليلة (الماء في المخطوطة) وصح، فالحمد لله رب العالمين وصلواته (صلوة في المخطوطة) على سيدنا محمد النبي وآله الطاهرين».

النص الثالث

في خواص القطوع الثلاثة

١٣٩ - ظ

بسم الله الرحمن الرحيم
في خواص القطوع الثلاثة

5

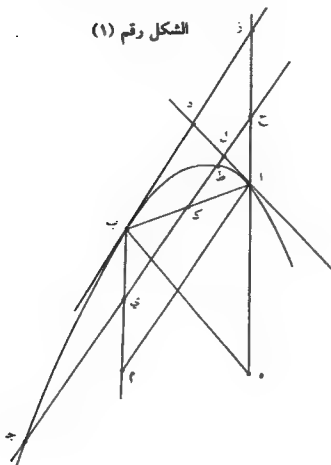
استخراج العلاء بن سهل
أطال الله بقاءه

آ

إذا كان قطع $\overline{أ ب ج}$ مكافئاً وخطاً $\overline{أ د ب د}$ بماسانه فإني أقول : إنه إن
10 أُخرج قطره $\overline{أ ز}$ وخط $\overline{د ز}$ على استقامة خط $\overline{د ب}$ حتى يلتقيا على نقطة $\overline{ز ك}$ كان
خط $\overline{ز د}$ مساوياً لخط $\overline{د ب}$.

برهانه : أنا نخرج خط $\overline{ب ه}$ موازياً لخط $\overline{د أ}$ ، فلأنه على ترتيب وخط
 $\overline{ز ب}$ مماس القطع، فخط $\overline{ه أ}$ مساوٍ لخط $\overline{أ ز}$. لكن خط $\overline{أ د}$ موازٍ لخط
 $\overline{ه ب}$. فخط $\overline{ب د}$ مساوٍ لخط $\overline{د ز}$.

الشكل رقم (١)



—

وأقول : إنه إن وُصل خط أ ب وأُخرج قطر ب ي وخط ح ل ط ك ي موازياً لخط د ب ، كان مربع ط ي مساوياً لسطح ح ي في ي ك .

برهانه : أنا نخرج خط ا م موازياً لخط ز ب ، فيكون على ترتيب ويليق

قطر ب ي على نقطة م ، فنسبة مربع ا م إلى سطح ح ي في ي ك مولفة من

نسبة خط ا م إلى خط ح ي ومن نسبة خط ا م - أعني خط ح ي - إلى

خط ك ي ، التي هي كنسبة خط ا م إلى خط ك ي ، أعني كنسبة خط

م ب إلى خط ب ي . فإذا نسبة مربع ا م إلى سطح ح ي في ي ك كنسبة

م ب إلى خط ب ي، وهي كنسبة مربع ا م إلى مربع ط ي، فنسبة مربع ا م إلى سطح ح ي في ي ك كنسبته إلى مربع ط ي، فمربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك.

ج

و وأقول : إنه إن أُخرج خط ح ي ليلقى القطع على نقطة ج، كان سطح ج ل في ل ط مساوياً لمربع ل ك.

برهانه : أن خط ط ج قُسم بنصفين على نقطة ي، وزيد عليه خط ل ط، فسطح ج ل في ل ط مع مربع ط ي مساوٍ لمربع ل ي، كما أن خط ح ك قُسم بنصفين على نقطة ل، وذلك أنه موازٍ لخط ب ز المقسوم بنصفين على نقطة د كما تبين في الفصل الأول، وزيد عليه خط ك ي، فسطح ح ي في ي ك مع مربع ل ك مساوٍ لمربع ل ي، فإذا سطحت ج ل في ل ط مع مربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك مع مربع ك ل. لكن مربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك كما تبين في الفصل الثاني. فسطح ج ل في ل ط مساوٍ لمربع ل ك.

د

15

وأقول : إن نسبة سطح ج ل في ل ط إلى مربع ا ل كنسبة مربع ب د إلى مربع ا د.

2-1- نسبة مربع ... مربع ط ي : مكررة - 12 ح ي في ي ك : ج ي في ي ل.

برهانه : أن سطح $\overline{ج\ د}$ في $\overline{ل\ ط}$ مساوٍ لمربع $\overline{ل\ ك}$ كما تبين في الفصل الثالث ، لكن نسبة مربع $\overline{ك\ ل}$ إلى مربع $\overline{آ\ ل}$ كنسبة مربع $\overline{ب\ د}$ إلى مربع $\overline{آ\ د}$. فنسبة سطح $\overline{ج\ د}$ في $\overline{ل\ ط}$ إلى مربع $\overline{آ\ ل}$ كنسبة مربع $\overline{ب\ د}$ إلى مربع $\overline{آ\ د}$.

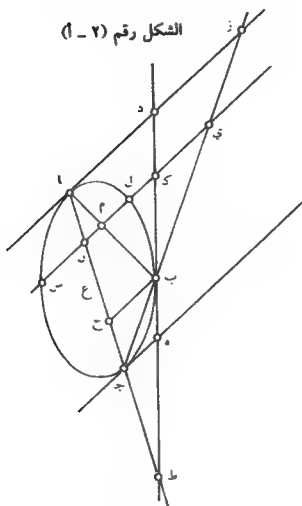
أ

- 5 وإذا كان قطع $\overline{آ\ ب}$ ناقصاً أو دائرة أو زائداً مفرداً أو متقابل الوضع ، وخطا $\overline{آ\ د}$ $\overline{ب\ د}$ بماسانه ، فإني أقول : إنه إن أخرج قطراً $\overline{ج\ د}$ ووصل خط $\overline{ج\ ب}$ وليق خط $\overline{ج\ ب}$ خط $\overline{آ\ د}$ على نقطة $\overline{ز}$: كان خط $\overline{آ\ د}$ مساوياً / لخط $\overline{ز\ د}$. ١٤٠ - ١٤١
- برهانه : أنه ليلق خط $\overline{د\ ب}$ خط $\overline{آ\ ج}$ على نقطة $\overline{ط}$ ، ولنخرج خط $\overline{ج\ ه}$ موازياً لخط $\overline{آ\ د}$ ، وليلق خط $\overline{ب\ د}$ على نقطة $\overline{ه}$ ، ولنخرج خط $\overline{ب\ ح}$ موازياً لخط $\overline{آ\ د}$ حتى يكون على ترتيب ، وليلق قطراً $\overline{ج\ د}$ على نقطة $\overline{ح}$. فلأن نسبة 10
- خط $\overline{آ\ ط}$ إلى خط $\overline{ط\ ج}$ كنسبة خط $\overline{آ\ ح}$ إلى خط $\overline{ج\ د}$ ، لكن نسبة خط $\overline{آ\ ط}$ إلى خط $\overline{ط\ ج}$ كنسبة خط $\overline{آ\ د}$ إلى خط $\overline{ج\ ه}$ ، ونسبة خط $\overline{آ\ ح}$ إلى خط $\overline{ح\ ج}$ كنسبة خط $\overline{ز\ ب}$ إلى خط $\overline{ب\ ج}$ أعني كنسبة خط $\overline{ز\ د}$ إلى خط $\overline{ه\ ج}$ ، فنسبة خط $\overline{آ\ د}$ إلى خط $\overline{ه\ ج}$ كنسبة خط $\overline{د\ ز}$ إليه ، فخطا $\overline{آ\ د}$ $\overline{ز\ د}$ متساويان .

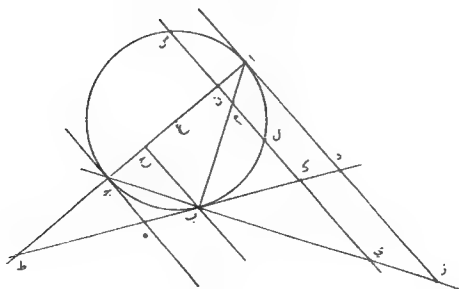
5 أو دائرة : فوق السطر / مفرداً أو متقابل الوضع : فوق السطر - 12 خط (الأبجد) : أثبتنا في الغامش مع بيان موضعها .

ابن سهل : في خواص القطوع الثلاثة

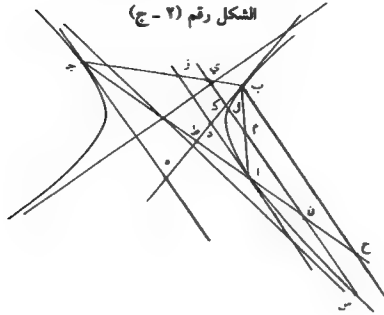
الشكل رقم (٢ - ١)



الشكل رقم (٢ - ب)



الشكل رقم (٢ - ج)



ب

وأقول : إنه إن وصل خط $\overline{أب}$ وأخرج خط $\overline{ي ك ل م ن س}$ موازياً
 لخط $\overline{أ د}$ ، كان سطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ مساوياً لمربع $\overline{ل ن}$.
 برهان ذلك : أن نسبة سطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ إلى سطح $\overline{أ ن}$ في $\overline{ن ج}$ مؤلفة
 5 من نسبة خط $\overline{ي ن}$ إلى خط $\overline{ن ج}$ ومن نسبة خط $\overline{ن م}$ إلى خط $\overline{ن أ}$. فأما
 نسبة خط $\overline{ي ن}$ إلى \langle خط $\rangle \overline{ن ج}$ فكنسبة خط $\overline{ب ح}$ إلى خط $\overline{ج ح}$. وأما
 نسبة خط $\overline{ن م}$ إلى خط $\overline{ن أ}$ فكنسبة خط $\overline{ب ح}$ إلى خط $\overline{ح أ}$ ، فإذا نسبة
 سطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ إلى سطح $\overline{ج ن}$ في $\overline{ن أ}$ مؤلفة من نسبة خط $\overline{ب ح}$ إلى
 خط $\overline{ج ح}$ ومن نسبته إلى خط $\overline{ح أ}$ ، التي هي كنسبة مربع $\overline{ب ح}$ إلى سطح
 10 $\overline{ج ح}$ في $\overline{ح أ}$ \langle وهي \rangle كنسبة مربع $\overline{ل ن}$ إلى سطح $\overline{ج ن}$ في $\overline{ن أ}$. فنسبة

2 $\overline{ي ك ل م ن س}$: $\overline{ي ك ل م ن}$ - 10 $\overline{ح أ}$: $\overline{ي ك}$.

سطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ إلى سطح $\overline{ج ن}$ في $\overline{ن ا}$ كنسبة مربع $\overline{ل ن}$ إلى سطح $\overline{ج ن}$ في $\overline{ن ا}$. فسطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ مساوٍ لمربع $\overline{ل ن}$.

ج

وأقول : إنه إن أخرج خط $\overline{ي ن}$ ليلقي القطع على نقطة $\overline{س}$ كان سطح $\overline{س ك}$ في $\overline{ك ل}$ مساوياً لمربع $\overline{ك م}$.

برهانه : أن خط $\overline{س ل}$ قُسم بنصفين على نقطة $\overline{ن}$ ، وزيد عليه خط $\overline{ك ل}$ ، فسطح $\overline{س ك}$ في $\overline{ك ل}$ مع مربع $\overline{ل ن}$ مساوٍ لمربع $\overline{ك ن}$. كما أن خط $\overline{ي م}$ قُسم بنصفين على نقطة $\overline{د}$ لموازاته لخط $\overline{ا ز}$ ولا تقسام خط $\overline{ا ز}$ بنصفين على نقطة $\overline{د}$ كما تبين في الفصل الأول. وزيد عليه خط $\overline{م ن}$. فسطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ مع مربع $\overline{م ك}$ مساوٍ لمربع $\overline{ن ك}$. فسطح $\overline{س ك}$ في $\overline{ك ل}$ مع مربع $\overline{ل ن}$ مساوٍ لسطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ مع مربع $\overline{م ك}$. لكن مربع $\overline{ل ن}$ مساوٍ لسطح $\overline{ي ن}$ في $\overline{ن م}$ كما تبين في الفصل الثاني ؛ فسطح $\overline{س ك}$ في $\overline{ك ل}$ مساوٍ لمربع $\overline{ك م}$.

د

وأقول : إن نسبة سطح $\overline{س ل}$ في $\overline{ك ل}$ إلى مربع $\overline{ك ب}$ كنسبة مربع $\overline{ا د}$ إلى مربع $\overline{ب د}$.

برهانه : أن سطح $\overline{س ك}$ في $\overline{ك ل}$ مساوٍ لمربع $\overline{ك م}$ كما تبين في الفصل الثالث، لكن نسبة مربع $\overline{ك م}$ إلى مربع $\overline{ك ب}$ كنسبة مربع $\overline{أ د}$ إلى مربع $\overline{ب د}$ ، فنسبة سطح $\overline{س ك}$ في $\overline{ك ل}$ إلى مربع $\overline{ك ب}$ كنسبة مربع $\overline{أ د}$ إلى مربع $\overline{ب د}$. /

١٤٠ - ظ

النص الرابع

﴿شرح كتاب صنعة الأصطرلاب لأبي سهل القوهي﴾

٢٨٢

بسم الله الرحمن الرحيم
رب يسرّ وأعزّ

5

وجدت في صدر كتاب الأصطرلاب المنسوب لأبي سهل ويحيى بن رُسَم القوهي كلاماً غليظاً يحتاج إلى تفسير، ويتضمن معاني أهمل أبو سهل ذكرها، وسلك فيها طريق العلماء الذين عزمهم إفهام أكفأهم [في]، فيشبه لذلك كلامهم على من دونهم، وينتقل على أفهام من لم يبلغ شأوهم؛ فسألت 10 الشيخ أبا سعد العلاء بن سهل إيضاح ذلك بشرح يسبق معناه إلى قلب القارئ له ويفتح به المنخل من كلامه، فأمل في تفسير فصول منه ما قرنته بآخر هذا الكتاب ليتكامل معناه وترك الاشتباه فيه، ويشترك في المعرفة العالم الماهر والمتعلم والمبتدئ، وبالله التوفيق، وهو حسينا.

قال أبو سهل: والكرة تتسطح على سطوح مختلفة الأجناس من مواضع 15 مختلفة، لكن لا يتحرك أحد السطحين منها على الآخر بحركة الكرة، إلا أن

6 الأصطرلاب: يكتبها بالصاد أو بالسين، وكلاهما مستعمل / ويحيى: ونحى - 7 أهمل: أنجمل، ويمكن تركها كما هي. والمقصود أن أبا سهل قد ساق الكلام موجزاً عند ذكره لهذه المعاني فغضت. والأفضل أهمل، لأنها تنفق مع السياق، فقد ترك أبو سهل الكثير من هذه المعاني ولم يذكرها، وسيأتي بها ابن سهل - 9 وينتقل على أفهام: كتبت هكذا «وينتقل على الأفهام» والكلمة الثانية مهمة، ولذا يمكننا أيضاً قراءتها على هذه الصورة «وينتقل على الأفهام» وهو ينتمى أيضاً مع سياق الكلام إلا أنه لا ينتمى مع عبارات أبي سهل في هذه المقالة.

يكون على السطوح المخروطية والأسطوانية أو ما أشبهها من زوايا المحور التي محورها محور الكرة، أو المستوية التي يكون محور الكرة عموداً عليها.

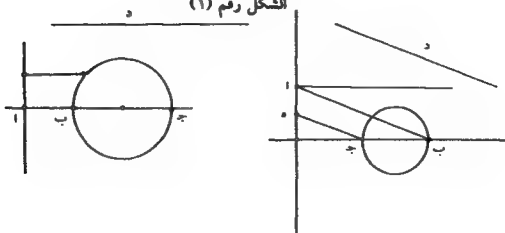
التفسير: كل سطحين متطابقين من سطوح الأسطوانات، فإما أن يكونا من السطوح الحادثة من إدارة خط حول المحور، أو لا يكونا منها.

- 5 فإن كان السطحان المتطابقان من السطوح الحادثة من إدارة خط حول محور - والمعروف من هذه السطوح: السطح المستوي، والسطح الكروي، وجوانب الأسطوانة والمخروط القائم، وسطوح تقويرات المجسمات المكافئة والزائدة والناقصة القائمة - فليكن السطح المتحرك منها \overline{A} ومحور الكرة التي يراد تسطيحها / على سطح \overline{A} هو \overline{B} ج، فإما أن يكون محور \overline{B} ج مسامناً لمحور ٢٨٣
- 10 سطح \overline{A} أو لا يكون مسامناً له.

- أ) فإن كان محور \overline{B} ج مسامناً لمحور سطح \overline{A} ، فإما أن يكون التسطيح على موازاة أو مسامتة خط مستقيم أو يكون على مقابلة نقطة. فإن كان التسطيح على موازاة أو مسامتة خط مستقيم، فإما أن يكون على موازاة أو مسامتة محور \overline{B} ج أو لا يكون على موازاته أو مسامتته. فإن كان التسطيح 15 على موازاة أو مسامتة محور \overline{B} ج، أمكن أن يدور سطح \overline{A} على السطح الآخر. فليلق محور \overline{B} ج سطح \overline{A} على نقطة \overline{A} . فلان التسطيح على موازاة أو مسامتة محور \overline{B} ج فقط \overline{A} ساكنة، فيمكن أن يدور سطح \overline{A} حول نقطة \overline{A} على السطح الآخر؛ لأنه إن دار حولها فإنما يدور حول محور \overline{B} ج، فلزم جملة سطح \overline{A} في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، وفي هذا المكان يطابق سطح \overline{A} 20 السطح الآخر، فإذا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك يمكن أن يدور عليه.

2 عموداً: عمود - 3 يكونا: يكون - 4 من (الثانية): مكررة - 5 حول: مكررة - 8 يرد: يرد - 9 تسطيحها: مكررة / هو: وهو - 11 فإما: مكررة - 12 أو (الأولى): في هذا الاستعمال تعبر عن مطلق الجمع كالواو - 15 السطح: سطح - 18 السطح: سطح - 19 يطابق: تطابق / آ: الالف - 20 يطابقه: تطابقه.

الشكل رقم (١)

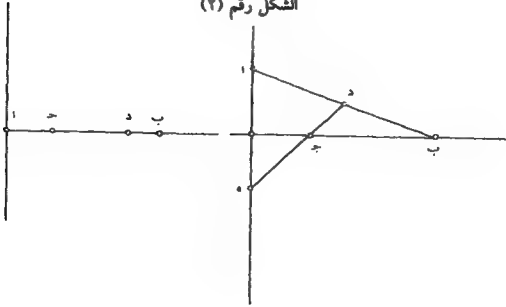


وإذا لم يكن التسطيح على موازاة أو مسامتة محور $\overline{ب ج}$ ، لم يمكن أن يدور سطح $\overline{آ}$ على السطح الآخر. فليكن التسطيح على موازاة أو مسامتة خط $\overline{د}$ ، ونخرج خطي $\overline{آ ب ج هـ}$ موازيين لخط $\overline{د}$ ، وبقيا سطح $\overline{آ}$ على نقطتي $\overline{آ هـ}$ ، فنقطة $\overline{آ}$ تسطح قطب $\overline{ب}$ ، ونقطة $\overline{هـ}$ تسطح قطب $\overline{ج}$. وقطبا $\overline{ب ج}$ ساكنان ، فنقطتا $\overline{آ هـ}$ ساكنتان ، وهما على سطح $\overline{آ}$ ، فلا يمكن أن يدور سطح $\overline{آ}$ على السطح الآخر.

وإن كان تسطح $\overline{آ}$ على مقابلة نقطة ، فليكن تلك النقطة $\overline{د}$. فإما أن تكون نقطة $\overline{د}$ على محور $\overline{ب ج}$ أو لا تكون عليه. فإن كانت نقطة $\overline{د}$ على محور $\overline{ب ج}$ ، أمكن أن يدور سطح $\overline{آ}$ على السطح الآخر. فليلق محور $\overline{ب ج}$ سطح $\overline{آ}$ على نقطة $\overline{آ}$. / فلأن نقطة $\overline{د}$ على محور $\overline{ب ج}$ ، فنقطة $\overline{آ}$ تسطح أحد قطبي $\overline{ب ج}$ إن وافقت نقطة $\overline{د}$ القطب الآخر ، وهي تسطحها جميعاً إن لم توافق نقطة $\overline{د}$ واحداً منها. وقطبا $\overline{ب ج}$ ساكنان فنقطة $\overline{آ}$ ساكنة ، فيمكن أن يدور (سطح $\overline{آ}$) على السطح الآخر كما بينا في القسم الأول.

3 - ونخرج / خط : مكررة / وبقيا : 4 ونقطة : 5 ساكنان : ساكنان : 6 السطح : سطح : 7 فليكن : فليكن : يكون : يكون : 12 واحداً : واحد .

الشكل رقم (٢)

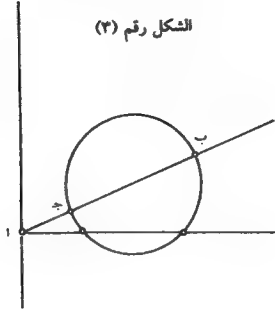


وإن لم يكن نقطة $\overline{د}$ على محور $\overline{ب ج}$ ، لم يمكن أن يدور سطح $\overline{آ}$ على السطح الآخر. وذلك أنا نخرج خطي $\overline{ب د ج د}$ ، وليقيا سطح $\overline{آ}$ على نقطتي $\overline{آ ه}$ ، فنقطة $\overline{آ}$ تسطیح قطب $\overline{ب}$ ، ونقطة $\overline{ه}$ تسطیح قطب $\overline{ج}$. وقطبا $\overline{ب ج}$ ساكتان، فنقطتا $\overline{آ ه}$ ساكتان، وهما على سطح $\overline{آ}$ ، فلا يمكن أن يدور سطح $\overline{آ}$ على السطح الآخر.

(ب) وإن لم يكن محور $\overline{ب ج}$ مسامتا لمحور سطح $\overline{آ}$ ، لم يمكن أن يدور سطح $\overline{آ}$ على السطح الآخر. وذلك أنه إن دار عليه، فإنما يدور بدوران الكرة المستطحة عليه، وهذه الكرة تدور حول محور $\overline{ب ج}$ ، فسطح $\overline{آ}$ يدور حول محور $\overline{ب ج}$ ، وليس محور $\overline{ب ج}$ يسامت لمحور سطح $\overline{آ}$. فلا تلزم جملة سطح $\overline{آ}$ في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، وفي هذا المكان يطابق سطح $\overline{آ}$ السطح الآخر. فإذا لا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك لا يمكن أن يدور عليه.

2 تقطعي: قطبي - 6 مسامتا لمحور: الأنصح «مسامتا محوره» لأن الفعل يتعدى بنفسه؛ وإن تشير إلى مثلها فيما بعد - 9 سطح: تسطيح/ جهه: حله/ سطح (الأولى): لسطح - 11 فلذلك: ولذلك.

الشكل رقم (٣)



وإن لم يكن السطحان المتطابقان من السطوح الحادثة من إدارة خط حول محور، لم يمكن أن يدور أحدهما على الآخر. وذلك أنه إن دار عليه، انتقل جزء من الجسم المتحرك إلى مكان جزء من الجسم الساكن، فوجدنا معاً وهذا محال؛ فإذا لا يمكن (أن يدور) أحدهما على الآخر.

5 عبر أبو سعد هذا الفصل إلى هذه الحكاية : وذلك أنه إن دار لم يلزم جملة في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، لأنه لم يحدث من إدارة خط حول خط مستقيم؛ وفي مكانه الأول يطابق السطح الآخر. فإذا لا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك لا يمكن أن يدور أحدهما على الآخر.

قال أبو سهل : أما السطوح المخروطية أو الأسطوانية، فإن تسطيح الدوائر التي على الكرة تكون / فصولاً مشتركة للمخروط وللأسطوانة أو للمخروطين أو 10 للأسطوانتين.

3 الجسم (الأول والثانية) : الجسم - 7 يطابق : تطابق - 11 للأسطوانتين : للأسطوانتين .

تفسير: يعني بالفصول المشتركة للمخروط وللأسطوانة أو للمخروطين أو للأسطوانتين الفصول المشتركة لسطح الأسطراب وللسطوح المازة بدوائر الكرة. ومرورهم بها على وجهين: أحدهما أن يكون على موازاة أو مسامتة خط مستقيم وقد سمّاه الأسطواني، ويصح ما حكم به عند ذلك على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه الدوائر هذا الخط ولا تمرّ به؛ والآخر أن يكون على مقابلة نقطة وقد سمّاه المخروطي، ويصح ما حكم به عند ذلك على شرط وهو ألا تمرّ سطوح هذه الدوائر بهذه النقطة. وهذا بين، وإنما «ترك» ذكره للتساهل. فإذا كان سطح الأسطراب جوانب مخروط أو جوانب أسطوانة، والسطوح التي يكون بها التسطيع جوانب أساطين أو جوانب مخروطات، 10 كان تسطيع دوائر الكرة على الأسطراب فصلاً مشتركاً للمخروط والأسطوانة أو للمخروطين أو للأسطوانتين.

قال أبو سهل: والأسطواني هو الذي يكون من الدوائر التي على الكرة بأساطين متوازية المحاور على السطح الذي تسطح الكرة عليه.

تفسيره: إنما يصح ما حكم به على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه الدوائر الخط الذي يكون التسطيع على موازاته أو مسامتته ولا تمرّ به؛ فإنها إن وازته أو مرت به، كان تسطيع هذه الدوائر بسطوح مستوية؛ وإنما ترك ذكر ذلك للتساهل.

قال أبو سهل: الخطوط والنقط التي على الكرة «فإن تسطيحها يكون» بسطوح وخطوط موازية لتلك المحاور على ذلك السطح.

20 تفسيره: إنما يصح ما حكم به في الخطوط على شرط وهو ألا يوازي أو يسامت «سطوح» هذه الخطوط الخط الذي يكون التسطيع على موازاته أو

1 وللأسطوانة: والأسطوانة - 2 وللطح: ولسطوح - 3 ومرورهم: ومروره - 7 تمرّ: يمر - 13 تسطح: يسطح - 15 تمرّ: يمر - 16 وازته: وازيه - 20 ما: أما.

مسامته؛ فإنها إن وازته أو سامته كان تسطيحها بخطوط <مستقيمة>؛ وإنما ترك ذكره للتساهل.

قال أبو سهل : والمخروطي هو الذي يكون عن / الدوائر التي على الكرة ٢٨٦ بمخروطات رؤوسها نقطة واحدة وقواعدها على السطح الذي تسطح الكرة عليه. 5

تفسيره : إنما يصح ما حكم به على شرط وهو ألا تمر سطوح هذه الدوائر بالنقطة التي يكون التسطيح على مقابلتها، وتركه للتساهل.

قال أبو سهل : وإذا كان تسطيح الكرة أسطوانياً موازي المحور لمحور الكرة أو مخروطياً رأسه على المحور على غير قطب الكرة، فإنه ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح. 10

تفسيره : هذا صحيح لأنه عند ذلك تمر كل أسطوانة أو مخروط لا بماسان الكرة أو مخروطين متقابلين بدائرتين في جهتين مختلفتين، ويكون الفصل المشترك لسطح الأسطراب ولسطح الأسطوانة أو المخروط - اللذين لا يماسان الكرة - أو المخروطين المتقابلين تسطيح الدائرتين جميعاً.

15 قال أبو سهل : ويكون الدوائر التي على الكرة إلا الدوائر - التي محور الكرة عمود عليها - ليست تقع دوائر في ذلك السطح لكنها قطع المخروط أو غيرها.

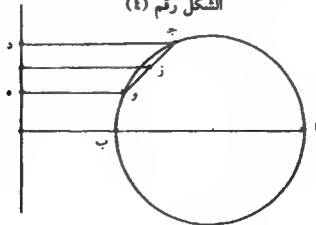
تفسيره : إنما يصح ما حكم به إن كان التسطيح أسطوانياً على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه الدوائر الخط الذي يكون التسطيح على موازاته أو 20 مسامته ولا تمر به؛ وإن كان التسطيح مخروطياً على شرط وهو ألا تمر سطوح

1 - وازته : قارنت/ تسطيحها : المقصود هنا تسطيح المخروط، وتركنا العبارة كما هي عليه - 4 بمخروطات : مخروطات/ تسطح : ينطح - 6 ألا : لا - 13 الأسطوانة : الأسطراب - 16 الكرة : الكرة - 19 التسطيح : السطح.

هذه الدوائر بالنقطة التي يكون التسطيح على مقابلتها؛ وقد <ترك> ذكره للتساهل.

- فإن كان سطح الأسطرلاب مستوياً، كان تسطيح هذه الدوائر قطع مخروط. وذلك أننا إن جعلنا الكرة $\overline{أ ب ج}$ ومحورها $\overline{أ ب}$ وسطح الأسطرلاب $\overline{د ه}$ وبعض دوائر كرة $\overline{أ ب ج}$ التي ليس محور $\overline{أ ب}$ بعمود على سطوحها،
- 5 <مثل> دائرة $\overline{ج و}$. فإن كان التسطيح على موازاة أو مسامتة محور $\overline{أ ب}$ - فلتكن الأسطوانة المارة بدائرة $\overline{ج و}$ هي $\overline{ج د ه و}$ ، والفصل المشترك لها ولسطح $\overline{د ه}$ قطع $\overline{د ه}$ ، ومركز دائرة $\overline{ج و}$ نقطة $\overline{ز}$ ، ونخرج سطح $\overline{أ ب ز}$ ولتحدث عنه في سطح دائرة $\overline{ج و}$ وخط $\overline{ج ز}$ وفي سطح قطع $\overline{د ه}$ خط $\overline{د ه}$ ،
- 10 وفي جوانب أسطوانة $\overline{ج د ه و}$ وخط $\overline{و ه}$ <وخط $\overline{ج د}$ > / وليس بعمود على سطح $\overline{ج ز و}$ - فخط $\overline{ج د}$ عمود على سطح $\overline{د ه}$ وليس بعمود على سطح $\overline{ج ز و}$ ، فزاوية $\overline{ج د ه}$ قائمة، وليست زاوية $\overline{د ج و}$ بقائمة، وليست زاوية $\overline{ج د ه}$ مثل زاوية $\overline{د ج و}$ ، وقطع $\overline{ج و}$ دائرة، فليس قطع $\overline{د ه}$ بدائرة، وهو قطع مخروط كما بيّنه ثابت بن قرة في كتابه في قطع الأسطوانة؛ وذلك ما
- 15 أردنا أن نبين.

الشكل رقم (٤)



1- يكون: تكون. 3- سطح: ص. 18- $\overline{أ ب ز}$: ار. 9- ولتحدث: ولتحدث. / $\overline{ج ز و}$: $\overline{ج ز د}$ و $\overline{د ه}$ / وليس بعمود على: بعد زيادة خط $\overline{ج د}$ حتى يستقيم المعنى كان علينا أن نكتب «وليسا بعمودين على» ولكن آثرنا ترك النص كما هو. 12- وليست (الأولى): ليست.

قال أبو سهل : فإذا كان مخروطياً رأسه على قطب الكرة وتسطيحاً على سطح مستوٍ، محور الكرة عمود عليه، لم يكن له شيء من هذا الأحوال البتة ولم يبق شيء من الكرة لا يتسطح.

تفسيره : يعني « شيء » من الكرة شيئاً من رسوم الكرة. ومعلوم أنه لا يبقى عند ذلك شيء منها لا يتسطح إلا القطب الذي يكون التسطيح على مقابله. وقد ذكر ذلك في الفصل الثاني، فتركه هنا للتساهر.

ووجدت في هذا الكتاب أشكالاً عملها أبو سهل على جهة التحليل، فسألت أبا سعد العلاء بن سهل شَرَعَ تركيبها، ففعله. ومن هذه الأشكال :
 (أ) إذا كان في سطح الأسطراب نقطة آ معلومة، وهي تسطيح نقطة معلومة من الكرة ونقطة ب معلومة وهي قطب الكرة؛ وأردنا أن نسطح فيه سائر رسوم الكرة، فإننا نخط في سطح مستوٍ دائرة - ولتكن ج د ومركزها - ونعلم على محيطها نقطة ولتكن ج - ونسطح في سطح ج د عن قطب ج دائرة ج د النقطة المعلومة من الكرة؛ وليكن < تسطيحها > نقطة و، ونصل خطوط ج د و ا ب، ونجعل زاوية ا ب ز مثل زاوية و ج د ونسبة خط ا ب إلى خط ب ز كنسبة خط ج د إلى خط ج ه. ونخط حول نقطة ز ويبعد ب ز دائرة ولتكن ب ح، ونسطح في سطح ا ب ز عن قطب ب ودائرة ب ح سائر رسوم الكرة /.

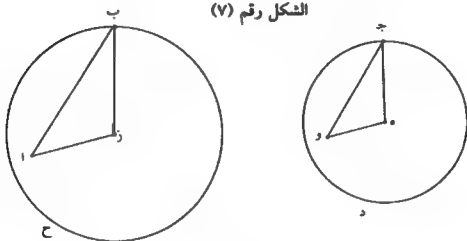
٢٨٩

أقول : إن سائر رسوم الأسطراب تسطيح سائر رسوم الكرة عن قطب ب ودائرة ب ح.

برهان ذلك : أنا نصل خطي آ ز ه. فلأن نسبة خط ا ب إلى خط ب ز كنسبة خط ج د إلى خط ج ه وزاوية ا ب ز مثل زاوية و ج د، فنلت ا ب ز

شبه بمثلث وجه ؛ فنسبة خط $\overline{از}$ إلى خط $\overline{ب ز}$ كنسبة خط $\overline{وه}$ إلى خط $\overline{ج ه}$ ؛ فوقع نقطة $\overline{آ}$ من قطب $\overline{ب}$ ودائرة $\overline{ب ح}$ كموقع نقطة $\overline{و}$ من قطب $\overline{ج}$ ودائرة $\overline{ج د}$. ونقطة $\overline{آ}$ تسطيح النقطة المعلومة من الكرة عن قطب $\overline{ج}$ ودائرة $\overline{ج د}$ ، فنقطة $\overline{آ}$ تسطيح تلك النقطة عن قطب $\overline{ب}$ ودائرة $\overline{ب ح}$ ، فسائررسم الأسطرباب تسطيح سائررسم الكرة عن قطب $\overline{ب}$ ودائرة $\overline{ب ح}$ ؛ وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٧)



﴿ب﴾ إذا كان على خط $\overline{آ ب}$ المعلوم الوضع والقدر نقطتا $\overline{ج د}$ معلومتين؛ وأردنا أن نحدث على $\overline{ج د}$ نقطة حتى يكون نسبة ﴿سطح﴾ أحد الخطين المنتهين من نقطتي $\overline{آ د}$ إلى تلك النقطة في الآخر إلى سطح أحد الخطين 10 المنتهين من نقطتي $\overline{ب ج}$ إلى تلك النقطة في الآخر كنسبة $\overline{ه و}$ إلى $\overline{و}$ ، فإننا نقسم خط $\overline{آ د}$ بنصفين على نقطة $\overline{ز}$ ونخط $\overline{ب ج}$ بنصفين على نقطة $\overline{ح}$ ؛ ونخرج خط $\overline{ح ط}$ عموداً على $\overline{آ ب}$ ، ونجعل نسبة مربع $\overline{د ز}$ إلى مربع خط يخرج من نقطة $\overline{ج}$ وينتهي إلى خط $\overline{ح ط}$ - وهو خط $\overline{ج ط}$ - كنسبة $\overline{ه و}$ إلى $\overline{و}$. ونصل خط $\overline{ز ط}$ ، ونجعل نسبة مربع $\overline{ج ز}$ إلى مربع خط يخرج من نقطة $\overline{ج}$ وينتهي إلى

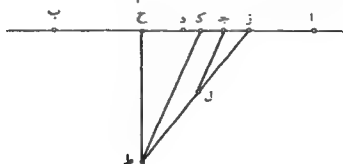
11 آ : آ ب - 3 تسطيح : وتسطيح - 12 عموداً : عمود.

خط زط - وهو جـل - كنسبة هـ إلى و. ونخرج خط طـك موازياً لخط جـل ، ويلمق خط جـد على نقطة كـ.

أقول : إن نسبة سطح اكـ في د إلى سطح بـك في كـ جـ كنسبة هـ إلى و.

- برهان ذلك : أن خط طـك موازٍ لخط جـل ، فنسبة مربع زك إلى مربع طـك كنسبة مربع / جـ ز إلى مربع جـل . ونسبة مربع جـ ز إلى مربع جـل كنسبة هـ إلى و ؛ وخط اد مقسوم بنصفين على ز ويقسمين آخرين على نقطة كـ ، فمجموع سطح اكـ في دك ومربع زك مثل مربع دز ؛ وخط بـجـ (مقسوم) بنصفين على حـ ويقسمين آخرين على كـ ، فمجموع سطح بـك في جـك ومربع حـك مثل مربع جـح ؛ ومربع حـط مشترك ، فمجموع سطح بـك في جـك ومربع حـك حـط ، وهو مجموع سطح بـك في جـك ومربع طـك كـ ، مثل مجموع مربعي جـح حـط ، وهو مربع جـط . ونسبة مربع دز إلى مربع جـط كنسبة هـ إلى و ، فنسبة مجموع سطح اكـ في دك ومربع زك إلى مجموع سطح بـك في جـك ومربع طـك كنسبة هـ إلى و . وكنتنا بينا أن نسبة مربع زك إلى مربع طـك كنسبة هـ إلى و . فنسبة سطح اكـ في دك الباقي إلى سطح بـك في جـك الباقي كنسبة هـ إلى و ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (٨)



٤ و : و٧ ز : ب - ٨ ز : ك - ١٠ جـ ح : جـ ح - ١١ بـك (نقطة) : د - ١٦ بـك : ك - ١٧ كـ.

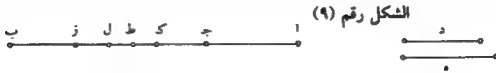
(ج) إذا كان على خط $\overline{اب}$ المعلوم القدر والوضع نقطة ج معلومة؛ وأردنا أن نحدث على خط ج $\overline{ب}$ نقطة حتى تكون نسبة سطح $\overline{اج}$ في الخط المنتهي من نقطة ج إلى تلك النقطة إلى سطح أحد الخطين المنتهين من نقطتي $\overline{اب}$ إلى تلك النقطة في الآخر كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$ ، فإننا نقسم خط $\overline{اب}$ بنصفين على نقطة ك؛ ونجعل نسبة سطح $\overline{اج}$ في ج $\overline{ز}$ إلى مربع $\overline{ب ك}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$ ، ونسبة خط $\overline{اج}$ إلى خط $\overline{ك ز}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{ح}$ ، ونسبة مربع $\overline{ز ط}$ إلى مربع $\overline{ك ط}$ كنسبة مجموع $\overline{ح وربع هـ}$ ، إلى ربع $\overline{هـ}$ ونجعل خط $\overline{ط ل}$ مثل خط $\overline{ك ط}$.

أقول : إن نسبة (سطح) $\overline{اج}$ في ج $\overline{ل}$ إلى سطح $\overline{ال}$ في $\overline{ب ل}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$.

برهان ذلك / : أن خط $\overline{ط ل}$ مثل خط $\overline{ك ط}$ ، وخط $\overline{ز ل}$ زيادة، ٢٩١
فمجموع سطح $\overline{ك ز}$ في $\overline{ز ل}$ ومربع $\overline{ك ط}$ مثل مربع $\overline{ز ط}$. ونسبة مربع $\overline{ز ط}$ إلى مربع $\overline{ك ط}$ كنسبة مجموع $\overline{ح وربع هـ}$ إلى ربع $\overline{هـ}$ ، وكنسبة مجموع سطح $\overline{ك ز}$ في $\overline{ز ل}$ ومربع $\overline{ك ط}$ إلى مربع $\overline{ك ط}$ ، وكنسبة مجموع $\overline{ح وربع هـ}$ إلى ربع $\overline{هـ}$. وإذا فصلنا، ١٥
فنسبة سطح $\overline{ك ز}$ في $\overline{ز ل}$ إلى مربع $\overline{ك ط}$ كنسبة $\overline{ح}$ إلى ربع $\overline{هـ}$. ومربع $\overline{ك ط}$ ربع مربع $\overline{ك ل}$ ، فنسبة سطح $\overline{ك ز}$ في $\overline{ز ل}$ إلى [ربع] مربع $\overline{ك ل}$ كنسبة $\overline{ح}$ إلى $\overline{هـ}$ ؛ ونسبة سطح $\overline{اج}$ في $\overline{ز ل}$ إلى سطح $\overline{ك ز}$ في $\overline{ز ل}$ كنسبة $\overline{اج}$ إلى $\overline{ك ز}$ ، ونسبة $\overline{اج}$ إلى $\overline{ك ز}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{ح}$ ، فنسبة سطح $\overline{اج}$ في $\overline{ز ل}$ إلى سطح $\overline{ك ز}$ في $\overline{ز ل}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{ح}$. فبالساواة إذاً نسبة سطح $\overline{اج}$ في $\overline{ز ل}$ إلى مربع $\overline{ك ل}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$. ومجموع سطحي $\overline{اج}$ في قسيمي ج $\overline{ل}$ مثل مربع سطح $\overline{اج}$ في ج $\overline{ز}$ ؛ ومجموع سطح $\overline{ال}$ في $\overline{ب ل}$ ومربع $\overline{ك ل}$ مثل مربع

١ نقطة - ونقطة - ١١ زل - رك - ١٢ زل - رك / مثل - مكررة - ١٤ زل - رك / ط ك - رك / كنسبة - كنسبة / مجموع - أثبتنا في الهامش - ١٥ زل - رك - ١٧ زل - رك / كنسبة - نسبة - ١٩ زل (الأول) - رك - ٢١
ال : ا ب .

ب ك . ونسبة سطح $\overline{اج}$ في $\overline{ج ز}$ إلى مربع $\overline{ب ك}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$ ، فنسبة مجموع سطحي $\overline{اج}$ في قسمي $\overline{ج ل}$ $\overline{ز ل}$ إلى مجموع سطح $\overline{ال}$ في $\overline{ب ل}$



ومربع $\overline{ك ل}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$. وكنا بينا أن نسبة سطح $\overline{اج}$ في $\overline{ز ل}$ إلى مربع $\overline{ك ل}$ كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$ ، فنسبة سطح $\overline{اج}$ في $\overline{ج ل}$ الباقي إلى سطح $\overline{ال}$ في $\overline{ب ل}$ الباقي كنسبة $\overline{د}$ إلى $\overline{هـ}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين .

﴿د﴾ إذا كانت نقطة $\overline{آ}$ معلومة ومحيط دائرة $\overline{ب ج}$ معلوم الوضع ، وأردنا أن نخرج من نقطة $\overline{آ}$ خطين ينتهيان إلى محيط دائرة $\overline{ب ج}$ ومحيطان بزاوية مثل زاوية $\overline{ده م}$ ويكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة خط $\overline{ده}$ إلى خط $\overline{م هـ}$ ، فإننا نصل خط $\overline{ده}$ ونخرجه إلى نقطة $\overline{ز}$ ، ونفصل من دائرة $\overline{ب ج}$ قطعة $\overline{ح ط ن}$ ١٠ حتى تقبل زاوية مثل زاوية $\overline{م د ز}$ ، ونعمل على خط $\overline{ح ن}$ قطعة دائرة $\overline{ح ك ن}$ حتى تقبل زاوية مثل زاوية $\overline{ده م}$ ، ونحدد مركز دائرة $\overline{ب ج}$ ، وليكن $\overline{ل}$ ، ونخط حول نقطة $\overline{ل}$ ويبعد $\overline{ال}$ دائرة ، ولتلق قوس $\overline{ح ك ن}$ على نقطة $\overline{ك}$. ونصل خطي $\overline{ح ك ن ك}$. وليلق خط $\langle \overline{ح ك} \rangle$ دائرة $\overline{ب ج}$ على نقطة $\overline{ط}$. ونصل ٢٩٢ خطوط $\overline{ك ل ط ل ب ل}$ ، ونجعل زاوية $\overline{ال ب}$ مثل زاوية $\overline{ك ل ط}$ وزاوية $\overline{ال ج}$ مثل زاوية $\overline{ك ل ن}$ ، ونصل خطي $\overline{اب اج}$.

أقول : إن زاوية $\overline{ب اج}$ مثل زاوية $\overline{ده م}$ ، ونسبة خط $\overline{اب}$ إلى خط $\overline{اج}$ كنسبة خط $\overline{ده}$ إلى خط $\overline{م هـ}$.

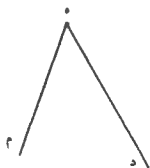
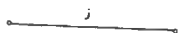
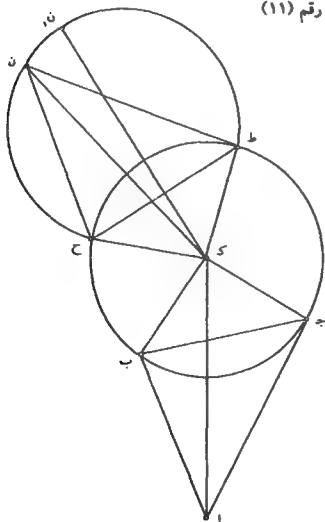
برهان ذلك : أن زاوية $\overline{ال ب}$ مثل زاوية $\overline{ك ل ط}$ ، ونقطة $\overline{ل}$ مركز دائرة

٦ معلوم : معلومة - ١٠ تقبل : يقبل / ونعمل : ونصل - ١١ تقبل : يقبل / ونحدد : ونحدد / ونخط : ونخط / ١٤ وزاوية : فزاوية .

كنسبة خط د ه إلى خط ه م . وكنا بينا أن نسبة خط ا ب إلى ا ج كنسبة
خط ط ك إلى خط ن ك ، فنسبة خط ا ب إلى خط ا ج كنسبة خط د ه
إلى خط ه م ؛ وذلك ما أردنا أن نبين .

﴿هـ﴾ إذا كانت نقطة آ معلومة ومحيط دائرة ب ج معلوم الوضع ؛ وأردنا
أن نخرج من نقطة آ خطين / ينتهيان إلى محيط دائرة ب ج ومحيطان ٢١٢
بزواية مثل زاوية د ه م ويكون وتر القوس التي بينها مثل خط ز ، فإننا

الشكل رقم (١١)



نخرج في دائرة $\overline{ب ج}$ وتراً مثل خط $\overline{ز}$ ، وليكن $\overline{ح ط}$ ، ونعمل على خط $\overline{ح ط}$ قطعة دائرة $\overline{ح ن ط}$ تقبل زاوية مثل زاوية $\overline{ده م}$. ونحذّ مركز دائرة $\overline{ب ج}$ ، وليكن نقطة $\overline{ك}$ ، ونصل خط $\overline{اك}$ ، ونخطّ حول نقطة $\overline{ك}$ ويبعد خط $\overline{اك}$ دائرة؛ ولتلق قوس $\overline{ح ن ط}$ على نقطة $\overline{ن}$ ، ونصل خطوط $\overline{كن}$ $\overline{ك ح ك ط}$ ، ونجعل زاوية $\overline{اك ب}$ مثل زاوية $\overline{ن ك ح}$ وزاوية $\overline{اك ج}$ مثل زاوية $\overline{ن ك ط}$ ، ونصل خطوط $\overline{اج اب ب ج}$.

أقول : إن زاوية $\overline{ب اج}$ مثل زاوية $\overline{ده م}$ وخط $\overline{ب ج}$ مثل خط $\overline{ز}$.
برهان ذلك : أنا نصل $\overline{ح ن ط ن}$. فلأن زاوية $\overline{اك ب}$ مثل زاوية $\overline{ن ك ح}$ وخط $\overline{اك}$ مثل خط $\overline{ن ك}$ وخط $\overline{ب ك}$ مثل خط $\overline{ح ك}$ ، فزاوية $\overline{ب اك}$ مثل زاوية $\overline{ح ن ك}$ وخط $\overline{اب}$ مثل خط $\overline{ح ن}$. وكذلك يتبين أن زاوية $\overline{ج اك}$ مثل زاوية $\overline{ط ن ك}$ وأن خط $\overline{اج}$ مثل خط $\overline{ط ن}$ ، فزاوية $\overline{ب اج}$ مثل زاوية $\overline{ح ن ط}$ وخط $\overline{ب ج}$ مثل خط $\overline{ح ط}$. لكن زاوية $\overline{ح ن ط}$ مثل زاوية $\overline{ده م}$ وخط $\overline{ح ط}$ مثل خط $\overline{ز}$ ، فزاوية $\overline{ب اج}$ مثل زاوية $\overline{ده م}$ وخط $\overline{ب ج}$ مثل خط $\overline{ز}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين.

15 والحمد لله رب العالمين وصلى <الله> على سيدنا محمد وآله أجمعين وحسبنا الله ونعم الوكيل.

1 وتر / ونعمل : ويسمى - 2 قطعة : نقطة / $\overline{ح ن ط}$ - $\overline{ح ر ط}$ - 4 ولتلق : وليلق / $\overline{ك ن}$: $\overline{ك ر}$.

٢ - ابن الهيثم

النص الخامس

< كتاب المناظر - المقالة السابعة > < الكاسر الكروي >

٥ < آ > وإذا قد تبين ذلك، فليكن البصر نقطة \bar{A} ، وليكن نقطة \bar{B} في ف - ٧٨ - و

ك - ٦٧ - ط

مُبْصِرٍ من المبصرات وليكن من وراء جسم مُشَفٍّ أَغْلَظ من الجسم الذي يلي البصر، وليكن سطح الجسم المشف الذي يلي نقطة \bar{B} سطحاً مستديراً محدّبه يلي البصر.

فقطنا \bar{A} \bar{B} يمرّ بهما سطح قائم على سطح الجسم المشف، لأنه إن لم يمرّ

١٥ بها سطح قائم على سطح الجسم المشف الذي تعطف فيه صورة نقطة \bar{B} إلى

بصر \bar{A} < لم يدرك البصر صورة المبصر ويكون الفصل المشترك بين هذا

السطح > وبين سطح الجسم المشف دائرة جـ د. وليكن مركزها ز، ونصل

ا جـ ز ونخرجه على استقامة إلى د؛ فيكون خط جـ ز د عموداً على / سطح ف - ٧٨ - ط

الجسم المشف، ونقطة \bar{B} إما أن تكون خارجة عن خط جـ د وإما أن تكون

١٥ على خط جـ د.

فإن كانت نقطة \bar{B} على خط جـ د، فإن بصر \bar{A} يدرك نقطة \bar{B} على

استقامة ومن غير انعطاف، لأن الصورة التي تمتد على خط د جـ تمتد على

12 وبين : وبين، وكبت مهلة [ف]، ك - [14-15] وما ... جـ د : ناصة [ف] وفي [ت] in ipsa وفي
التفصيص : أولاً.

استقامتها في الجسم المشف الذي يلي بصر آ ، لأن خط د ج عمود على سطح الجسم المشف الذي يلي البصر. فبصر آ يدرك نقطة ب التي على خط < ج د > / في موضعها وعلى استقامة. فأقول : إن صورة نقطة ب التي على خط ج د ك - ٦٨ - و ليس تنعطف إلى بصر آ .

5 برهان ذلك : أن نقطة ب إذا كانت على خط ج د ، فهي إما على المركز أو خارجة عن المركز. فإن كانت على المركز ، فإن كل خط تمتد عليه صورة نقطة ب إلى محيط دائرة ج ه د ، فإنها تمتد على استقامتها في الجسم المشف الذي يلي البصر. لأن كل خط يخرج من مركز دائرة ج ه د فهو عمود على سطح الجسم المشف ، وليس يخرج من مركز دائرة ج ه د إلى بصر آ خطاً مستقيماً غير خط ز أ . فليس تنعطف صورة نقطة ب التي على / المركز إلى بصر آ من محيط ف - ٧٩ - و دائرة ج ه د ، فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ إذا كانت نقطة ب على المركز.

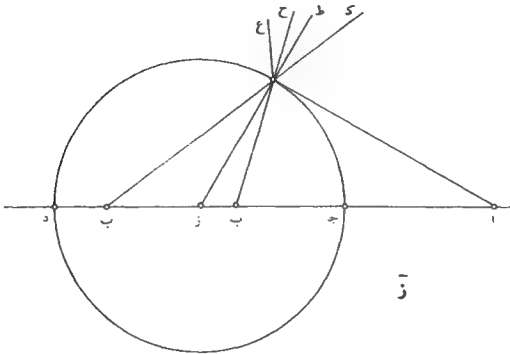
وإن كانت نقطة ب خارجة عن المركز ، فهي إما على خط ز ج ، وإما على خط ز د . فلتكن أولاً على خط ز ج ، فأقول : إنه ليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ . 15

فإن أمكن ذلك ، فلتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ من نقطة ه . ونصل ب ه ونخرجه إلى ح ونصل ز ه ونخرجه إلى ط ، فيكون خط ز ه ط عموداً على سطح الجسم المشف الذي يلي البصر. فصورة نقطة ب إذا امتدت على خط ب ه فهي تنعطف عند نقطة ه وتبعد عن عمود ه ط إلى جهة ح التي هي

1 استقامتها : استقامة [ك] - 1 عمود على سطح : يمر به لخروج [ف] وفي [ت] *est perpendicularis super superficiem* ما يتفق مع [ك] - 2 التي على خط : ناقصة [ف] وكذلك في [ت] - 5 برهان : قبلها كلمة غير مفروضة ولعلها «لا من» [ك] - 7 ج ه د : جهز [ك] - 10 ز أ : أ [ك] ، وكثيراً ما يختلف ترتيب الحروف في المخطوطتين وإن ثبت ذلك فيما بعد - 16 ونصل : ونصل به [ف] - 19 ب ه : أ [ك] ر ه [ف] / وتبعد : وتنفذ [ف] ، [ك] / ط : ط [ف] ، [ك] .

خلاف جهة العمود. فليس تصل صورة نقطة $\bar{ب}$ إلى بصر $\bar{أ}$ بالانعطاف، إذا كانت نقطة $\bar{ب}$ على خط $\bar{زج}$.
وأيضاً فلتكن نقطة $\bar{ب}$ على خط $\bar{دز}$ ، فأقول : إنه ليس تنعطف صورة نقطة $\bar{ب}$ إلى بصر $\bar{أ}$.

الشكل رقم (١)



- ٥ فإن أمكن فلتنعطف / صورة نقطة $\bar{ب}$ إلى بصر $\bar{أ}$ من نقطة $\bar{ه}$. ونصل $\bar{ب ه}$ - ٧٩ - ظ ونخرجه إلى $\bar{ك}$ ، ونصل $\bar{زه}$ ونخرجه إلى $\bar{ط}$ ، ولتنعطف صورة نقطة $\bar{ب}$ إلى بصر $\bar{أ}$ على خط $\bar{ه أ}$ ، فتكون زاوية $\bar{ك ه أ}$ هي زاوية الانعطاف وزاوية $\bar{ك ه ط}$ هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي عليه امتدت الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف. فزاوية $\bar{ك ه أ}$ أصغر من زاوية $\bar{ك ه ط}$ وخط $\bar{ب ز}$ إما

2 ز ج : ر ح ه [ف] - 3 ب : ر [ف] - 5 ونصل : ونصل [ف] عادة ما يأخذ ناسخ [ف] بصورة المخاطب المفرد، ولن نشير لذلك فيما بعد - 6 ز ه : وه [ف] ولتنعطف : ولتنعطف [ف] - 7 ا : ا 5 - 8 ك [ك].

أصغر من خط زه وإما مساوٍ له ، لأن نقطة بَ : إما فيما بين نقطتي دَ ز وإما على نقطة دَ . فزاوية هَ بَ ز : إما أعظم من زاوية بَ هَ ز وإما مساوية لها . وزاوية اهَ كَ أعظم من زاوية هَ بَ ز ، فزاوية اهَ كَ أعظم من زاوية بَ هَ ز ، / فزاوية اهَ كَ أعظم من زاوية كَ هَ ط ، وقد كانت أصغر منها ، ف - ٨٠ - و
5 وهذا محال .

فليس تنعطف صورة نقطة بَ إلى بصر آ من نقطة هَ ولا من غيرها من النقط التي على محيط دائرة جَ هَ دَ ولا من محيط غيرها من الدوائر التي تحدث في سطح الجسم المشف الذي فيه نقطة بَ إذا كان كَرِيًّا . فقطة بَ إذا كانت على خط جَ دَ ، فليس يدرکہا البصر بالانعطاف ، وليس يدرکہا إلَّا على استقامة فقط ، فليس يدرکہا إلَّا نقطة واحدة ، وذلك ما أردنا أن نبيِّن .

ولنعد الصورة ، وليكن نقطة بَ خارجة عن خط جَ دَ ونخرج السطح الذي فيه عمود زَا ونقطة بَ ، فيكون هذا السطح قائمًا على سطح الجسم المشف ، وتكون نقطة بَ لا تنعطف صورتها إلى بصر آ إلا في هذا السطح ، لأنه ليس يمرّ بنقطتي آ بَ سطح قائم على سطح الجسم المشف إلَّا سطحٌ يمرّ بخط آ دَ ، وليس يخرج من خط آ دَ سطح يمرّ بنقطة بَ إلَّا سطح واحد فقط ؛ وليحدث هذا السطح في سطح الجسم المشف دائرة جَ هَ دَ . وليس تنعطف صورة نقطة بَ إلى بصر آ إلَّا من محيط دائرة جَ هَ دَ . ولتنعطف صورة نقطة بَ إلى بصر آ من نقطة هَ . فأقول : إنه ليس تنعطف صورة نقطة بَ إلى ف - ٨٠ - ٥ بصر آ من نقطة غير نقطة هَ .

1 زه - ده [ف] / هَ ز [ك] - 2 بَ هَ ز : بَ هَ [ف] - 3 لها : له [ك] - 7 ولا من : ولا [ف] - 8 إذا كانت : إنَّما [ف] وفي [ت] نجد *le existente* لا يتفق مع [ك] - 10 أن نبيِّن : ناقصة [ف] - 12 زَا : لَ آ [ف] آ دَ [ك] - 16 وليس : فليس [ك] ونجد في [ت] *ergo... non* لا يتفق مع [ك] - 17 ولتنعطف : ولتنعطف [ف] - 18 بصر آ : كرر بعدما ناسخ [ف] «إلا من محيطه وفي [ت] نجد ترجمة العبارة هكذا *refractor ergo ex e* لا يتفق مع [ك] - 19 آ : ناقصة [ف] .

برهان ذلك : أنه لا يمكن . فإن أمكن ، فلتنعطف صورة نقطة $\overline{ب}$ إلى بصر
 أ من نقطة أخرى ، فليس تكون النقطة الأخرى إلا على محيط دائرة $\overline{ج د}$
 لها تبين من قبل ، فلتكن النقطة الأخرى نقطة $\overline{م}$ ، ونصل خطوط $\overline{ب ه ه أ}$
 $\overline{ب م م أ ز ه ز م}$. وليتقاطع خطا $\overline{ز ه ب م}$ على نقطة $\overline{س}$. ونخرج $\overline{ب ه}$ إلى $\overline{ح}$
 5 $\overline{و ب م}$ إلى $\overline{ن}$ و $\overline{ز ه}$ إلى $\overline{ط}$ و $\overline{ز م}$ إلى $\overline{ل}$ ، فتكون زاوية $\overline{ح ه ط}$ هي التي يحيط
 بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطف ،
 وتكون زاوية $\overline{ح ه أ}$ هي زاوية الانعطف ، وتكون زاوية $\overline{ن م ل}$ هي / الزاوية ك - ٦٨ - ط
 التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع
 الانعطف ، وتكون زاوية $\overline{ن م أ}$ هي زاوية الانعطف . وزاوية $\overline{ح ه ط}$: إما أن
 10 تكون مساوية لزاوية $\overline{ن م ل}$ وإما أن تكون أصغر من زاوية $\overline{ن م ل}$ وإما أن
 تكون أعظم من زاوية $\overline{ن م ل}$.

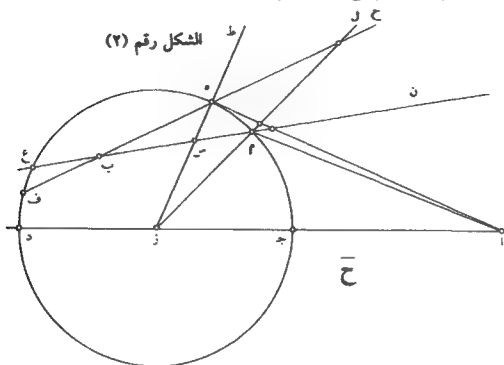
فإن كانت زاوية $\overline{ح ه ط}$ مساوية / لزاوية $\overline{ن م ل}$ ، فإن زاوية $\overline{ح ه أ}$ - ف - ٨١ - و
 التي هي زاوية الانعطف - مساوية لزاوية $\overline{ن م أ}$ - التي هي زاوية
 الانعطف ، فتكون زاوية $\overline{ا م ب}$ مساوية لزاوية $\overline{ا ه ب}$ ، وهذا محال .
 15 وإن كانت زاوية $\overline{ح ه ط}$ أصغر من زاوية $\overline{ن م ل}$ ، فإن زاوية $\overline{ح ه أ}$ أصغر
 من زاوية $\overline{ن م أ}$ ، فتكون زاوية $\overline{ا م ب}$ أصغر من زاوية $\overline{ا ه ب}$ ، وهذا محال .
 وإن كانت زاوية $\overline{ح ه ط}$ أعظم من زاوية $\overline{ن م ل}$ ، فإننا نخرج خط $\overline{ه ب}$
 في جهة $\overline{ب ه}$ إلى $\overline{ق}$ ، ونخرج $\overline{م ب}$ إلى $\overline{ع}$ ، فتكون زاوية $\overline{ه ب م}$ مساوية
 للزاوية التي عند محيط الدائرة التي توترها قوسا $\overline{م ه ف ع}$. وإذا كانت زاوية

5 و ز ه : وه ز [ك] - 6 الذي : ناقصة [ك] - 7 ح أ : ح أ [ف] / ن م ل : عادة ما يكتب ناسخ [ف] وناسخ
 [ك] الثنون راء أو زاياً ، وإن ثبت هذا فيما بعد - 12 غل : وان [ف] - 13 ن م أ : د م أ [ف] - 16 ن م أ : ن م ل
 [ك] زاوية (الثالثة) : ناقصة [ف] - 18 ق : و [ك] - 19 وإذا : إذا [ف] .

ح ه ط أعظم من زاوية ن م ل، كانت زاوية ز ه ب أعظم من زاوية ز م ب. فإذا كانت زاوية ز ه ب أعظم من زاوية ز م ب، فإن زاوية م ز ه أعظم من زاوية م ب ه، وتكون زيادة زاوية م ز ه على زاوية م ب ه مساوية لزيادة زاوية ز ه ب على زاوية ز م ب، لأن الزاويتين اللتين عند نقطة س متساويتان. فزاوية م ز ه، إذا كانت عند محيط الدائرة، فإن القوس التي توترها تكون ضعف قوس م ه. فإذا كانت زاوية م ز ه أعظم / من زاوية ف - 81 - ط م ب ه، فإن ضعف قوس م ه أعظم من قوسي م ه ف ع؛ وتكون زيادة ضعف قوس م ه على قوسي م ه ف ع هي زيادة قوس م ه على قوس ف ع، فزيادة زاوية م ز ه على زاوية م ب ه هي <الزاوية> التي توترها عند محيط الدائرة زيادة قوس م ه على قوس ف ع. وزيادة قوس م ه على قوس ف ع هي أصغر من قوسي م ه ف ع. فزيادة زاوية م ز ه على زاوية م ب ه هي أصغر من زاوية م ب ه. فزيادة زاوية ز ه ب على زاوية ز م ب هي أصغر من زاوية م ب ه. فزيادة زاوية ح ه ط على زاوية ن م ل هي أصغر من زاوية م ب ه. فزيادة زاوية ح ه أ - التي هي زاوية الانعطاف - على زاوية ن م أ - التي هي زاوية الانعطاف - أصغر بكثير من زاوية م ب ه. لكن زيادة زاوية ح ه أ على زاوية ن م أ هي زيادة زاوية م ب ه على زاوية م ب ه، وزيادة زاوية م ب ه على زاوية م ب ه،

2 قلنا: وإذا [ك] - 5 متساويتان: متساويتان [ف] - 7 أعظم: كرر بدلنا ناسخ [ف] جزءاً من العبارة السابقة وجزءاً من العبارة اللاحقة مع الخطأ فكتب من زاوية ب ه فإن ضعف قوس م ه أعظم. ونجد في [ت] 7 - 8 وتكون... ف ح (الأولى): كرر النسخ هذه العبارة، ولم يسلم من الخطأ، فكتب ما يلي فتكون زيادة ضعف قوس م ه على قوس ف ع [ف] - 9 م ز ه - 14 [ف] - 14 ح ه أ: ح ه ل [ك] - 15 م ب ه: م ر ه م ب ه [ف] - 16 زيادة (الأولى): أثبتنا في الهامش [ك] - 17 وزيادة... م ب ه ناقصة [ف]، وهي مثبتة في [ت] ما يتفق مع [ك].

لكن زيادة زاوية $\overline{امب}$ على زاوية $\overline{اهب}$ هي زاوية $\overline{ماه}$ $\overline{مب ه}$ ؛ فزاوية / ف - ٨٢ - و
 $\overline{ماه}$ $\overline{مب ه}$ أصغر من زاوية $\overline{مب ه}$ ، وهذا محال.



فليس تنعطف صورة نقطة $\overline{ب}$ إلى بصراً من نقطة غير نقطة $\overline{ه}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين.

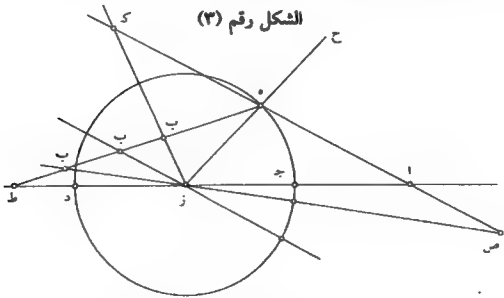
5 وإذا كانت صورة نقطة $\overline{ب}$ ليس تنعطف إلى بصراً إلا من نقطة واحدة، فليس يكون لها إلا خيال واحد، إلا أن موضع الخيال يختلف بحسب اختلاف موضع نقطة $\overline{ب}$.

وذلك أنا نصل $\overline{ب ز}$ ، فخط $\overline{ب ز}$ ؛ إما أن يلتقي خط $\overline{ه أ}$ وإما أن يكون موازياً له. وإذا لقيه : فإما أن يلقاه إذا خرجا في جهة $\overline{ه ب}$ ، على مثل نقطة ف - ٨٢ - ط
 10 $\overline{ك}$ ، وإما أن يلقاه إذا خرجا في جهة $\overline{د أ}$ ، مثل خط $\overline{ب ز ص}$ (على) مثل نقطة ص.

١ لكن : ال [ف] وفي [ت] sed [ك] في [ك] / $\overline{ام ب}$: $\overline{ام ب ه}$ [ف] - 8 أنا : أيضا [ف] وفي [ت]
 nim [ك] في [ك] - 9 مثل : أثبتنا في الماشي [ك] - 10 $\overline{د أ}$: $\overline{أ ك}$ / مثل خط $\overline{ب ز ص}$: ناقصة [ك]
 وكذلك في [ت] - 10 - 11 مثل نقطة ص : ناقصة [ف] ونجد في [ت] $\sin r$ وهو قريب من [ك].

وإذا كان $\overline{ب ز}$ موازياً لخط $\overline{ه ا}$ ، كان مثل $\overline{ب ز}$ المتوسط بين خطي $\overline{ك ب}$ $\overline{ز ب}$ زص. فإن كان التقاء هذين الخطين على نقطة $\overline{ك}$ ، كان الخيال قدام البصر وكانت الصورة يئنة وأدركها البصر على نقطة $\overline{ك}$ ، وإن كان التقاء الخطين على نقطة $\overline{ص}$ ، كان الخيال نقطة $\overline{ص}$ ، وأدرك البصر الصورة مقابلة له، إلا أنها لا تكون في غاية اليان، بل تكون مشبهة، لأن البصر يدركها في غير موضعها، وقد تبين هذا المعنى عند كلامنا في الانعكاس.

وإن كان خط $\overline{ب ز}$ موازياً لخط $\overline{ه ا}$ ، فإن الخيال يكون غير محدود، ويدرك البصر الصورة في موضع الانعطاف، وعلّة ذلك شبيهة بالعلّة التي ذكرناها في الانعكاس، إذا كان الانعكاس على خط مواز للعمود.



وقد تبين مما بيناه أن المبصر الذي يدركه البصر من وراء جسم مشف أغلظ 10 من الجسم الذي يلي البصر، فإنه ليس يكون له إلا خيال واحد، / وليس ف - ٨٣ - و يدركه البصر إلا واحداً فقط.

2 التقاء: التقى [ف] - 4 كان... ص: مكورة [ف] وأشار النسخ إلى هذا في الهامش - 10 - 11 أغلظ من الجسم: ناقصة [ف] وفي [ت] *grossius corpore* كما في [ك] - 11 البصر: البصر [ف، ك] - 11 - 12 وليس... واحداً: أثبتنا في الهامش [ك].
الشكل ليس في المخطوطتين.

وهذا الانعطاف هو عن تعبير سطح الجسم المشف الذي يلي البصر المحيط
 بمحذب الجسم المشف الذي يلي المبصر، وذلك ما أردنا أن نبين.
 وإن كان الجسم المشف الأغظ يلي البصر، وكان شكلا الجسمين على ما
 هما عليه، وكان الجسم الألف يلي المبصر، فليس يكون للمبصر إلا خيال
 واحد، ولا يدرك البصر للمبصر إلا صورة واحدة فقط، وذلك أن البصر، إذا
 كان / في الجسم الأغظ وكان المبصر في الجسم الألف وكان شكلا الجسمين ك - ٦٩ - و
 على ما هما عليه، فإن البصر يكون بمنزلة نقطة ب والمبصر يكون بمنزلة نقطة آ،
 وإذا انعطفت صورة نقطة آ إلى بصرب، فإنها تنعطف في السطح القائم على
 سطح الجسم المشف، ويكون الفصل المشترك بين ذلك السطح وبين سطح
 10 الجسم المشف دائرة بمنزلة دائرة ج ه د، وتكون نقطة الانعطاف بمنزلة نقطة
 ه، ويكون الخط المنعطف بمنزلة خط آ ه ب، فيلزم / من ذلك أن تكون ف - ٨٣ - ط
 الصورة التي تمتد على خط آ ه وتنعطف على خط ب ه، إذا امتدت من نقطة
 ب على خط ب ه، انعطفت على خط ه آ. فإن انعطفت صورة نقطة آ إلى
 نقطة ب من نقطة أخرى غير نقطة ه، لزم من ذلك أن تنعطف صورة نقطة
 15 ب إلى نقطة آ من تلك النقطة الأخرى. وقد تبين أن الصورة، إذا امتدت
 على خط ب ه وانعطفت على خط ه آ، فليس تنعطف من نقطة ب صورة
 أخرى إلى نقطة آ. فليس تنعطف صورة نقطة آ إلى بصرب إلا من نقطة
 واحدة، ولا يكون لها إلا خيال واحد.
 وإن كانت نقطة آ على العمود الخارج من نقطة ب إلى مركز الكرة فإن

١ وهذا : فهذا [ف] وفي [ت] Vero كما في [ك] / سطح : أثبتنا فرق السطح [ك] - 3 - على : الذي يلي
 [ك] / الجسمين : ناقصة [ف] في الهامش [ك] - 4 - ها : يتا [ف] وهي مهلة / البصر : البصر [ك] -
 5 للمبصر : البصر [ك] - 6 شكلا الجسمين : شكل الجسم [ف] شكلا الجسم [ك] - 7 نقطة (الأول) : قط
 [ف] - 11 خط : في الهامش [ك] / آ ه ب : آ ه ب : 13 - 14 : آ ه ب : 18 - 19 : لا [ف] - 19
 فإن : إلى [ف] وفي [ت] donc عا يفتق مع [ك].

بصر بـ يدرك نقطة آ على استقامة العمود، ويتبين أن صورة نقطة آ لا تنعطف إلى بصر بـ، لأنه قد تبين أن صورة نقطة بـ، إذا كانت على العمود، لم تنعطف إلى نقطة آ. فإذا كان الجسم الأغلظ يلي البصر، وكان الجسم الألفظ يلي المبصر، فليس يكون للمبصر إلا خيال واحد، ولا يدرك البصر للمبصر إلا صورة واحدة فقط، وذلك / ما أردنا أن نبين.

ف - ٨٤ - و

وأيضاً، فلنعد الشكل ز، ونفرض على محيط دائرة ج ه د نقطة مما يلي جهة ج، ولتكن نقطة ه، ونخرج منها خطاً موازياً لخط آ د، وليكن ه ط، ونصل ز ه ونخرجه إلى ح. وليكن نسبة زاوية ز ه ك إلى ضعف زاوية ك ه ط أعظم نسبة تكون للزاوية التي يحيط بها الخط الذي تمتد عليه الصورة والعمود إلى زاوية الانعطاف التي تُوجِبها تلك الزاوية بالقياس إلى الحس. وذلك أن كل جسمين مشفين مختلفي الشفيف، فإن زوايا الانعطاف التي يحدث بينهما الضوء النافذ فيها تختلف، ويكون لاختلافها بالقياس إلى الحس غاية إذا تجاوزها، لم يدرك الحس مقدار الانعطاف، أعني أنه يدرك الحس مركز الضوء النافذ في الجسمين كأنه على استقامة الخط الذي امتد عليه الضوء، أعني

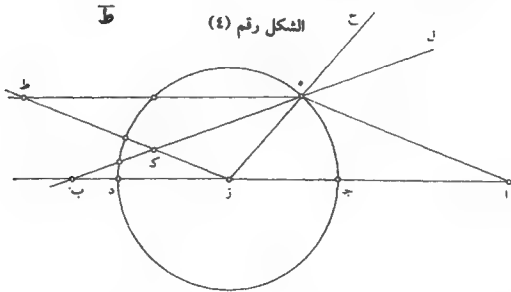
١٥ عند اعتباره بالآلة.

ونجعل زاوية د ز ط مثل زاوية ط ه ك، فتكون زاوية / ز ك ه ضعف ف - ٨٤ - ط زاوية ك ه ط، فتكون نسبة زاوية ز ه ك إلى زاوية ز ك ه هي أعظم نسبة تكون بين الزاوية التي يحيط بها الخط الأول والعمود وبين زاوية الانعطاف.

١ ويتبين: وتبين [ف] - 3 وكان: فإن [ف، ك] - 6 ز: ناقصة [ك] د [ف] - 8 نسبة: ناقصة [ك] ولكنها مثبتة في [ت] - 9 الصورة: الصور [ف] - 11 يحدث: مهمل [ف، ك] - 12 الضوء: للضوء [ف]؛ ولهذا يمكن أن نقرأ: تحدث بينهما للضوء، ولكن أثبتنا ما أثبتناه - 15 اعتباره: اعتباه [ف] ابن الهيثم يشير هنا إلى الآلة التي اعتبر بها، فيما سبق من كتابه، انعطاف الضوء - 16 ط ه ك: ك ه ط [ك] - 17 هي: ناقصة [ك].

ونخط $هـ ك$ يلقى خط $آ د$ ، فليلقه على نقطة $ب$. ونخرج من نقطة $هـ$ خطاً موازياً لخط $ز ط$ ، فهو يلقى خط $د ج$ خارج الدائرة مما يلي نقطة $ج$ ، فليلقه على نقطة $آ$. ونخرج $ب هـ$ إلى $ل$ ، فيكون زاوية $ل هـ آ$ مساوية لزاوية $ز ك هـ$ وزاوية $ل هـ ح$ مساوية لزاوية $ز هـ ك$ ؛ فتكون زاوية $ل هـ آ$ هي زاوية الانعطاف التي $تُوجِبها$ زاوية $ل هـ ح$.

فإذا كانت نقطة $ب$ في مبصر من المبصرات، وكان الجسم المشف - الذي يحده يلي نقطة $آ$ - متصلاً ملتصقاً من نقطة $هـ$ إلى نقطة $ب$ وغير منفصل عند محيط دائرة $ج هـ د$ مما يلي نقطة $ب$ ، فإن صورة نقطة $ب$ تمتد على خط $ب هـ$ وتنعطف على خط $هـ آ$ ويذكرها بصر $آ$ من سمت خط $آ هـ$.



- 10 وتكون زاوية $آ هـ ح$ ونظائرها تنقسم بنسب كثيرة من النسب التي بين زوايا الانعطاف / والزوايا التي تحيط بها الأعمدة والخطوط الأولى التي تحدث بين $ف - ٨٥ - و$ الجسمين المشفين. فيكون على خط $د ب$ نقط كثيرة تمتد صورها إلى قوس

١. ك: $هـ$ [ف، ك] $ب$: وكب فوقها كلمة «صح»، مما يعني أنه راجعها على الأصل $هـ$ [ك] $هـ$: $ب$ وكب فوقها $هـ$ مع كلمة «صح» [ك] - 2. $ز ط$: $ط ز$ [ك] $د ج$: $ز ح$ [ك] $ج هـ$: $ح$ [ك] - 11 الأولى: الأولى [ف، ك].

ج هـ، وتنعطف إلى نقطة آ. ويكون الخط - الذي عليه تلك النقط - تنعطف صورة جميعه إلى بصر آ من قوس ج هـ. فإذا كان البصر في جسم مشف، وكان المبصر في جسم مشف أغلظ من الجسم الذي يلي البصر، وكان سطح الجسم المشف الأغلظ - الذي يلي البصر - كريباً محديه يلي البصر، وكان / المبصر خارجاً عن الدائرة - التي حديتها يلي البصر - وأبعد عن البصر ك - ٦٩ - ظ من أبعد نقطتي التقاطع بين العمود وبين محيط الدائرة، وكان الجسم المشف الغليظ - الذي يلي المبصر - متصلاً إلى الموضع الذي فيه المبصر وغير منقطع / ف - ٨٥ - ظ عند الاستدارة التي يلي المبصر، فإنه قد يمكن أن يدرك البصر ذلك المبصر بالانعطاف مع إدراكه له على استقامة. وإذا أدرك البصر المبصر على هذه الصفة، فإن خياله يكون مركز البصر.

ثم إذا أثبتنا خط آ ب ج، وأدركنا شكل آ ه ب حول خط آ ب، وكان الجزء من سطح الجسم المشف الذي يلي البصر كريباً، رسمت نقطة ه دائرة في السطح المستدير المحدث الذي يلي البصر، وانعطفت صورة نقطة ب إلى بصر آ من جميع محيط الدائرة التي تحدث، إلا أن الخيال يكون عن جميع دائرة ١: الانعطاف يكون نقطة واحدة هي مركز البصر. فخيال المبصر الذي بهذه الصفة أيضاً هو نقطة واحدة، إلا أنه يعرض من هذا الموضع أن يكون البصر يدرك صورة المبصر عند موضع الانعطاف، للعلة التي ذكرناها في الانعكاس عن المرايا إذا كان الانعكاس عن محيط دائرة في كرة وكان الخيال مركز البصر. فالمبصر الذي بهذه الصفة، يدرك البصر صورته مستديرة عند دائرة

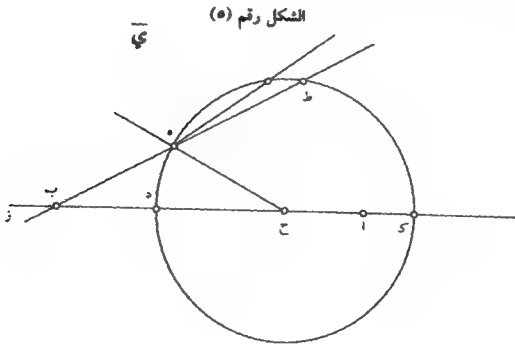
١ النقط : النقطة [ك] - 2 جميعه : جميعها [ك] ونجد في [ت] *totius lineae* لا يتفق مع [ف] -
 3 أغلظ : أغلظ من شفيف [ك] وكلمة «شفيف» زائدة؛ وجد في [ت] ما يؤكد هذا: *alio diaphano*
grossiore - 3 - 4 وكان... البصر (الثانية) : كريبها ناسخ [ك] وأشار إلى ذلك - 5 البصر: [ك] -
 7 المبصر (الأولى): البصر [ف، ك] وكذلك في [ت] *minus* - 11 آ ب : زد [ك].

الانعطاف، ويدرك صورته أبداً على استقامة العمود المأزج بالبصر والمبصر معاً،
وذلك ما أردنا / أن نبين.

ف - ۸۶ - و

(بـ) وأيضاً، فليكن البصر نقطة آ، ولتكن نقطة بـ في مبصر من المبصرات، وليكن من وراء جسم مشفٍ أغلظ من الجسم المشف الذي يلي البصر، وليكن سطح الجسم المشف الذي يلي البصر سطحاً مستديراً مقعراً،
تعييره يلي البصر، فأقول: إن نقطة بـ ليس يكون لها إلاّ خيال واحد، وليس يكون لها (عند) بصر آ إلاّ صورة واحدة فقط.

ولیکن مرکز التعمیر نقطة ح، ونصل آح ونخرجه علی استقامة إلی ز، فیکون خط آز عموداً علی السطح المقعر ونقطة ب: إما أن تكون علی خط 10 آز أو تكون خارجة عن خط آز.



١ والمصر: والمبصر [ك] - 3 البصر: ناقصة [ك] - 4 على: في المأمش [ك] - 5 البصر (الثانية): ناقصة [ف] البصر [ك] وهي مثبتة في [ت] - 8 أ: أجد [ك] وكثيراً ما يكتب الماء جيئاً وبالعكس، ولا نشير لهذا إلا عند توضيح الاختلاف والأهمية.

فلنكن أولاً على خط $\overline{آز}$ ، فبصر $\overline{آ}$ يدرك نقطة $\overline{ب}$ على استقامة خط $\overline{آب}$ ، لأن $\overline{آب}$ عمود على السطح المقعر. فأقول: إن بصر $\overline{آ}$ لا يدرك نقطة $\overline{ب}$ بالانعطاف.

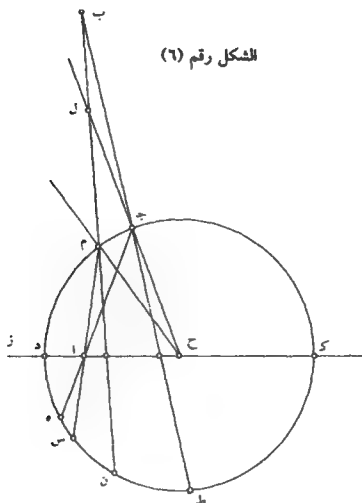
فإن أمكن، فلتنعطف صورة نقطة $\overline{ب}$ إلى بصر $\overline{آ}$ من نقطة $\overline{هـ}$ ، ونصل $\overline{ب هـ ح هـ}$ ، ونخرج $\overline{ب هـ}$ إلى $\overline{ط}$ ، فيكون زاوية $\overline{ط هـ ح}$ هي التي يحيط بها الخط - الذي امتدت عليه الصورة - والعمود الخارج من موضع الانعطاف. ولأن الجسم الذي يلي نقطة $\overline{آ}$ الأنف من الجسم / الذي يلي نقطة $\overline{ب}$ ، يكون ف - ٨٦ - $\overline{ط}$ الانعطاف إلى خلاف جهة العمود الذي هو خط $\overline{هـ ح}$. فخط $\overline{هـ ط}$ إذا انعطف، بُعد عن خط $\overline{هـ ح}$ ، وخط $\overline{هـ ط}$ لا يلي خط $\overline{ب آ}$ ؛ فخط $\overline{هـ ط}$ إذا 10 انعطف، لم يلي خط $\overline{ب آ}$ على تصاريف الأحوال. فليس تنعطف صورة نقطة $\overline{ب}$ إلى بصر $\overline{آ}$ ، فليس يدرك بصر $\overline{آ}$ نقطة $\overline{ب}$ بالانعطاف، وهو يدركها على استقامة، فليس يدرك بصر $\overline{آ}$ لنقطة $\overline{ب}$ إلا صورة واحدة فقط، وذلك ما أردنا أن نبين.

ولتعد الصورة، وليكن نقطة $\overline{ب}$ خارجة عن خط $\overline{آز}$ ، ونخرج السطح 15 الذي فيه خط $\overline{آز}$ ونقطة $\overline{ب}$. فيكون هذا السطح قائماً على السطح / المقعر، ف - ٨٧ - $\overline{و}$ ولا تنعطف صورة نقطة $\overline{ب}$ إلى بصر $\overline{آ}$ إلا في هذا السطح، لأنه ليس يقوم على السطح المقعر سطح مستو يمر بنقطة $\overline{آ}$ إلا سطح يمر بخط $\overline{آز}$. وليس يمر بخط $\overline{آز}$ ونقطة $\overline{ب}$ إلا سطح واحد فقط، فليس تنعطف صورة نقطة $\overline{ب}$ إلى بصر $\overline{آ}$ إلا في السطح المار بخط $\overline{آز}$ ونقطة $\overline{ب}$. وليكن الفصل المشترك بين هذا 20 السطح وبين السطح المقعر قوس $\overline{ج د هـ}$ ، ولتنعطف صورة نقطة $\overline{ب}$ إلى بصر

5 ط هـ ح : ط هـ ج [ك] - 9 بُنِدَ عن : عن بُد [ف] وفي [ت] remouetur كما يتفق مع [ك] - 16 ب : ب : في الهامش [ك] - 17 يمر : ثم [ف] وتجد في [ت] le transit par a z كما يتفق مع [ك] - 18 ب : و [ف] - 19 ونقطة : فيسطه [ف] - 20 ولتنعطف : ولتسطف [ف] وهي مهملة.

أ من نقطة ج ؛ فأقول : إنه ليس تنعطف / صورة نقطة ب إلى بصر آ من ك - ٧٠ - و
نقطة أخرى غير نقطة ج .

الشكل رقم (٦)



فإن أمكن، فلتنعطف من نقطة أخرى، ولتكن نقطة م. ونصل خطوط
اج ب د ح ج ا م ب م ح د، ونخرج ب ج على استقامة إلى ط وب م
على استقامة إلى ن، ونخرج ح ج على استقامة إلى ل وح م على استقامة إلى

3 ونصل: ونصل [ف] - 4 اج ب... ام ب: اح ب ح ج ا م ب م [ك] وهذا أيضاً ما نجده في
[ت] / م ح د: م ح م، ثم كتب الدال فوق اليم [ف] ح م د [ك] ب ج: ب ح [ك] - 5 إلى (الأولى):
ناهضة [ف] / ح ج: ج ح [ك].
الشكل ليس في المخطوطتين.

ع ، وتنتم دائرة ج د ه ، ولتقطع خط آ ح على نقطة ك . فنقطة آ : إما أن تكون على خط ك د أو خارجة عن خط ك د في جهة ك .
فإن كانت نقطة آ على خط ك د ، فهي : إما على نقطة ح أو على أحد خطي د ح ح ك .

5 فإن كانت نقطة آ على ح ، فليس تنعطف / إليها صورة نقطة ب ، لأن ف - ٨٧ - ط
الخطوط التي تصل بين الجسم المستدير وبين نقطة ح هي أعمدة على سطح الجسم المشف الذي يلي نقطة آ والانعطاف ليس يكون على العمود نفسه بل إنما يكون < خارجاً > عن العمود ، فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ ، إذا كان بصر آ على نقطة ح .

10 وإن كانت نقطة آ على خط ح د ، فإن خط ج ط يكون فيما بين خطي ج آ ج ح وكذلك خط م ن يكون فيما بين خطي م آ م ح ، لأن الانعطاف هو إلى خلاف جهة العمود لأن الجسم المشف الذي يلي البصر أطف من الجسم الذي يلي البصر . وإذا كان خط ج ط فيما بين خطي ج آ ج ح وكانت نقطة آ على خط ح د ، فإن زاوية ب ج آ تكون مما يلي نقطة د ، وكذلك زاوية ب م آ تكون مما يلي نقطة د ، وتكون نقطة ب من وراء خط ح ج ل ، أعني مما يلي نقطة ك عن خط ح ج ل . وتكون زاوية ط ج ح هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف ، وكذلك زاوية ن م ح ، وتكون زاوية / ط ج آ هي زاوية ف - ٨٨ - و الانعطاف ، وكذلك زاوية ن م آ . وزاوية ن م ح : إما أن تكون مساوية لزاوية ط ج ح وإما أن تكون أعظم منها وإما أن تكون أصغر منها .

١ ع : غين [ف] 2 ك د (الأولى) : ك ز [ك] 4 د ح : ز ح [ك] 8 : خارجاً > : ونجد في [ت] extra - 10 ج ط : ح ط [ف] 11 وكذلك : ولذلك [ك] وهذا ما نجده في [ت] idoo - 13 ج ح : د ح [ف] 14 تكون : تكون زاوية [ك] 16 - 15 خط ج ل : نقطة ج د ل [ف] 16 خط : أثبتنا في الهامش [ك] ح ج ل : ح د ل [ف] 18 م ح : ن م آ [ف] وتكون زاوية ط ج آ هي ز : مكررة في الهامش [ف] ٨٨ - و ، ويبدو أنها بخط آخر .

وإن كانت زاوية $\overline{ن م ح}$ مساوية لزاوية $\overline{ط ج ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ا م ن}$ مساوية لزاوية $\overline{ا ج ط}$ ، فتكون زاوية $\overline{ب م ا}$ مساوية لزاوية $\overline{ب ج ا}$ ، وهذا محال.

وإن كانت زاوية $\overline{ن م ح}$ أعظم من زاوية $\overline{ط ج ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ا م ن}$ 5 أعظم من زاوية $\overline{ا ج ط}$ ، فتكون زاوية $\overline{ب م ا}$ أصغر من زاوية $\overline{ب ج ا}$ ، وهذا محال.

وإن كانت زاوية $\overline{ن م ح}$ أصغر من زاوية $\overline{ط ج ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ا م ن}$ أصغر من زاوية $\overline{ا ج ط}$ ، ويكون جميع زاوية $\overline{ا م ح}$ أصغر من جميع زاوية $\overline{ا ج ح}$ ، ويكون نقصان زاوية $\overline{ا م ن}$ عن زاوية $\overline{ا ج ط}$ أقل من نقصان زاوية $\overline{ا م ح}$ عن زاوية $\overline{ا ج ح}$. ونقصان زاوية $\overline{ا م ح}$ عن زاوية $\overline{ا ج ح}$ هو نقصان زاوية $\overline{ج ح م}$ عن زاوية $\overline{ج ا م}$ لأن الزاويتين اللتين عند تقاطع خطي $\overline{ا ج م}$

$\overline{م ح}$ متساويتان ؛ فنقصان زاوية $\overline{ا م ن}$ عن زاوية $\overline{ا ج ط}$ هو أصغر من ٨٨ - ط نقصان زاوية $\overline{ج ح م}$ عن زاوية $\overline{ج ا م}$. ونخرج خطي $\overline{ج ا م}$ إلى نقطتي $\overline{ه س}$. فتكون زاوية $\overline{ج ا م}$ هي الزاوية التي توترها عند محيط الدائرة قوسا $\overline{ج م}$ 15 $\overline{ه س}$ ، وزاوية $\overline{ج ح م}$ هي التي يوترها عند محيط الدائرة ضعف قوس $\overline{ج م}$. وإذا كانت زاوية $\overline{ج ح م}$ أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$ ، فإن ضعف قوس $\overline{ج م}$ أصغر من قوسي $\overline{ج م ه س}$ ، ويكون نقصان ضعف قوس $\overline{ج م ه س}$ عن قوسي $\overline{ج م ه س}$ هو نقصان قوس $\overline{ج م ه س}$ عن قوس $\overline{ه س}$. فنقصان زاوية $\overline{ا م ن}$ عن

1 وإن : فإن [ك] - 4 $\overline{ا م ن}$: أحـ [ك] - 8 جميع : أثبتنا في الملمش [ك] / جميع : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] - 9 ويكون : و [ك] / $\overline{ا ج ط}$: أحـ ط [ف] - 11 $\overline{ج ا م}$: جـ $\overline{ا م}$ [ف] / $\overline{ا ج}$: أحـ [ك] - 12 متساويتان : متساويتان [ك] / من : عن نقصان [ك] - 14 - 15 قوسا $\overline{ج م ه س}$: قوس محيطي [ك] ، والعبارة صحيحة في [ت] - 15 الدائرة : للدائرة [ف] / ضعف : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] - 17 $\overline{ه س}$: طس [ك] - 18 - 17 ويكون ... قوس $\overline{ه س}$: ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] .

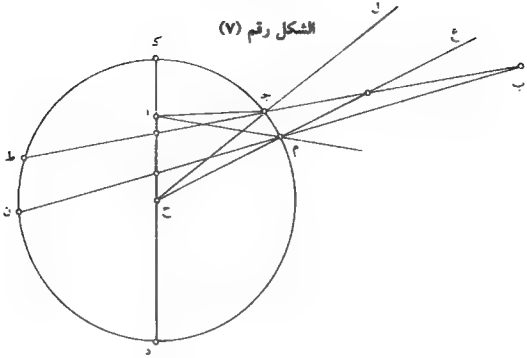
زاوية $\overline{أ ج ط}$ أصغر من الزاوية التي يوترها عند محيط الدائرة نقصان قوس $\overline{ج م}$ عن قوس $\overline{ه م}$ ، فهو أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$. فزيادة زاوية $\overline{ب م ا}$ على زاوية $\overline{ب ج ا}$ هي أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$. لكن زيادة زاوية $\overline{ب م ا}$ على زاوية $\overline{ب ج ا}$ هي زاويتا $\overline{ج ا م ج ب م}$ ، فزاويتا $\overline{ج ا م ج ب م}$ أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$ ، وهذا محال.

وإن كانت نقطة $\overline{أ}$ على خط $\overline{ح ك}$ ، فإن خط $\overline{ج ط}$ يكون فيما بين خطي $\overline{ج ح ج ا}$ ، وكذلك خط $\overline{م ن}$ يكون فيما بين خطي $\overline{م ح م ا}$ ، فتكون زاوية $\overline{ب ج ا}$ مما يلي نقطة $\overline{ك}$ ، وكذلك زاوية $\overline{ب م ا}$ تكون مما يلي نقطة $\overline{ك}$ وتكون $\overline{ف - ٨٩ - ر}$ نقطة $\overline{ب}$ تحت خط $\overline{ح م ع}$ ، أعني مما يلي نقطة $\overline{د}$ عن خط $\overline{ح م ع}$ ، وتكون كل واحدة من زاويتي $\overline{ط ج ح ن م ح}$ هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف، وتكون كل واحدة من زاويتي $\overline{ط ج ا ن م ا}$ هي زاوية الانعطاف. فإن كانت زاوية $\overline{ط ج ح}$ مساوية لزاوية $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ط ج ا}$ مساوية لزاوية $\overline{ن م ا}$ ، فتكون زاوية $\overline{ب ج ا}$ مساوية لزاوية $\overline{ب م ا}$ ، وهذا محال.

وإن كانت زاوية $\overline{ط ج ح}$ أعظم من زاوية $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ط ج ا}$ أعظم من زاوية $\overline{ن م ا}$ ، فتكون زاوية $\overline{ب ج ا}$ أصغر من زاوية $\overline{ب م ا}$ ، وهذا محال.

3 هي : هو [ف. ك] - 4 هي : هو [ف] - 6 خطي : كتبها وتغطي، ثم صححها عليها [ك] - 9 أعني ... ح م ع : ناقصة [ك] وهي مثبتة [ت] - 10 واحدة : واحد [ف] - 13 مساوية ... ط ج ا : في الهامش [ك].

الشكل رقم (٧)



وإن كانت زاوية $\overline{ط ج ح}$ أصغر من زاوية $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ط ج ا}$ أصغر من زاوية $\overline{ن م ا}$ ، فيكون جميع زاوية $\overline{ح ج ا}$ أصغر من جميع زاوية $\overline{ح م ا}$ ، فتكون زاوية $\overline{ج ح م}$ أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$ ، ويكون نقصان زاوية $\overline{ج ح م}$ عن زاوية $\overline{ج ا م}$ أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$ ، كما تبين / من قبل. ك - ٧٠ - ط
 ٥ ونقصان / زاوية $\overline{ط ج ا}$ عن زاوية $\overline{ن م ا}$ هو أصغر من نقصان زاوية $\overline{ح ج ا}$ ف - ٨٩ - ط
 عن زاوية $\overline{ح م ا}$ ، فهو أصغر من نقصان زاوية $\overline{ج ح م}$ عن زاوية $\overline{ج ا م}$ ، فنقصان زاوية $\overline{ط ج ا}$ عن زاوية $\overline{ن م ا}$ أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$. ونقصان زاوية $\overline{ط ج ا}$ عن زاوية $\overline{ن م ا}$ هو زيادة زاوية $\overline{ب ج ا}$ على زاوية $\overline{ب م ا}$ ، فزيادة زاوية $\overline{ب ج ا}$ على زاوية $\overline{ب م ا}$ هي أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$. لكن زيادة

١ $\overline{ط ج ح}$: $\overline{ط د ح}$ [ف] $\overline{ط ج د}$ [ك] - 2 جميع (الثانية) : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] -
 3 $\overline{ج ح م}$: $\overline{د ح م}$ [ف] - 5 $\overline{ح ج ا}$: $\overline{ج د ا}$ [ف] - 6 $\overline{ح م ا}$: $\overline{ج م ا}$ [ف] - 8 $\overline{ب ج ا}$: $\overline{ب م ا}$ [ف] - 8-9 فزيادة ... لكن زيادة : ناقصة [ك] ناقصة في [ت] أيضاً - 9 هي : هو [ف] / زيادة : أثبتنا في
 المماس [ف]. الشكل ليس في المخطوطين.

زاوية $\overline{ب ج ا}$ على زاوية $\overline{م ا}$ هي زاوية $\overline{ج ا م}$ ، فزاوية $\overline{ج ا م}$ $\overline{ج ب م}$ أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$ ، وهذا محال .

وإن كانت نقطة $\overline{آ}$ خارجة عن خط $\overline{ك د}$ إلى ما يلي نقطة $\overline{ك}$ ، وكان الجسم المشف الذي فيه بصراً متصلاً إلى موضع نقطة $\overline{آ}$ ، فإننا نصل خطي $\overline{آ ج}$ $\overline{آ م}$ ، فهما يقطعان محيط دائرة $\overline{ج ك د}$ ، فليقطعاهما على نقطتي $\overline{ص ق}$. وإن كانت زاوية $\overline{ط ج ح}$ مساوية لزاوية $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ب ج ا}$ مساوية لزاوية $\overline{ب م ا}$ ، وهذا محال .

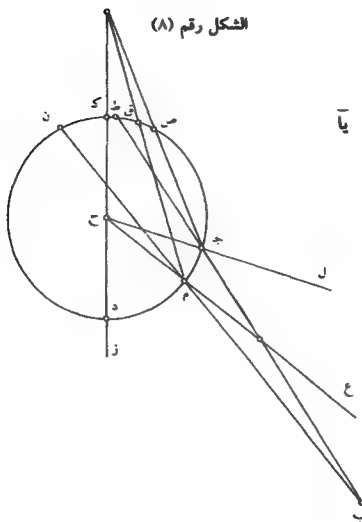
وإن كانت زاوية $\overline{ط ج ح}$ أعظم من زاوية $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ط ج ا}$ أعظم من زاوية $\overline{ن م ا}$ ، فتكون زاوية $\overline{ب ج ا}$ أصغر من زاوية $\overline{ب م ا}$ ، وهذا محال . 10

وإن كانت زاوية $\overline{ط ج ح}$ أصغر من زاوية $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية $\overline{ط ج ا}$ / ف - ٩٠ - و أصغر من زاوية $\overline{ن م ا}$ ، وجميع زاوية $\overline{ج ا م}$ أصغر من جميع زاوية $\overline{ح م ا}$ ، فتكون زاوية $\overline{ج ح م}$ أصغر من زاوية $\overline{ج ا م}$. لكن زاوية $\overline{ج ح م}$ هي التي يوترها عند محيط الدائرة ضعف قوس $\overline{ج م}$ وزاوية $\overline{ج ا م}$ (هي) التي يوترها

15 عند محيط الدائرة زيادة قوس $\overline{ج م}$ على قوس $\overline{ص ق}$. / فضعف قوس $\overline{ج م}$ ف - ٩٠ - ط أصغر من زيادة قوس $\overline{ج م}$ على قوس $\overline{ص ق}$ ، وهذا محال .

1 زاوية $\overline{ب ج ا}$ على زاوية $\overline{ب م ا}$: ناقصة [ك] ناقصة في [ت] أيضاً / هي : هو [ف] ، [ك] / $\overline{ج ب م}$: $\overline{ج ب ا}$ [ك] - 3 $\overline{ك د}$: $\overline{ك ز}$ [ك] - 4 $\overline{أ ج}$: $\overline{أ ح}$ [ك] - 5 $\overline{ج ك د}$: $\overline{ج ك ز}$ [ك] / فليقطعاهما : فليقطعاهما [ف] - 6 $\overline{ط ج ح}$: $\overline{ط د ح}$ [ك] - 8 $\overline{ط ج ا}$: $\overline{ط ح ا}$ [ف] ، [ك] - 9 $\overline{ب ج ا}$: $\overline{ب ا}$ [ف] - 11 $\overline{ط ج ا}$: $\overline{ط ج ا}$ [ك] - 12 $\overline{ح ج ا}$: $\overline{ح د ا}$ [ك] - 13 $\overline{ج ح م}$ (الثانية) : $\overline{ج م ح}$ [ف] / $\overline{م ج ح}$ [ك] .

الشكل رقم (٨)



وإذا كانت نقطة $\overline{ب}$ خارجة عن خط $\overline{أح}$ ، فليس تنعطف صورتها إلى
بصر $\overline{أ}$ إلا من نقطة واحدة فقط. وإذا لم تنعطف صورتها إلا من نقطة
واحدة ، فليس يكون لها إلا خيال واحد ؛ ويكون خيالها : إما قدام البصر وإما
من وراء البصر وإما في موضع الانعطاف كما تبين فيما تقدم ، وذلك ما أردنا أن
5 تبين.

2 واحدة: واحد [ك] - 3 واحد: واحد فقط [ك].

وإن كان الجسم المشف الأغظ يلي البصر، وكان الجسم الألف يلي
 المبصر، وكان شكلهما على ما هما عليه، أعني إذا كانت نقطة ب هي
 المبصر، فليس يكون للمبصر أيضاً إلا خيال واحد، وبرهان ذلك مثل ما بيناه
 في عكس الشكل الثامن.

3 للمبصر: المبصر [ف] / خيال واحد: خيالاً واحداً [ف، ك] - 4 نجد في [ت] عكس الشكل السابع.

النص السادس

〈كتاب المناظر – المقالة السابعة〉 〈العدسة الكرية〉

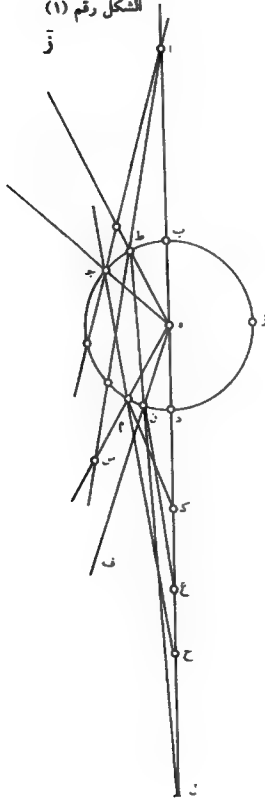
- 5 إلا أنه قد يكون في المبصرات المألوفة ما يُرى من وراء جسم مشف كروي ف - ١٢١ - ظ
ك - ٨٦ - و
أغلظ من الهواء ويكون محده يلي البصر إذا كان المبصر من وراء كرة من البلور
أو الزجاج أو ما يجري مجراها وكان ذلك المبصر في الهواء لا في داخل الكرة.
وأوضاع المبصرات التي بهذه الصفة أيضاً كثيرة وكثيرة الفنون، إلا أن هذه
المبصرات قلما يدركها البصر، وإذا أدركها فقلما يتأملها ويميّز اختلاف صورها.
10 فليس في ذكر جميع فنونها كثيرُ حظ، إلا أننا نقتصر على وضع واحد
مخصوص من أوضاعها، وهو أن يكون البصر والمبصر على عمود واحد قائم على
سطح الجسم الكروي.

6 كرة: الكرة [ف] - 7 لا: لا [ف] - 11 من: ومن [ك].

ابن الهيثم : العدسة الكرية

الشكل رقم (١)

ق



- فليكن البصر نقطة $\bar{آ}$ ، وليكن الجسم الكروي الذي محدبه يلي البصر جسم $\bar{ب ج د ز}$ ، وليكن مركزه نقطة $\bar{هـ}$. ونصل $\bar{آ هـ}$ ونخرجه على استقامة ، ولقطع سطح الكرة على نقطتي $\bar{ب د}$ ، ونخرجه في جهة $\bar{د}$ إلى نقطة $\bar{ح}$. ونخرج من خط $\bar{آ ح}$ سطحاً مستوياً يقطع الكرة ، فهو يحدث في سطح الكرة دائرة ،
- 5 فليكن / دائرة $\bar{ب ج د ز}$. وقد تبين في الشكل التاسع من أشكال فصل فـ ١٢٢ - و الخيال أن خط $\bar{د ح}$ عليه نقط كثيرة تنعطف صورها إلى بصر $\bar{آ}$ من محيط دائرة $\bar{ب ج د ز}$ ، وأن الخط الذي عليه تلك النقط تنعطف صورة جميعه إلى بصر $\bar{آ}$ إذا كان $\bar{ب ج د ز}$ متصلاً وغير منقطع في جهة $\bar{د}$. فليكن خط $\bar{ح ل}$ تنعطف صورته إلى بصر $\bar{آ}$ من محيط دائرة $\bar{ب ج د ز}$. وإذا كان الجسم المشف
- 10 متصلاً في جهة $\bar{د}$ ، فلتكن النقطة التي تنعطف منها صورة نقطة $\bar{ح}$ إلى بصر $\bar{آ}$ نقطة $\bar{ج}$ والنقطة التي تنعطف منها صورة نقطة $\bar{ل}$ إلى بصر $\bar{آ}$ نقطة $\bar{ط}$. فتكون صورة خط $\bar{ح ل}$ تنعطف إلى بصر $\bar{آ}$ من قوس $\bar{ج ط}$. ونصل خطوط $\bar{ح م}$ $\bar{ج ح آ ل ن ط ط آ}$ ، فصورة نقطة $\bar{ح}$ تمتد على خط $\bar{ح ج}$ وتنعطف على خط $\bar{ج آ}$ وصوره نقطة $\bar{ل}$ تمتد على خط $\bar{ل ط}$ وتنعطف على خط $\bar{ط آ}$.
- 15 ونصل خطوط $\bar{هـ ج هـ ط هـ م هـ ن}$ ، ونخرج $\bar{هـ م}$ إلى $\bar{س}$ ونخرج $\bar{هـ ن}$ إلى $\bar{ف}$. فالصورة التي تمتد على خط $\bar{آ ج}$ تنعطف على خط $\bar{ج ح}$ وتنتهي إلى نقطة $\bar{ح}$ ، والصورة / التي تمتد على خط $\bar{آ ط}$ تنعطف على خط $\bar{ط ل}$ وتنتهي إلى $\bar{ف}$ - ١٢٢ - ط نقطة $\bar{ل}$ ، هذا إذا كان الجسم المشف متصلاً إلى نقطة $\bar{ح}$. فإذا كان جسم الكرة منفصلاً عند السطح الكروي ، فإن الصورة التي تمتد على خط $\bar{آ ج}$

١ الذي : الذي يلي [ك] - 2 ب ج د ز : ب ح د ز [ك] وهنا يخلط الناسخ عادة بين الجيم والحاء ولن نشير لهذا مرة أخرى - 3 في : من [ك] - 4 خط : كتب و سطح هـ ثم كتب فوقها و خط هـ [ك] - 7 النقط : النقطة [ف. ك] - 8 فليكن : وليكن [ك] - 10 فلتكن : وليكن [ف، ك] - 11 النقطة : ناقصة [ك] / صورة : ناقصة [ك] / إلى بصر آ : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] / ط : هـ [ك] - 12 صورة : صورة [ك] / ج ط : ح ط [ف. ك] .

- تتعطف على خط جـ مـ ، فيكون انعطافها إلى جهة العمود الذي هو هـ جـ .
 وإذا انتهت الصورة إلى نقطة مـ ، انعطفت انعطافاً ثانياً إلى خلاف جهة
 العمود الذي هو خط هـ مـ سـ ، فلتنعطف إلى نقطة كـ . وكذلك الصورة التي
 تمتد على خط ا طـ تنعطف على خط طـ نـ وإذا انتهت إلى نقطة نـ
 5 < انعطفت > انعطافاً ثانياً إلى خلاف جهة العمود الذي هو خط هـ نـ فـ .
 فليكن انعطاف الصورة التي تنتهي إلى نقطة نـ على خط نـ عـ ، فصورة نقطة
 كـ تمتد على خط كـ مـ وتعطف على خط مـ جـ ثم تنعطف انعطافاً ثانياً على
 خط جـ آـ ، وكذلك صورة نقطة عـ تمتد على خط عـ نـ وتعطف على خط
 نـ طـ ثم تنعطف انعطافاً ثانياً على خط طـ آـ . فصورة جميع خط كـ عـ تنعطف
 10 إلى بصر آـ من قوس جـ طـ . وإذا أثبتنا خط آـ كـ وتوهمنا شكل / ا جـ مـ كـ فـ ١٢٣ - و .
 مستديراً حول خط آـ كـ ، حدث من قوس جـ طـ شكلٌ مستديرٌ كالحلقة .
 فتكون صورة خط كـ عـ منعكسة من جميعه إلى بصر آـ ، ويكون خيال خط
 كـ عـ هو مركز البصر الذي هو نقطة آـ ، فترى صورة كـ عـ في جميع السطح
 المستدير الذي هو موضع الانعطاف الذي على استقامة خطوط الشعاع الذي
 15 هو على شكل الحلقة . فتكون صورة خط كـ عـ أعظم منه ، ويكون شكل
 الصورة مخالفاً لشكل خط كـ عـ الذي هو المبصر .

1 فيكون : ويكون [ك] - 3 - فلتنعطف إلى نقطة كـ : ناقصة [ف] / وكذلك : ولذلك [ف] ، [ك] - 4 - انتهت : انعطفت
 [ك] وفي [ت] cum fuerit refracta - 5 - نـ فـ : نـ كـ [ف] - 11 - حول : مكررة [ك] / شكل مستدير : شكلاً مستديراً [ف] ، [ك] -
 12 فتكون : تكون [ك] / منعكسة : هكنا ، والمقصود منعطفة [ف] ، [ك] وفي [ت] refringetur - 15 على : ناقصة
 [ك] - 16 - خالفاً : مخالفة [ف] ، [ك] .

الشمع ويؤخرها إلى أن يرى السواد المستدير. فإذا رأى السواد المستدير، فليحط الشمع فإنه يبطل ذلك السواد المستدير، ثم يرد الشمع إلى موضعه فإنه يرى ذلك السواد المستدير.

فَيَبَيِّنُ من هذا الاعتبار أن المبصر إذا كان من وراء جسم كروي مشف 5 أغلظ من الهواء، وكان البصر وذلك المبصر ومركز الجسم الكروي على خط واحد مستقيم، فإن البصر يدرك ذلك المبصر على شكل الحلقة.

وإن كانت ب ج د ز في جسم أسطواني أيضاً، وكان شفيف ذلك الجسم أغلظ من شفيف الهواء، فإن صورة خط ك ع ترى عند قوس ج ط وعلى القوس المساوية لها النظيرة لها التي من قوس ب ز. ولكن ليس تكون هذه 10 الصورة مستديرة، لأن شكل ا ج م ك إذا دار حول خط ا ك فليس يمر قوس

ج ط بجميع سطح الأسطوانة، ولكن ربما انعطفت الصورة من بعض قطوع الأسطوانة، إلا أنها لا تكون متصلة على استقامة، لأن السطح الذي يخرج من

خط ا ك ويمر بهم الأسطوانة يحدث في سطح الأسطوانة / الذي يلي بصر آ ف - ١٢٤ - ط خطأ مستقيماً يمر بنقطة ب ممتداً في طول الأسطوانة. ولانعطف صورة خط 15 ك ع من ذلك الخط المستقيم، لأن خط ك ب يكون عموداً على ذلك الخط المستقيم. فليس تكون الصورة مستديرة إذا كان الجسم أسطوانياً، بل تكون صورتين، منقطعة إحداهما عن الأخرى. فيرى خط ك ع اثنين، وكل واحد من الاثنين أعظم من خط ك ع، وتكون كل واحدة من الصورتين مخالفة لصورة ك ع، ومع ذلك فإن الصورتين تكونان نقطة واحدة هي مركز البصر.

10 يمر: ثم [ف] يمر به [ك] 12 - لا: ناقصة [ك] وكذلك في [ت] لأن: أثبتنا في الهامش [ف] - 14 - ب: ف، مهمله [ف] - 15 - ك ب: ك ز [ك] - 17 - منقطعة: منقطعة [ف]، ك: ك: من: حل [ك] وفي [ت] refringitur super alteram - 19 تكونان: تكون [ف]، [ك].

النصر السابع

رسالة في الكرة المحرقة

بسم الله الرحمن الرحيم - رب يسرّ وتممّ بالخير والسعادة ٧٤ - ظ

- 5 شعاع الشمس يخرج من الشمس على خطوط مستقيمة، وينفذ في كلّ جسم مشفّ مقابل للشمس. فإذا نفذ في جسم مشفّ، ثم لقي جسماً آخر مشفّاً مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذي هو فيه ولم يكن قائماً على سطح الجسم الثاني على زوايا قائمة، انعطف ولم ينفذ على استقامته.
- وإذا كان قائماً على سطح الجسم الثاني امتدّ على استقامة ولم ينعطف. وإذا
- 10 كان الجسم الثاني أغلظ من الجسم الأول، كان انعطف الشعاع إلى جهة العمود القائم على سطح الجسم الثاني. وإن كان الجسم الثاني أطف من الجسم الأول. كان انعطف الشعاع إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الجسم الثاني، وقد بيّنا هذا المعنى في المقالة السابعة من كتابنا في المناظر وأوضحنا الطريق إلى سبره واعتباره. وتبيّن هذا المعنى أيضاً في المقالة الخامسة من كتاب
- 15 بطلميوس في المناظر.

والزجاج والبلور والماء وما جرى مجراها أغلظ من الهواء. فإذا امتدّ شعاع الشمس في الهواء وانتهى إلى جسم من الزجاج أو البلور أو الماء أو ما جرى مجرى ذلك. ولم يكن قائماً على سطحه على زوايا قائمة، فإنه ينعطف ولا يمتدّ

14 سبره: أثبتنا التاسع مرة أخرى في الغاش.

على استقامة ، ويكون انعطافه إلى جهة العمود القائم على سطح ذلك الجسم .
 ثم ينفذ في الجسم الثاني الذي هو الزجاج وما يجري مجراه على استقامة الخط
 الذي انعطف عليه . فإذا انتهى إلى آخره وكان من ورائه هواء . فإنه ينعطف
 أيضاً ويكون انعطافه إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الهواء المحيط
 5 بذلك الجسم . وإذا انعطف الشعاع من الهواء إلى الزجاج . كانت زاوية
 انعطافه أقل من نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود وأكثر من
 ربعها . وقد / بين ذلك بطليموس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر . ٧٥ - و
 وإن الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود كلما عظمت عظمت زاوية
 الانعطاف ، وكانت نسبة زاوية الانعطاف إلى الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع
 10 العمود قبل الانعطاف أعظم . وإذا كانت زوايا الشعاع والعمود متساوية ،
 كانت زوايا الانعطاف متساوية .

وكل قوسين مختلفتين تقسمان على نسبة واحدة ، فإن نسبة جيب الجزء
 الأعظم من القوس الصغرى إلى جيب الجزء الأصغر منها أعظم من نسبة
 جيب الجزء الأعظم من القوس العظمى إلى جيب الجزء الأصغر منها ، وهذا
 15 المعنى قد بيناه في كتابنا في خطوط الساعات . وكل شعاع من شعاعات
 الشمس إذا حصل في نقطة من النقط ، فإنه يحدث عند تلك النقطة حرارة
 ما ، فإذا انعطف إلى نقطة واحدة شعاعات كثيرة ، حصل في تلك النقطة
 حرارات كثيرة . وإذا كثرت الحرارة عند نقطة من النقط وتضاعفت ، حدث
 عند تلك النقطة إحراق لفرط الحرارة .

<أ>

20

وإذا قد قدمنا هذه المقدمات ، فإننا نقول : إن كل كرة من الزجاج أو البلور

 21 فإننا : كررها في الملمش .

أوما يجري مجراها إذا قوبل بها جرم الشمس، فإن شعاع الشمس يعطف على محيط دائرة في الكرة إلى نقطة واحدة.

فلنبين ذلك بالبرهان : وليكن كرة من الزجاج أو ما يجري مجراه عليها $\overline{أ ب ج}$. فهذه الكرة إذا قوبل بها الشمس وأشرق عليها ضوء الشمس، فإن 5 بين مركز الكرة وبين مركز الشمس خط متخيل على جميع الأحوال. فإذا توههم سطح يخرج من ذلك الخط ويقطع جرم الشمس، فإنه يحدث في الكرة دائرة ويحدث في جرم الشمس دائرة.

فلتكن الدائرة التي في الكرة دائرة $\overline{أ ب ج}$ ، ولتكن الدائرة التي في الشمس دائرة $\overline{ه ز ح}$ ، وليكن مركز الكرة نقطة $\overline{د}$ ، ومركز الشمس نقطة 10 $\overline{ط}$ ، وليكن الخط الذي يمر بمركزهما - الذي فيه خرج السطح - خط

$\overline{ط ز أ د ج}$ / ولينفذ على استقامة إلى $\overline{ك}$. وتوههم نقطة على محيط دائرة $\overline{ه ز ح}$ $\overline{ط}$ $\overline{أ ب ج}$ قريبة من نقطة $\overline{أ}$ ولتكن نقطة $\overline{م}$ ، وتوههم خطاً يخرج من نقطة $\overline{م}$ في سطح دائرة $\overline{أ ب ج}$ ، ويكون موازياً لخط $\overline{أ ط}$ ، وننفذه في الجهتين، فهو ينتهي إلى محيط دائرة $\overline{ه ز ح}$ ، فليته إلى نقطة $\overline{ح}$ ، وليته في الجهة الأخرى إلى 15 محيط دائرة $\overline{أ ب ج}$ ، فليته إلى نقطة $\overline{ن}$ ، فيصير هذا الخط خط $\overline{ح م ن}$. ونصل $\overline{د م}$ وننفذه إلى $\overline{ف}$ ، فيكون $\overline{د م}$ عموداً على سطح كرة $\overline{أ ب ج}$ التي من الزجاج أو البلور، وتكون زاوية $\overline{ح م ف}$ مثل زاوية $\overline{ن م د}$.

وشعاع الشمس يمتد (من كل نقطة) منها [شعاع] على كل خط يخرج من تلك النقطة في كل جسم مشف مقابل لتلك النقطة.

20 وإذا حصل الشعاع عند نقطة $\overline{م}$ ، انعطف إلى جهة خط $\overline{د م}$. لأن $\overline{د م}$ هو العمود القائم على سطح الكرة، وجسم الكرة أغلظ وأقل شفيفاً من جسم الهواء، ويكون انعطافه بحسب مقدار زاوية $\overline{ح م ف}$ ، لما تبين في المقدمات.

18 شعاع : شعاع، يستعمل المؤلف كلمة شعاع هنا كإقبيه على أنها جمع.

فإن كانت زاوية ح م ف عظيمة المقدار، كان الانعطاف كثيراً، وإن كانت هذه الزاوية صغيرة المقدار، كان الانعطاف يسيراً. وزاوية ح م ف مساوية لزاوية ا د م، وزاوية ا د م بحسب قوس ا م. فالشعاعات التي تخرج من الشمس إلى النقط القريبة من نقطة آ يكون انعطافها يسيراً، والشعاعات التي تخرج إلى النقط البعيدة من نقطة آ يكون انعطافها كثيراً. ومقدار الانعطاف يكون أبداً أقل من نصف الزاوية النظرية لزاوية ح م ف وأكثر من ربعها. وكلما كانت الزاوية النظرية لزاوية ح م ف أعظم، كانت زاوية الانعطاف أعظم نسبة إليها. فشعاع ح م ن ينعطف عند نقطة م ويكون انعطافه إلى جهة عمود د م. فلينعطف على خط م ب، فتكون زاوية 10 د م ب أقل من نصف زاوية ح م ف وأكثر من ربعها. وتخرج م د إلى ق، فيكون قوس ق ج مثل قوس ج ن، لأن كل واحدة منها مساوية / لقوس ٧٦ - و. ا م. فقوس ن ب أصغر من قوس ب ق. فنقطة ب فيما بين نقطتي ج ن. وتخرج م ب فهو يلقى خط ج ك، فليلقه على نقطة ك، ونصل د ب وننفذه إلى ل. فلأن نقطة ب عند نهاية الكرة، يكون خط ب ك في الهواء؛ ولأن 15 الشعاع ينتهي إلى نقطة ب، وليس هو عموداً على سطح الكرة، لأن العمود الذي يخرج من نقطة ب هو خط د ب ل، يكون الشعاع ينعطف عند نقطة ب، ويكون انعطافه إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الهواء المحيط بالكرة الذي هو خط ب ل، فلينعطف الشعاع على خط ب س. فالشعاع الذي يمتد على خط ح م ينعطف على خط م ب، ثم ينعطف على خط 20 ب س وينتهي إلى نقطة س.

وإذا توهمنا خط ك ط ثابتاً. وتوهمنا سطح س ب م ح دائراً حول خط ط ك. أحدثت نقطة ب دائرة في كرة ا ب ج. وأحدثت نقطة م دائرة في 13 م ب : من ب.

وزاوية $\overline{ب م ع}$ هي زاوية الانعطاف، وزاوية $\overline{س ع ن}$ مثل زاوية $\overline{د س ب}$ لأن خطي $\overline{د س م}$ متوازيان، فزاوية $\overline{د س ب}$ ضعف زاوية الانعطاف، وذلك ما أردنا أن نبين.

(ج)

- 5 ولنعد الصورة. فأقول : إنه ليس ينعطف إلى نقطة $\overline{س}$ شعاع آخر من الشعاعات الموازية لخط $\overline{ا د ج}$ التي في سطح دائرة $\overline{ا ب ج}$.
برهان ذلك : أنه لا يمكن، فإن أمكن، فلينعطف إليها شعاع آخر، وليكن شعاع $\overline{ه ن ع س}$ ، فتكون زاوية $\overline{ع س د}$ ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة $\overline{ن}$. ونصل $\overline{د ن د ع}$ ونخرج $\overline{ن د}$ إلى $\overline{ص}$ ، فتكون زاوية $\overline{ص د ع}$ 10 ضعف زاوية $\overline{د ن ع}$ التي هي الباقي بعد زاوية الانعطاف. وزاوية $\overline{ص د ج}$ مساوية لزاوية $\overline{ا د ن}$ المساوية للزاوية التي يحيط بها شعاع $\overline{ه ن}$ مع عمود $\overline{د ن}$ ، إذا خرج $\overline{د ن}$ في جهة $\overline{ن}$. فزاوية $\overline{ج د ع}$ هي زيادة ضعف الزاوية الباقية بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. وكذلك زاوية $\overline{ج د ب}$ هي زيادة ضعف الزاوية الباقية بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. وقد تبين في المقدمات أن الزاوية التي يحيط بها الشعاع 15 والعمود كلها عظمت عظمت زاوية الانعطاف، وكانت نسبة زاوية الانعطاف إلى الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود أعظم؛ وأن زاوية الانعطاف تكون أبداً أقل من نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع (والعمود) وأكثر من ربعها. وقد تبين في الشكل الذي قبل هذا الشكل أن زاوية $\overline{ا د م}$ مساوية للزاوية 20 التي يحيط بها الشعاع والعمود، وكذلك زاوية $\overline{ا د ن}$ ؛ فنسبة زاوية الانعطاف

8 ه ن ع س : د ر ع س - 10 د ن ع : د ر ع - 19 ا د م : ا د ن - 20 ا د ن : ا د م .

- التي عند نقطة نَ إلى زاوية ا د ن أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة مَ إلى زاوية ا د مَ . فنسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة نَ إلى نصف زاوية ا د ن أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة مَ إلى نصف زاوية ا د مَ . فبالفصل تكون نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة نَ إلى تمام النصف أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة مَ إلى تمام النصف. 5 وتام النصف هو زيادة الباقي بعد الانعطاف على النصف. فنسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة نَ إلى زيادة الباقي بعد الانعطاف على النصف، < بل > ، فنسبة ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة نَ إلى ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د ن / أعظم من نسبة ضعف زاوية ٧٧ - ط 10 الانعطاف التي عند نقطة مَ إلى ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د مَ . وضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د ن هو زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية ا د ن . وكذلك ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د مَ هو زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية ا د مَ . وزاوية ع س د هي ضعف زاوية الانعطاف التي 15 عند نقطة نَ ، وزاوية ب س د هي ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة مَ . وزاوية ع د ج هي زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية ا د ن ، وزاوية ج د ب هي زيادة ضعف < الباقي > بعد الانعطاف على زاوية ا د مَ . فنسبة زاوية ع س د إلى زاوية ع د س أعظم من نسبة زاوية ب س د إلى زاوية ب د س . وبالتبديل تكون نسبة زاوية ع س د إلى زاوية ب س د 20 أعظم من نسبة زاوية ع د ج إلى زاوية ب د ج . وزاوية الانعطاف أقل من

4 فبالفصل : بالفصل - 11 وضعف : وضعت ، ثم اقترح الصواب في الملمش مشيراً إليه بـ « ط » أي « والظاهر » - 14 ع س د : أثبت النسخ ج في الملمش لتحل محل د ، وهي نفس الزاوية - 15 ب س د : فـ سـ

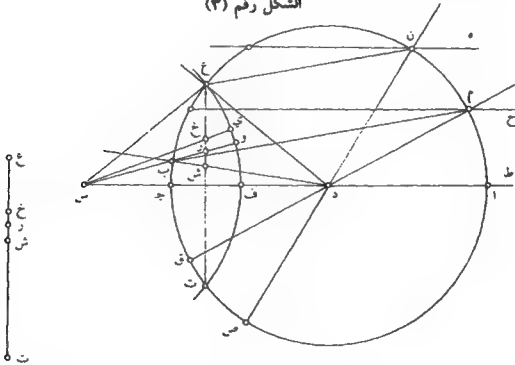
نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود، وأكثر من ربعها، فزاوية الانعطاف أعظم من تمام النصف، فضعف زاوية الانعطاف أعظم من ضعف تمام النصف، فزاوية $\overline{ع س د}$ أعظم من زاوية $\overline{ع د ج}$ ، وكذلك زاوية $\overline{ب س د}$ أعظم من زاوية $\overline{ب د ج}$.

- 5 ونجعل نقطة $\overline{س}$ مركزاً، وندير يبعد $\overline{س ع}$ قوساً من دائرة، وليكن قوس $\overline{ع ف ت}$ ، ولتكن نقطة $\overline{ف}$ على خط $\overline{د س}$ ، ونقطة $\overline{ت}$ على محيط الدائرة؛ فيكون قوس $\overline{ع ف}$ مثل قوس $\overline{ف ت}$ ، لأن الخط الذي يخرج من نقطة $\overline{س}$ إلى نقطة $\overline{ت}$ يكون مساوياً لخط $\overline{س ع}$ ، والخط الذي يخرج من نقطة $\overline{د}$ إلى نقطة $\overline{ت}$ يكون مساوياً لخط $\overline{د ع}$. ونصل $\overline{ت ع}$ ، فيكون عموداً على خط $\overline{د س}$ ، ويُقسم بنصفين على خط $\overline{د س}$ ، ويكون قوس $\overline{ت ج}$ مثل قوس $\overline{ج ع}$. ونخرج $\overline{س ب}$ على استقامة في جهة $\overline{ب}$ ، فهو يقطع خط $\overline{ت ع}$ ويلقى ٧٨ - ر قوس $\overline{ع ف ت}$. فليقطع خط $\overline{ت ع}$ على نقطة $\overline{ر}$ ويلقى القوس على نقطة $\overline{و}$ ، فتكون نسبة قوس $\overline{ع ف}$ إلى قوس $\overline{ف ت}$ وكنسبة زاوية $\overline{ع س د}$ إلى زاوية $\overline{د س ب}$ ، ونسبة قوس $\overline{ع ج}$ إلى قوس $\overline{ج ب}$ كنسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى زاوية $\overline{ج د ب}$. وقد تبين أن نسبة زاوية $\overline{ع س د}$ إلى زاوية $\overline{د س ب}$ أعظم من نسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى زاوية $\overline{ج د ب}$ ، فنسبة قوس $\overline{ع ف}$ إلى قوس $\overline{ف ت}$ وأعظم من نسبة قوس $\overline{ع ج}$ إلى قوس $\overline{ج ب}$ ؛ فنسبة قوس $\overline{و ع}$ إلى قوس $\overline{ع ف}$ أعظم من نسبة قوس $\overline{ب ع}$ إلى قوس $\overline{ع ج}$ ، فنسبة قوس $\overline{و ع}$ إلى قوس $\overline{ع ت}$ أعظم من نسبة قوس $\overline{ب ع}$ إلى قوس $\overline{ع ت}$ ؛ فنسبة قوس $\overline{ع و}$ إلى قوس $\overline{وت}$ أعظم من نسبة قوس $\overline{ع ب}$ إلى قوس $\overline{ب ت}$. فلتكن نسبة قوس $\overline{ع ي}$ إلى قوس $\overline{ي ت}$ كنسبة قوس $\overline{ع ب}$ إلى قوس $\overline{ب ت}$ ؛ فتكون نسبة قوس $\overline{ت ي}$ إلى

3 وكذلك : ولذلك - 6 ع $\overline{ف ت}$ كنسبة $\overline{و ف}$ وأثبت الصحيح في الماشر - 7 $\overline{ف ت}$: كنسبة $\overline{و ف}$ وأثبت الصحيح في الماشر.

قوس $\overline{ي ع}$ كنسبة «قوس» $\overline{ت ب}$ إلى قوس $\overline{ب ع}$. ونصل $\overline{س ي}$ ، فهو يقطع
خط $\overline{ت ع}$: فليقطعه على نقطة $\overline{خ}$. وخط $\overline{د ب}$ يقطع خط $\overline{ت ع}$: فليقطعه
على نقطة $\overline{ش}$ ، فتكون نسبة جيب قوس $\overline{ت ب}$ إلى جيب قوس $\overline{ب ع}$ كنسبة
 $\overline{ت ش}$ إلى $\overline{ش ع}$. ونسبة جيب قوس $\overline{ت ي}$ إلى جيب قوس $\overline{ي ع}$ كنسبة
 $\overline{ت خ}$ إلى $\overline{خ ع}$. وقوس $\overline{ف ع}$ أعظم من الشبيهة بقوس $\overline{ج ع}$. لأن زاوية
 $\overline{ع س د}$ أعظم من زاوية $\overline{ع د ج}$ ، فقوس $\overline{ت ف ع}$ أعظم من الشبيهة بقوس
 $\overline{ت ج ع}$. ونسبة قوس $\overline{ت ي}$ إلى قوس $\overline{ي ع}$ كنسبة قوس $\overline{ت ب}$ إلى قوس
 $\overline{ب ع}$ ، فنسبة $\overline{ت ش}$ إلى $\overline{ش ع}$ أعظم / من نسبة $\overline{ت خ}$ إلى $\overline{خ ع}$ لما تبين في ٧٨ - ط
المقدمات، وهذا محال.

الشكل رقم (٣)



١٥ فليس نسبة قوس $\overline{ع}$ وإلى «قوس» $\overline{وت}$ أعظم من نسبة قوس $\overline{ع ب}$ إلى
قوس $\overline{ب ت}$ ، فليس نسبة زاوية $\overline{ع س د}$ إلى زاوية $\overline{د س ب}$ أعظم من نسبة

3 ش: مهملة. ولن نشير إليها مرة أخرى - 6 ع س د: أثبت في الملمش ع س ج - 10 طيس: وليس.

زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى زاوية $\overline{ج د ب}$. لكنه قد تبين أن نسبة زاوية $\overline{ع س د}$ إلى زاوية $\overline{د س ب}$ أعظم من نسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى زاوية $\overline{ج د ب}$. وهذا محال. فليس ينعطف إلى نقطة $\overline{س}$ شعاع من الشعاعات الموازية لخط $\overline{ا ج}$ غير شعاع واحد، وذلك ما أردنا أن نبين.

(د)

5

وإذ قد تبين ذلك، فإننا نقول: إن الشعاع الذي ينعطف من نقطة $\overline{ع}$ ينتهي إلى نقطة من خط $\overline{ج س}$ فيما بين نقطتي $\overline{ج س}$ ، ولا ينتهي إلى نقطة من وراء نقطة $\overline{س}$.

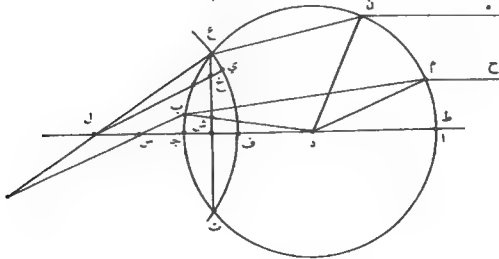
وإن أمكن، فلينعطف الشعاع من نقطة $\overline{ع}$ إلى نقطة من وراء نقطة $\overline{س}$.
 10 ولتعد الصورة، وليكن الشعاع مثل شعاع $\overline{ل}$ ، فتكون زاوية $\overline{ل}$ ضعف زاوية الانعطف، وتكون أعظم من زاوية $\overline{س}$ ، وتكون نسبتها إلى زاوية $\overline{س}$ أعظم من نسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى زاوية $\overline{ج د ب}$. ولتكن نسبة زاوية $\overline{ع ل د}$ إلى زاوية $\overline{د ل ي}$ كنسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى زاوية $\overline{ج د ب}$. ولتكن نقطة $\overline{ي}$ على قوس $\overline{ت ف ع}$ ، فتكون زاوية $\overline{ي ل د}$ أعظم من زاوية $\overline{ب س د}$ ، فخط $\overline{ي ل}$
 15 يلقى خط $\overline{ب س}$ من وراء نقطة $\overline{س}$ ، فخط $\overline{ل ي}$ فيما بين خطي $\overline{س ب ل ع}$ ، فهو يقطع خط $\overline{ت ع}$ ، فليقطعه على نقطة $\overline{خ}$ ، مثل خط $\overline{ل خ ي}$. فتكون نسبة قوس $\overline{ع ف}$ إلى قوس $\overline{ف ي}$ كنسبة زاوية $\overline{ع ل د}$ إلى زاوية $\overline{ي ل د}$ ، التي هي نسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى زاوية $\overline{ج د ب}$ ؛ فنسبة قوس $\overline{ع ف}$ إلى قوس $\overline{ف ي}$ كنسبة قوس $\overline{ج ع}$ إلى قوس $\overline{ج ب}$ ، فنسبة قوس $\overline{ف ع}$ إلى قوس $\overline{ع ي}$
 20 كنسبة قوس $\overline{ج ع}$ إلى قوس $\overline{ع ب}$ ، فنسبة قوس $\overline{ت ف ع}$ إلى قوس $\overline{ع ي}$ كنسبة قوس $\overline{ت ج ع}$ إلى قوس $\overline{ع ب}$ ، فنسبة قوس $\overline{ت ف ي}$ إلى قوس $\overline{ي ع}$

16 ت ع : ز ع / خ : مهملة، ولن نشير إليها مرة أخرى.

كنسبة قوس $\overline{ب ج ت}$ إلى قوس $\overline{ب ع}$ ، فنسبة جيب قوس $\overline{ت ج ب}$ إلى جيب قوس $\overline{ب ع}$ أعظم / من نسبة جيب قوس $\overline{ت ف ي}$ إلى جيب قوس $\overline{ف ي ع}$ ، فنسبة $\overline{ت ش}$ إلى $\overline{ش ع}$ أعظم من نسبة $\overline{ت خ}$ إلى $\overline{خ ع}$. وهذا محال .
فليس ينعطف الشعاع من نقطة $\overline{ع}$ إلى نقطة من وراء نقطة $\overline{س}$ ، وقد تبين أنه ليس ينعطف إلى نقطة $\overline{س}$ ، فالشعاع الذي ينعطف من نقطة $\overline{ع}$ ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتي $\overline{س ج}$. وإن كان الشعاع الذي ينعطف من نقطة $\overline{ن}$ يصل إلى نقطة $\overline{ب}$ ، أو إلى نقطة فيما بين نقطتي $\overline{ب ع}$ ، فهو بين أنه ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتي $\overline{س ج}$ ، لأنه يحيط مع خط $\overline{أ س}$ بزاوية أعظم من زاوية $\overline{أ س ب}$.

10 فقد تبين مما بيناه أن كل شعاع يصل إلى نقطة من كرة $\overline{أ ب ج}$ ويكون موازياً لخط $\overline{أ ج}$. فإنه ينعطف إلى نقطة من خط $\overline{أ ج}$ ومن وراء نقطة $\overline{ج}$ ، وأن كل شعاع أبعد عن نقطة $\overline{أ}$ ينعطف إلى نقطة أقرب إلى نقطة $\overline{ج}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٤)



١ ت ج ب : أثبت التماس نعمات ج ف - ٦ ع : ج .

وقد تبين من هذا البيان أنه ليس ينعطف إلى نقطة واحدة من النقط .
التي على قطر $\overline{أج}$ ، التي تحت نقطة $\overline{ج}$ ، إلا شعاع واحد فقط من
الشعاعات الموازية التي في سطح دائرة $\overline{أب ج}$.

وقد تبين في الشكل الأول أنّ كلّ نقطة من محيط دائرة $\overline{أب ج}$. إذا
5 انعطف منها شعاع إلى نقطة من الخطّ المتصل بخطّ $\overline{أج}$. فإنه ينعطف إلى
تلك النقطة شعاعات متصلة من محيط الدائرة التي في الكرة التي ترسمها
النقطة التي على محيط الدائرة عند حركة دائرة $\overline{أب ج}$ حول قطرها .

فيتبين من جميع ذلك أنه ليس ينعطف شعاع الشمس المشرق على الكرة
إلى نقطة واحدة من النقط التي على استقامة قطر واحد / بعينه من أقطار الكرة ٧٩ - ٥
10 إلا من محيط دائرة واحدة من الدوائر التي في تلك الكرة .

(٥)

وقد بقي أن نحدّ نهاية الدوائر التي في الكرة التي ينعطف منها الشعاع إلى
خطّ واحد بعينه من الخطوط التي على استقامة أقطار الكرة ، ونحدّ نهاية الخطّ
الذي عليه تكون جميع النقط التي تنعطف إليها الشعاعات ليتعين موضع
15 الإحراق .

فلنعد دائرة $\overline{أب ج}$ ، ونخرج $\overline{ه ب ط}$ موازياً لخطّ $\overline{أج}$ ، فالشعاع الذي
يخرج على خطّ $\overline{ه ب}$ ينعطف إلى قوس $\overline{ط ج}$ ، كما تبين من قبل . فلينعطف
الشعاع على خطّ $\overline{ب ك}$ ، وينعطف إلى نقطة $\overline{ن}$ ، ونصل $\overline{د ب}$ وننفذه إلى $\overline{ح}$
وإلى $\overline{ر}$.

14 موضع : موضع . ثم اقترح الصواب في الماشح مشيراً إليه بـ « ط » ، أي « والظاهر » - 18 ن : ن -
19 ر : ن .

وقد بين بطلميوس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر أن الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود إذا كانت أربعين جزءاً من الأجزاء التي بها الزاوية القائمة تسعين جزءاً، فإن الزاوية التي تبقى بعد الانعطاف تكون خمسة وعشرين جزءاً بهذه الأجزاء. وإذا كانت الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود خمسين جزءاً، كانت الزاوية الباقية بعد الانعطاف ثلاثين جزءاً. فبين من ذلك أن انعطاف الأربعين جزءاً هو خمسة عشر جزءاً، وانعطاف الخمسين جزءاً هو عشرون جزءاً. فبين من ذلك أن زيادة انعطاف الخمسين على انعطاف الأربعين هو نصف زيادة الزاوية، التي يحيط بها الشعاع والعمود، على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود.

10 ثم بين بطلميوس أن زيادة الانعطاف على الانعطاف من بعد الخمسين الجزء تكون أعظم من نصف زيادة الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. فإذا كانت قوس \overline{AB} أربعين جزءاً بالأجزاء التي بها محيط الدائرة ثلاثمائة وستين جزءاً، كانت زاوية \overline{ADB} أربعين جزءاً بالأجزاء التي بها زاوية قائمة تسعين جزءاً، وكانت زاوية \overline{BAC} أربعين جزءاً، وكانت زاوية \overline{BDC} خمسة وعشرين جزءاً، فتكون زاوية \overline{RDC} خمسين جزءاً / فتكون زاوية \overline{JDC} عشرة أجزاء.

٨٠ - ج

وإذا كانت قوس \overline{AB} خمسين جزءاً، كانت زاوية \overline{BAC} خمسين جزءاً، وكانت زاوية \overline{ADB} خمسين جزءاً، وكانت زاوية \overline{BDC} ثلاثين جزءاً، وكانت زاوية \overline{RDC} ستين جزءاً، فكانت زاوية \overline{JDC} عشرة أجزاء. 20 فالشعاع الذي يصل إلى طرف القوس، التي بعدها عن نقطة \overline{A} أربعون جزءاً، ينعطف إلى نقطة بعدها عن نقطة \overline{J} عشرة أجزاء. فالشعاع الذي

3 تسمين : منصوبة على تقدير أنها جملة اسمية أي : من الأجزاء التي كان بها الزاوية القائمة. ولن نشير إلى ذلك مرة أخرى - 7 عشرون : عشرون - 16 ردك : ردك - 19 فكانت : وكانت - 20 أربعين : أربعين.

يصل إلى طرف القوس، التي بعدها عن نقطة آ خمسون جزءاً. ينعطف أيضاً إلى النقطة التي بعدها عن نقطة جـ عشرة أجزاء، ويلتقي الشعاعان على نقطة واحدة مما يلي نقطة جـ، وينعطفان إلى نقطتين مختلفتين من النقط التي تحت نقطة جـ، لأنها يحيطان مع الخط المتصل بخط آجـ بزائيتين مختلفتين.

5 فإذا كانت قوس أبـ خمسين جزءاً، فإننا نقول : إن كل شعاع يصل إلى نقطة من وراء نقطة بـ، فإنه ينعطف إلى نقطة من قوس جـ كـ فيما بين نقطتي جـ كـ. ولنخرج شعاع على خط فـ عـ، ولننقله إلى قـ، فأقول : إن شعاع فـ عـ ينعطف إلى نقطة من قوس جـ كـ فيما بين نقطتي جـ كـ، وذلك أن زيادة قوس آـ عـ على قوس أبـ هي زيادة زاوية ادـ عـ على زاوية ادـ بـ، التي 10 هي زاوية بـ دـ عـ، فزيادة انعطاف شعاع فـ عـ على انعطاف شعاع هـ بـ هو أكثر من نصف زاوية بـ دـ عـ. فالزاوية التي هي زيادة الانعطاف هي (التي) تفصل من قوس بـ عـ أكثر من نصفها. وإذا كانت زاوية الانعطاف على محيط الدائرة، فهي تفصل قوساً أعظم من قوس بـ عـ. وقوس بـ عـ مثل قوس قـ طـ، فزيادة انعطاف شعاع فـ عـ على انعطاف شعاع هـ بـ هي 15 قوس أعظم من قوس قـ طـ. وانعطاف شعاع هـ بـ هو قوس طـ كـ، فانعطاف شعاع فـ عـ هو أعظم من قوس قـ كـ.

فقد تبين في الشكل الأول أن كل شعاع ينعطف من قوس بـ جـ، فإنه يلقى محيط الدائرة على نقطة دون نقطة كـ، فشعاع فـ عـ إذا / انعطف، فهو ٨٠ - طـ ينتهي إلى نقطة فيما بين نقطتي كـ جـ. فلينعطف الشعاع على خط عـ صـ؛ 20 وقد تبين في الشكل الرابع أن الشعاع الذي ينعطف من نقطة من وراء النقطة

١ خمسون : خمسين - 4 لأنها : 8 جـ - 5 : 17 الشكل الأول : يعني الحالة الأولى من هذا الشكل نفسه / بـ جـ : أبـ جـ - 18 كـ : جـ.

النظيرة لِنقطة $\overline{ب}$ وينتهي إلى نقطة \langle من وراء نقطة \rangle نظيرة لِنقطة $\overline{ط}$. فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتي $\overline{ج}$ $\overline{ن}$.

فقد تبين من هذا البيان أن كل شعاع يصل إلى الكرة ويكون موازياً لقطر الكرة الذي ينتهي إلى الشمس ، ويكون بعده من طرف القطر أكثر من خمسين جزءاً من الأجزاء التي بها الدائرة ثلاثمائة وستين جزءاً . فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين النقطة التي ينعطف إليها الشعاع من طرف القوس : التي هي خمسون جزءاً ، وبين طرف القطر ، الذي على الأرض من الكرة . النظر لِنقطة $\overline{ج}$ ، ثم ينعطف إلى نقطة من الخط المتصل بالقطر النظر لخط $\overline{ج}$ $\overline{ن}$ فيما بين نقطتي $\overline{ج}$ $\overline{ن}$. فالتقطة النظيرة لِنقطة $\overline{ك}$ هي التي تحد نهاية الشعاعات المنعطفة ، والنقطة النظيرة لِنقطة $\overline{ن}$ هي التي تحد جميع النقط التي تنعطف إليها الشعاعات التي من وراء الخمسين الجزء . وكل نقطة على قوس $\overline{ك}$ $\overline{ج}$ تحدث في الكرة دائرة إذا حركت دائرة $\overline{أ ب ج}$ حول قطر $\overline{أ ج}$ ، فالدائرة التي ترسمها نقطة $\overline{ك}$ هي التي تحد جميع الدوائر التي تنعطف منها الشعاعات إلى خط $\overline{ج ن}$ وما يتصل به .

15 ونخرج خط $\overline{ن ك}$ إلى محيط الدائرة ، ويلقى الدائرة على نقطة $\overline{ل}$ ، وليقطع خط $\overline{ب ط}$ على نقطة $\overline{م}$ ، فتكون زاوية $\overline{ب ك م}$ مثل زاوية $\overline{ك ب م}$ ، كما تبين في الشكل الثاني ، فتكون قوس $\overline{ب ل}$ مثل قوس $\overline{ط ك}$ ؛ وإذا كانت قوس $\overline{أ ب}$ خمسين جزءاً ، قوس $\overline{ط ك}$ أربعون جزءاً ، وقوس $\overline{ب ل}$ أربعون جزءاً ، فقوس $\overline{أ ل}$ تسعون جزءاً .

20 فإذا أخرج قطر الدائرة النظر لقطر $\overline{أ ج}$ ، وقسمه قوس $\overline{أ ب ج}$ بنصفين على نقطة $\overline{ل}$ ، وجعل قوس $\overline{ج ك}$ عشرة أجزاء ، ووصل $\overline{ل ك}$ وأخرج على

1 ط : ص - 7 خمسون / خمسين / النظر : النظيرة - 18 أربعون : أربعين / أربعون : أربعين - 19 تسعون : تسعين - 20 نصفين : الأصح : نصفين . ولن نشير إليها مرة أخرى .

استقامة إلى أن يلقى خطَّ $\overline{أ ج}$ ، كان الخطُّ الذي ينفصل بين خطِّ $\overline{ل ك}$ وبين نقطة $\overline{ج -}$ الذي هو خطُّ $\overline{ن ج -}$ - هو الذي يحيط بجميع نقاط الانعطاف ٨١ - و التي تنعطف إليها الشعاعات من قوس $\overline{ب ل}$. والشعاعات التي تصل إلى القوس ، التي هي أربعين جزءاً . تنعطف إلى قوس $\overline{ك ج -}$ ، ثم تنعطف إلى نقطة من وراء نقطة $\overline{ن}$. لأن قوس $\overline{أ ب}$ إذا كانت أربعين جزءاً ، كان شعاع $\overline{ب ط}$ من وراء كل شعاع يصل إلى قوس $\overline{أ ب}$. فإذا وصل شعاع إلى نقطة من قوس $\overline{أ ب}$ ، مثل نقطة $\overline{و}$ ، كانت زيادة انعطاف قوس $\overline{أ ب}$ على انعطاف قوس $\overline{أ وقل}$ من نصف قوس $\overline{ب و}$ ، إذا كانت زاوية زيادة الانعطاف على المركز ، وإذا كانت على المحيط . كان الذي يوترها أقل من قوس $\overline{و ب}$. ونخرج وذ ١٠ موازياً لخطِّ $\overline{ب ط}$ ، فلينعطف شعاع $\overline{ق و}$ على خطِّ $\overline{وي}$ ، فتكون زيادة قوس $\overline{ط ك}$ على قوس $\overline{د ي}$ أقل من قوس $\overline{ط د}$ ، فنقطة $\overline{ك}$ فيها بين نقطتي $\overline{د ي}$ ، فنقطة $\overline{ي}$ فيها بين نقطتي $\overline{ك ج -}$ ؛ فتكون نقطة $\overline{ك}$ من وراء النقطة التي ينتهي إليها الشعاع المنعطف من نقطة $\overline{و}$ ، فتكون نقطة $\overline{ن}$ أقرب إلى نقطة $\overline{ج -}$ من النقطة التي ينتهي إليها الشعاع المنعطف من نقطة $\overline{ي}$ ، كما تبين في ١٥ الشكل الرابع .

فالشعاعات التي تمتد إلى القوس ، التي هي أربعون جزءاً ، تنعطف جميعها إلى الخطِّ المتصل بخطِّ $\overline{ج ن}$ ، وتكون نقطة الانعطاف أبعد عن نقطة $\overline{ج -}$ من نقطة $\overline{ن}$. وكل شعاع ينعطف إلى خطِّ $\overline{ج ن}$ وما يتصل به ، فإنه يحدث زاوية - عند النقطة التي ينتهي إليها - هي ضعف زاوية الانعطاف ، كما تبين ٢٠ في الشكل الثاني . وكل خط يخرج من نقطة $\overline{د}$ إلى نقطة الانعطاف ، التي على

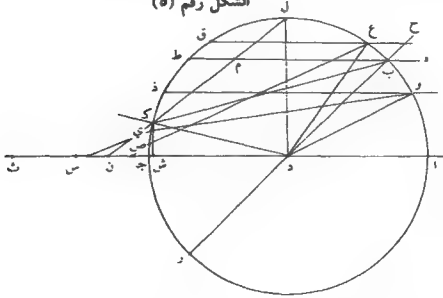
2 ن ج - رج - 4 هي : قد قرأ : بين - 6 ب ط : ب ك - 9 و د : ور . ويوجه عام يكتب الناسخ فقال
رأه . ولن نشير إليها بعد ذلك . - 10 ق و : ق و ي : ور - 13 ن : ر - 16 أربعين : أربعين - 19 كما : لا .

- محيط الدائرة. فهو يحيط مع خط $\overline{د ج}$ بزاوية هي زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود، التي قد تبين أنها أصغر من ضعف زاوية الانعطاف. فالزاوية التي تحدث على خط $\overline{ج ن}$ وما يتصل به تكون أبداً أعظم من الزاوية التي تكون عند نقطة $\overline{د}$ ، فنصف قطر الدائرة
- 5 يكون أبداً أعظم من خط / الانعطاف الذي ينتهي إلى خط $\overline{ج ن}$ وما يتصل $\overline{ن}$ - ٨١. ط به. ونخط الانعطاف أعظم من الخط الذي بين النقطة التي ينتهي إليها خط الانعطاف وبين نقطة $\overline{ج}$: فجميع الخط المتصل بخط $\overline{أ ج}$ - الذي ينتهي إليه جميع الشعاعات المنعطفة - هو أصغر من نصف قطر الدائرة، فتكون جميع النقط التي تنتهي إليها الشعاعات المنعطفة أقرب إلى نقطة $\overline{ج}$ من نقطة $\overline{ث}$. والشعاعات التي تصل إلى القوس - التي هي أربعون جزءاً - هي التي تكون أقرب إلى نقطة $\overline{آ}$ وتنعطف إلى خط $\overline{ن ث}$. فأما الشعاعات التي من وراء الأربعين الجزء، فإن ما يصل منها إلى قوس $\overline{ك ج}$ ينعطف إلى خط $\overline{ج ن}$ ، وهي الشعاعات التي من وراء الخمسين، وما يصل منها إلى نقطة من وراء نقطة $\overline{ك}$ ينعطف أيضاً إلى خط $\overline{ج ن}$ ، لما تبين في الشكل الرابع.
- 15 فالشعاعات التي تنعطف من القوس التي هي < وراء > خمسين جزءاً التي هي قوس $\overline{ب ل}$ ، تنعطف إلى خط $\overline{ج ن}$. والشعاعات التي تنعطف من القوس، التي هي أربعون جزءاً، التي تلي نقطة $\overline{آ}$ ، تنعطف إلى خط $\overline{ن ث}$. فالشعاعات التي تنعطف إلى خط $\overline{ج ن}$ أكثر من الشعاعات التي تنعطف إلى خط $\overline{ن ث}$.
- 20 ونصل $\overline{د ل}$ فيكون عموداً على قطر $\overline{ا د ج}$ ، لأن قوس $\overline{ا ب ل}$ ربع دائرة،

10 ث : ي، أدخالت للتصزيين اللاتين / أربعون : أربعين - 11 د : ث : ن - 12 ينطف : فيعطف - 13 يصل : يتصل - 16 من : إلى - 17 أربعون : أربعين / د : ث : ري. وأثبت في المامش ن - 19 د : ث : ري. وأثبت في المامش ن - 20

وهو ستون جزءاً بالأجزاء التي بها القطر مائة وعشرين جزءاً. ونخرج عمود
 ك ش. فيكون عشرة أجزاء ونصفاً بالتقريب، لأنه جيب قوس ك ج التي هي
 عشرة أجزاء. ونسبة ل د إلى ك ش كنسبة د ن إلى ن ش، فنسبة د ن إلى
 ن ش هي نسبة ستين إلى عشرة أجزاء ونصف. وخط ش ج أكثر من نصف
 5 جزء، فخط ن ج أقل من (اثني) عشرة أجزاء، فهو أقل من سدس خط
 ن د. فخط ن ج أقل من خمس خط ج د. ونقسم ث ج بنصفين على
 نقطة س، فتكون الشعاعات التي تنعطف إلى خط س ج أكثر بكثير من
 الشعاعات التي تنعطف إلى خط س ث؛ وخط س ج أقرب إلى نقطة
 الانعطف من خط س ث، فالحرارة التي تكون عند / خط س ج أكثر من ٨٢ - و
 10 الحرارة التي تكون عند خط س ث، فالإحراق إنما يكون على خط ج س،
 الذي هو أقل من ربع قطر الدائرة، وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (٥)



١ مائة وعشرين : على تقدير الكائن بها القطر وآلا نرم الزرع - 2 ك ش : د و، بدلنا الوو حتى لا تختلط بما
 قبلها. فلقد استعمل هذا الحرف من قبل. ولن نشير إليها فيما بعد / ونصف - 5 ن ج : ر ج -
 6 ث ج : ن ج - 8 س ث : ش ن / س ج : ش ج - 9 س ث : ش ن / س ج : ش ج - 10 س ث :
 ش ن / ج س : ج ش.

< تكملة >

- وكل نقطة من الكرة، فإنه يخرج إليها شعاع من جميع سطح جرم الشمس المقابل لتلك النقطة. والشعاع الموازي لقطر الكرة - الذي قدمنا ذكره - هو أحد الشعاعات التي تخرج إلى تلك النقطة. إلا أن كل شعاع يخرج إلى تلك النقطة، فإنه يحيط مع الشعاع الموازي للقطر بزواوية هي في غاية الضيق ليس لها قدر بالقياس إلى الحس، فإذا انعطف الشعاع الموازي للقطر انعطفت الشعاعات الباقية معه وهي محيطة به، والزوايا التي بينها وبينه في غاية الضيق، فإذا انعطفت جميعها فهي تصير إلى النقطة التي ينتهي إليها الشعاع الموازي [كان] للقطر، وتكون محيطة بتلك النقطة. فيصير الموضع الذي يحصل فيه جميع الشعاعات المنعطفة جزءاً من جسم الهواء له قدر، وليس بمقتدر المقدار لضيق رأس المخروط وقرب المسافة التي انتهى إليها المخروط، إلا أنه ليس هو نقطة متوهمة؛ ومن أجل أن هذا الموضع ذو مقدار، صارت فيه حرارة. ولو كانت نقطة متوهمة، لما حصل فيها حرارة. وكذلك النقطة - التي ينتهي إليها الشعاع - التي في السطح الأعلى من الكرة ليست هي نقطة متوهمة، بل إنما هي جزء صغير من سطح الكرة، إلا أنه أصغر من الجزء الذي ينعطف إليه الشعاع، لأن الشعاع / - الذي يخرج من جميع ٨٢ - ط سطح الشمس إلى جزء صغير من سطح الكرة يكون مخروطاً ويكون ذلك الجزء الصغير رأس المخروط إلا أنه يكون ضيق الرأس؛ فإذا انعطف كان من بعد الانعطاف مخروطاً إلى السعة إلا أنه من أجل أن الموضع الذي ينعطف 20 إليه قريب من رأسه، فليس يتسع اتساعاً له قدر، بل يكون في غاية الضيق.

15-14 ليست هي : ليس هو - 15 هي : هو.

إلا أنه يكون أوسع من رأس المخروط الذي هو الجزء الذي نفذ منه الشعاع إلى داخل الكرة.

وكل نقطة على خط جـ س ينعطف إليها شعاع يحيط بها جزء من الهواء له قدر يسير بالقياس إلى الحس. فمن أجل ذلك يحصل على خط جـ س أجزاء كثيرة من الهواء كل واحد منها له قدر بالقياس إلى الحس؛ وفي كل واحد منها حرارة قد وصلت إليه من جميع جرم الشمس؛ فلذلك إذا اجتمعت هذه الحرارة عند خط جـ س - الذي هو جزء يسير - حدث منها الإحراق.

فكل كرة من الزجاج أو البلور أو ما جرى مجراها، إذا كانت صحيحة الكرية وكانت شديدة الشفيف، إذا قوبل بها جرم الشمس وأشرق عليها ضوء الشمس، فإنه يحدث منها إحراق في الجهة المقابلة لجهة الشمس، ويكون بُعد موضع الإحراق عن سطح الكرة أقل من ربع قطر الكرة.

وكذلك القارورة، إذا كانت من زجاج نقي، وكانت كرية الشكل وصحيحة الكرية ومثلت ماء صافياً، فإنه يكون منها إحراق كما يكون من الزجاج والبلور؛ وذلك أن الزجاج النقي الشديد الشفيف ليس بين شفيفه 15 وشفيف الماء اختلاف له قدر وجسم القارورة أيضاً قليل السمك، والشعاع الذي يصل إلى القارورة وينعطف في جسم القارورة، إذا وصل إلى الماء، امتد على استقامة ولم ينعطف، لأن الانعطف إنما يكون إذا كان بين شفيفي

الجسمين اختلاف له قدر يؤثر في الشعاع؛ وإذا امتد الشعاع على استقامة، ٨٣ - و نفذ في جسم الماء ووصل على استقامته إلى سطح ظاهر القارورة، ثم ينعطف في الهواء، لأن بين شفيف الهواء وبين شفيف الزجاج اختلاف متفاوت، فلذلك ينعطف؛ فيكون انعطاف الشعاع في القارورة المملوءة ماءً على مثل انعطاف الشعاع في الكرة من الزجاج أو البلور.

فأما لِمَ لا يحدث من القارورة إحراقاً. إذا لم تكن مملوءة ماءً، فإن ذلك لأنَّ القارورة، إذا كانت فارغةً، كان في داخلها هواء. وبين شفيف الهواء وشفيف الزجاج اختلاف متفاوت؛ فإذا وصل الشعاع إلى ظاهر القارورة، انعطف من أجل أنَّ الزجاج أغلظ من الهواء المحيط بالقارورة. ثم إذا انعطف، نفذ في جسم الزجاج الذي هو سُمْك جسم القارورة. فإذا انتهى الشعاع إلى أن ينفذ (من سمك جسم) القارورة، انعطف أيضاً، لأنَّ الهواء ألطف من الزجاج. ثم إذا انعطف، امتدَّ في الهواء الذي في داخل القارورة إلى أن يصل إلى الزجاج. فإذا وصل إلى الزجاج، انعطف أيضاً، من أجل أنَّ الزجاج أغلظ من الهواء الذي هو فيه، ثم ينفذ في سُمْك جسم القارورة؛ فإذا انتهى إلى سطحها المحدث، انعطف أيضاً، من أجل أنَّ الهواء ألطف من الزجاج الذي هو فيه. فإذا خرج إلى الهواء، يكون قد انعطف أربع مرات. والشعاع إذا انعطف، ضعف. وقد يتناهدا المعنى في كتابنا في المناظر، أعني أنَّ الشعاع إذا انعطف ضعف. فالعلة التي من أجلها ليس يحدث من القارورة إحراق، إذا كانت القارورة فارغةً، هو أنَّ الشعاع - الذي يصل إليها وينفذ فيها - ليس يخرج من الجهة الأخرى إلا بعد أن ينعطف أربع مرات. والشعاع كلما انعطف ضعف، فإذا انعطف أربع مرات، لم يبق فيه من الحرارة ما يحدث منه إحراق.

وهذا حين نختم هذه المقالة.

تمت، والحمد لله رب العالمين، والصلاة على رسوله محمد وآله أجمعين.

النص الثامن

ابن الهيثم
رسالة في الكرة المحرقة
تحرير كمال الدين الفارسي

ت - ٢٣٦ - و
ل - ٢٧٧ - و
٥٥٥ - ا
س - ١٨٠ - ط
ك - ٢٧٢ - و

٥ الفصل الأول : في أمر الكرة المحرقة

هذا الفصل هو تحرير رسالة لابن الهيثم رحمه الله في الكرة المحرقة، وهي خمسة أشكال. وقد صدرها بمقدمات ذكرت في المناظر فلا يحتاج إلى إعادتها وبأخرى تختص بتلك الرسالة فنوردها. فيها أن زاوية الانعطاف في الزجاج أصغر من نصف العطفية / وأعظم من ربعها. وأحال ذلك على ما بين ك - ٢٧٢ - ط 10 بطليموس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر.

ومنها أن كل قوسين مختلفتين من دائرة تُقسمان على نسبة واحدة فإن نسبة جيب أعظم قسمي الصغرى إلى جيب أصغرهما أعظم من نسبة جيب أعظم قسمي العظمى إلى جيب أصغرهما. وأحال ذلك على كتابه في خطوط / س - ١٨١ - د

6 هنا : وهذا [ك] / رحمه الله : رحمة الله عليه [ك] - 7-6 وهي خمسة أشكال : ناقصة [س] -
7 بمقدمات : مقدمات [س] / يُحتاج : يحتاج [ح] - 8 تختص : سأنخذ بالذكر أو بالمرئ حسب القاعدة
النحوية ولن نشير إلى ذلك فيما بعد اقتصاداً للكلمة. ولأن مثل هذه الأخطاء التي ارتكبها النساخ لم تساعدنا عند التأريخ لمخطوطات نص الفارسي ١، ت، ل، ك / فنوردها : ناقصة [س] - 11 كل : كان [س] / قوسين :
قوس [ت] / مختلفتين : مختلفتين [ت، س، ل، ك] / واحدة : واحد [١] - 12 جيب : يكتبها كل من ناسخ
[ت] و[س] وحيث ولن نشير لذلك مرة أخرى / قسمي : قسي [ك] / الصغرى : ناقصة [١، ت، ك] أيها
في الماش [خ] - 13 قسمي : قسي [ك] / عل : فوق السطر [خ].

الساعات. وقد وجدت ذلك الكتاب وأصبت منه هذه الدعوى، وكانت الشكل الثالث من الكتاب، بهذه العبارة : إذا فصل من دائرة قوسان مختلفتان، وقسم القوسان على نسبة واحدة، وكان القسم الأعظم من القوس العظمى ليس بأعظم من ربع دائرة. فإن نسبة جيب القسم الأعظم من القوس الصغرى إلى جيب القسم الأصغر منها أعظم من نسبة جيب القسم الأعظم من القوس العظمى إلى جيب القسم الأصغر منها. وأعاد الدعوى أخيراً بهذه العبارة : فكل قوسين مختلفتين من دائرة تكون أعظمها أصغر من ربع دائرة، فإن نسبة جيب أعظمها إلى جيب أصغرهما أعظم من نسبة جيب كل قوس أعظم من الشبيهة بأعظم القوسين - إذا لم يكن أعظم من ربع دائرة - إلى جيب القوس النظرية لأصغر القوسين، إذا كانتا من دائرة واحدة ومناسبتين للقوسين الأولين، العظمى للعظمى والصغرى للصغرى. وهذه هي المحتاج إليها في هذه المقالة.

ثم لما كانت / النسخة سقيمة جداً، لم أقدر على حلها، فاكثفت بإيراد ل - ٢٧٨ - و الدعوى. وإن اتفق حلها بعد، أضيفها محررة إلى هذا المقام، إن شاء الله تعالى. ومن تأمل جدول الجيب وجد أن حركة القسي في الازدياد إلى الربع متشابهة وحركة جيوبها غير متشابهة، بل مسرعة في الأوائل مبطئة على التدرج إلى الأواخر. وعند ذلك يتحقق الحكم وفيه مقنع.

١ الساعات: الشاعات (أ)، ح، س، ل/ الكتاب: فرق السطر [خ] / هذه: ناقصة [س] / وكانت وكان [ح] - 2 الثالث: الثلاث (أ) - 3 مختلفتان: مختلفان (أ)، ت، ك - 4 ربع: مربع (أ) / فإن: وإن [ك] - 5 القسم (الثانية): القوس [س] - 5 - 6 أعظم... الأصغر منها: ناقصة (ت)، خ، ك - 6 القسم: ناقصة [س] / الدعوى: الدعاوى [ك] / دعوى [خ] - 7 أخيراً: أخيراً (أ)، ت، س، ك - 8 آخر [ح] آخر [خ] / مختلفتين: مختلفين [س] / أعظمها: أعظمها [ل] من: في [س] - 8 جيب (الثالثة): حيث (أ) ناقصة [س] - 9 أعظم (الأولى): ناقصة (أ) من: في [س] / بأعظم: أعظم [س] - 11 مناسبتين: مناسبتين (أ)، خ / الأولين: الأولين (ل)، ك - 13 كانت: كان [ك] / سقيمة: سهه [س] - 14 بعد: ناقصة [س] / أضيفها: أضيفها [س]، ك / هذا: هذه (ت) / إن شاء: انشاء (أ)، ت، ك - 15 تعالى: ناقصة (أ) تع (ل) / جدول: حدوث [س] / وجد: وجب [س] / القسي: القسيحة (أ) - 16 وحركة جيوبها غير متشابهة: ناقصة (أ)، ت، خ، ك / الأوائل: الأول بل [خ] الأول بل [ك].

ومنها: أن كل شعاع من أشعة الشمس، إذا حصل عند نقطة، فإنه يحدث عندها حرارة. فإذا حصلت عند نقطة واحدة شعاعات كثيرة، حصلت حرارات بحسبها. وإذا تناهت في الكثرة، أحدثت عندها / إحراقاً. ت - ٢٣١ - ظ

آ

- 5 كل كرة من الزجاج والبلور وما أشبههما، إذا قوبل بها جرم الشمس فإن / ٥٥٦ - ١
- شعاعها يتعطف عن محيط دائرة في الكرة إلى نقطة واحدة خارج الكرة على الخط الواصل بين مركزيها. وذلك لأنه يكون بين مركزي الشمس والكرة خط واصل وإذا فرض سطح مستو يمر على ذلك الخط، فإنه يقطع الشمس والكرة ويحدث فيها عظمتين.
- 10 فليكن عظمة الكرة $\overline{أ ب ج}$ ، وعظمة الشمس $\overline{ز ح}$ ، ومركز الكرة $\overline{د}$ ، ومركز الشمس $\overline{ط}$ ، والواصل بين المراكز $\overline{ط ز أ د ج}$ ، ونخرجه إلى $\overline{ك}$ ، وننوههم خط $\overline{م ح}$ واصلًا بين المحيطين موازيًا لـ $\overline{ج ط}$ ، ونخرجه إلى أن يلقى محيط $\overline{أ ب ج}$ على $\overline{ن}$ ، ونصل $\overline{د م}$ ، ونخرجه إلى $\overline{ف}$. فـ $\overline{د م}$ عمود على سطح الكرة، وزاوية $\overline{ح م ف}$ عطفية، وهي مثل $\overline{ن م د}$. فشعاع / ح م - ٢٧٢ - و
- 15 لا ينفذ على $\overline{م ن}$ ، بل يتعطف إلى جهة العمود، وانعطافه بحسب عطفته، فليتعطف على مثل $\overline{م ب}$. فزاوية $\overline{ن م ب}$ أقل من نصف $\overline{ح م ف}$ ، بل

١ أن: ناقصة [خ]، كـ / حصل: حصلت [أ]، ت، ح، خ، م، ك، لـ / إذا حصل عند نقطة: مكورة [ك] - 1 - 2 - فإنه... واحدة: أثبتها في الهامش [ك] - 3 - تناهت: تناهت [ل] / الكثرة: الكثيرة [أ]، ت / أحدثت: أخذت [ك] - 4 - ناقصة [أ]، ت، 5 - فإن: ناقصة [ك] - 6 - من [س] - 7 - مركزيها: مركزيها [ل] - 8 - مستو يمر: مستويه [خ]، كـ - 9 - عظمتين: عظمتين [ل] - 10 - ب ج: أب [س] - 11 - ط ز أ د ج: ز أ د ج: ز أ د ج [س] / ونخرجه: ونخرجه [ل] - 12 - وننوههم: وننوههم [ت]، كـ - 13 - ف: ت [ك] / عمود: فوق السطح [خ] - 5 - وانعطافه: وانعطافه [ك] - 16 - م ب: ب م [ك].

أد م ، وأعظم من ربعها . ونخرج م د إلى ق ، فقوس ق ج مثل ج ن ، لأن
 كلاً منها مثل أ م . فقوس ن ب أقل من نصف قوس ن ج ق ، فنقطة ب فيها
 بين ن ج . فإذا أخرجنا م ب لاقى ج ك ، وليكن على ك ، ونصل د ب ،
 وننقله إلى ل . فلأن نقطة ب عند سطح الكرة ، يكون ب ك في الهواء . ولأن
 شعاع م ب غير عمود ، إذ العمود د ب ل ، فليس ينفذ خارجاً على
 استقامته ، بل ينعطف إلى خلاف جهة العمود ، لكون الهواء أطف . فلينعطف
 على مثل ب س .

وإذا توهمنا خط ك ط ثابتاً / وسطح س ب م ح دائراً دورة تامة ، ل - ٢٧٨ - ظ
 أحدث م مبدأ انعطاف أول في القطعة المقابلة (للسمس) وب مبدأ ثانياً في
 10 القطعة الأخرى ، وح دائرة في كرة الشمس . فيمتد من كل نقطة من الدائرة
 التي على الشمس شعاعٌ إلى المبدأ الأول / موازٍ للواصل بين المركزين ، س - ١٨١ - ظ
 وينعطف في الكرة إلى المبدأ الثاني ، ثم ينعطف في الهواء إلى س . وكذلك
 جميع الأشعة الخارجة من الشمس إلى الكرة على موازاة ط ك بشرط ألا
 تماس الكرة ، فإن الجميع ينعطف ثانياً إلى نقطة على خط ج ك ، وذلك ما
 15 أردناه .

١ وأعظم : فأعظم [أ] / ق : ن [أ] / ق ج : ن ج [أ] - 2 ن ج ق : ن ج ن [أ] - 3 عل : عن
 [خ] - 6 استقامته : استقامة [ح] - 8 ثانياً : ثانياً [أ] / دائراً : دائرة [ث] ، ك / دورة : ناقصة [ك] -
 10 كرة : مركزة [س] : أبداً غير واضح - 11 موازٍ ... المركزين : ناقصة [س] - 12 وكذلك : وذلك [ل] ،
 كتبنا ناسخ [ك] «وكك» ، ولأن نشير إليها فيها بعد.

- ج د ب زيادة ضعف باقية م على عطفتها. ونسبة انعطافية ن إلى عطفتها -
 أعني ا د ن - بل إلى نصفها أعظم من نسبة انعطافية م إلى عطفتها - أعني
 ا د م - بل إلى نصفها. فبال تفصيل : نسبة انعطافية ن إلى تمامها من نصف
 عطفتها / أعظم من نسبة انعطافية م إلى تمامها من نصف عطفتها. وتام ك - ٢٧٣ - ط
 8 الانعطافية من نصف العطفية هو زيادة الباقية على نصف العطفية. فنسبة
 انعطافية ن إلى زيادة باقيتها على نصف عطفتها، بل ضعف / الأولى - أعني ج - و
 ع س د - إلى ضعف الثانية أعظم من نسبة انعطافية م إلى زيادة باقيتها على
 نصف عطفتها، بل ضعف الأولى - أعني ب س د - إلى ضعف الثانية.
 وضعف زيادة الباقية ن على نصف عطفتها هو زيادة ضعف الباقية على
 10 العطفية، وكذلك م. فنسبة زاوية ع س د إلى ع د س أعظم من ب س د
 إلى ب د س. وبالإبدال ع س د إلى ب س د أعظم من ع د ج إلى
 ب د ج. والانعطافية أعظم من / تمامها من نصف العطفية، لأنها أعظم من ١ - ٥٥٨
 ربعها؛ فنصف الانعطافية أعظم من ضعف تمامها من النصف، أعني زيادة
 ضعف الباقية على العطفية؛ فزاوية ع س د أعظم من ع د ج. وكذلك
 15 ب س د أعظم من ب د ج.

ونجعل س مركزاً، ويبعد ع س <نرسم> قوس ع ف ت؛ وليكن ف على
 د س وت على محيط أ ب ج؛ فقوس ع ف مثل ف ت. ونصل ت ع،

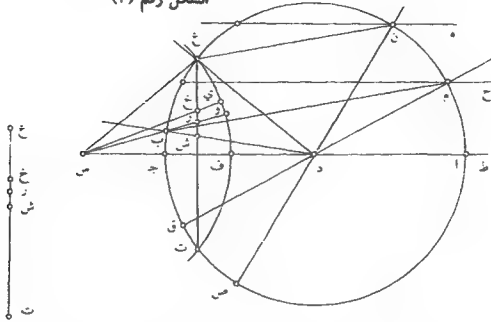
١ عطفتها (الأولى): انتهت بخطوطه [خ] عند هذا الموضع / ونسبة: وكذا نسبة [ك] إلى: ناقصة [ك] - ١2 - د ن:
 ا د [ك] - 2 - 3 أعظم... نصفها: مكررة [ت] م إلى... ن إلى: ناقصة [ك] - 3 فبال تفصيل: فبال تعقيل [١]
 فبال تفصيل [ت] - 4 - م: ناقصة [١] - 4 - 6 أعظم... عطفتها: ناقصة [ك] - 7 ع س د: ب س د [ج] ع د س [س]
 - 8 أعني: ناقصة [ك] ب س د: ع س د [ك] الثانية: الثانية أعظم [ك] - 9 الباقية: باقية [ا]، ت، ح، س، ك /
 عل: إلى [ك] الباقية: الثانية [ك] - 10 م: في م [ا]، ت، م، ك، ف م [ج] ح م [د] إلى ع د س: ناقصة [س] -
 13 نصف: فضعف [ا]، ت، س، ل - 14 وكذلك: ولذلك [س] - 16 ويعد: ويعد [ج] ع س: ع [ا]، ت،
 ح، س، ل، ك.

- فيكون عموداً على دس ويتصّف به. ويكون قوس ت ج مثل ج ع.
 فنخرج س ب إلى أن يلقى وترت ع على ر وقوسه على و؛ فنسبة قوس ع ف
 إلى ف و كنسبة زاوية ع س د إلى زاوية ب س د؛ ونسبة قوس ع ج إلى
 قوس ج ب كنسبة زاوية ع د ج إلى زاوية ب د ج. وقد تبيّن أن نسبة زاوية
 ع س د إلى زاوية ب س د أعظم من نسبة زاوية ع د ج إلى ب د ج؛
 فقوس ع ف إلى ف وأعظم من قوس ع ج إلى ج ب. فبال تفصيل: نسبة
 قوس وع إلى ع ف أعظم من قوس ب ع إلى ع ج؛ فنسبة / قوس وع إلى
 ع ف ت أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت؛ فبال تفصيل قوس ع وإلى وت
 أعظم من قوس ع ب إلى ب ت. فلتكن قوس ع ي إلى ي ت كنسبة قوس
 ع ب إلى ب ت؛ فبالعكس قوس ت ي إلى ي ع كقوس ت ب إلى ب ع.
 ونصل س ي، وليقطع ت ع على خ، وليقطعه أيضاً د ب على ش، فنسبة
 جيب قوس ب ت إلى جيب ب ع كنسبة ت ش إلى ش ع؛ ونسبة / جيب
 قوس ت ي إلى جيب <قوس> ي ع كنسبة ت خ إلى خ ع. وقوس ف وع /
 أعظم من الشبيهة بقوس ج ب ع لأن زاوية ع س د أعظم من زاوية
 ع د ج، فقوس ت ف ع أعظم من الشبيهة بقوس ت ج ع. ونسبة قوس

1 فيكون: ناقصة [س] / يتصّف به: يتصف م [ح] - 2 فنخرج: فيخرج [ت] / س ب: س ت
 [س] - 3 ب س د: ع س د إلى زاوية [ت] / ونسبة: نسبة [ت] / ع ج: ج ب [ك] - 6-3 كنسبة...
 فو: ناقصة [ك] - 4 كنسبة: ناقصة [ا] / تبيّن: بين [ا] - 5 إلى زاوية ب س د: مكررة [ل] -
 8 أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت: أعظم من قوس ع ب إلى ب ع ب أعظم من قوس ب ع إلى ع ف ب
 [ك] / ع ب ت: يقرأ في [ل] بعدها فالتفصيل وع إلى ع وأعظم من قوس ب ع إلى ج فنسبة قوس وع
 إلى ع ف ت أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت، وهذا تكرار مع الخطأ أيضاً ما سبق / فالتفصيل: فالتفصيل
 [س] / ع و: وع [ك] / وت: رب [ح] - 9 ع ي: ع ب [ك] / ي ت: ي ب [ح] ع ب [ك] -
 10-9 فلتكن... إلى ب ت: ناقصة [ل] - 10 ع ب: ع ت [س] / ب ت: رب [ح] / ي ع: ع ي [ك]
 ع [ا] - 11 ت ع: ت [ت] / أيضاً: ناقصة [ح] / د ب: د ت [ك] / ش: س [ك] - 12 ب ت:
 رت [ح] ت ب [ت]، س. ل. / ب ع: د ع [ك] / ت ش إلى ش ع: ت س إلى س ع [ك] -
 13 ف وع: وف ع [ح] - 14 بقوس: قوس [ك] / زاوية: زاوية [ك] - 15 ت ف ع: ت ف [ك] /
 بقوس: قوس [ك].

ت ي إلى قوس ي ع كنسبة قوس ب ت إلى ب ع ، فنسبة ت ش إلى ش ع
أعظم من نسبة ت خ إلى خ ع للمقدمة الموضوعة ، وذلك محال .

الشكل رقم (٣)



أقول : ولا بد أن نبين أن كلا من قوسي ب ت ت ي ليست بأعظم من
ربع دائرة ليتم المطلوب ؛ فتقول : لأن زاوية س ضعف الانعطافية ،
والانعطافية أعظم من ربع العطفية ، فضعف الانعطافية أعظم / من نصف ١ - ٥٥٩
العطفية . والعطفية وإن كانت / أقل من قائمة فقد تقاربها ، وتقارب العطفية إذ ك - ٢٧٤ . و
ذاك ضعف الانعطافية ، فيكون ضعف الضعف حيثئذ أعظم من قائمة ، وهي
التي توتر قوس ت ف ع ، فيكون قوس ت ف ع أعظم من الربع ، فلا جرم
إذن أن قوس ت ي ليست بأعظم من الربع فيحتاج فيه إلى بيان .

١ ب ت : ت ب (ا) ، م ، ل (ل) ت ش إلى ش ع : ب س إلى س ع (ح) ت ش ع (س) - 3 ولا
يد أن : ولا بد من أن (ت) ، ح ، م / أن (الأولى) ناقصة (ك) / نين : نين أن يتبين (ك) / ب ت ت ي :
ت و ت ب (ت) ب ت ب و (ح) بعض الحروف محو (س) ت و ت ب (ل) ، ب ، د ب (ك) - 4
دائرة : فابرحنا (ا) دائرة (ت) ، ح ، م ، ل ، ك - 5 والانعطافية : ناقصة (ت) ، ك - 7 الضعف : النصف
(ك) - 8 ت ف ع (الثانية) : ت و ع (ل) - 9 أن قوس : على أن قوس (ا) ، ت ، ل ، ك على أن فناس
(س) فيحتاج : يحتاج (ا) - 8 - 9 فلا جرم ... الربع : مكررة (ت) .

قال : فليست نسبة قوس $\overline{ع}$ وإلى $\overline{وت}$ أعظم من نسبة قوس $\overline{ع}$ إلى $\overline{ب ت}$ ، فليست نسبة زاوية $\overline{ع س د}$ إلى $\overline{ب س د}$ أعظم من نسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى \langle زاوية $\rangle \overline{ب د ج}$. لكن الشعاع لو انعطف من $\overline{ع}$ إلى $\overline{س}$ لكانت نسبة زاوية $\overline{ع س د}$ إلى $\overline{ب س د}$ أعظم من نسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى $\overline{ب د ج}$.
5 فليس ينعطف إلى $\overline{س}$ شعاع مواز لخط $\overline{ا ج}$ أكثر من واحد ، وذلك ما أردناه .

د

ثم يقول : كل شعاع ينعطف من $\overline{ع}$ ، فإنه ينتهي إلى نقطة من خط $\overline{ج س}$ فيما بين $\overline{ج س}$ ، ولا ينتهي إلى ما وراء $\overline{س}$.
وإلا فنعيد الشكل ، وليكن مثل $\overline{ع ل}$ ، فيكون زاوية $\overline{ل ع د}$ ضعف زاوية الانعطاف ، فتكون أعظم من زاوية $\overline{س}$ ، لأن انعطافية $\overline{ع}$ أعظم من انعطافية $\overline{ب}$. \langle ونسبة $\overline{ل}$ إلى $\overline{س}$ كنسبة $\overline{ل د}$ إلى $\overline{ب س د}$ التي هي أعظم من نسبة $\overline{ع د ج}$ إلى $\overline{ب د ج}$. \rangle وتكون نسبة زاوية $\overline{ل ع د}$ إلى زاوية $\overline{س ع د}$ أعظم من نسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى $\overline{ب د ج}$. وليكن نسبة زاوية $\overline{ع ل د}$ إلى $\overline{د ل ي}$ كنسبة زاوية $\overline{ع د ج}$ إلى $\overline{ب د ج}$ ، وليكن نقطة $\overline{ي}$ على قوس $\overline{ت ف ع}$ ، فيكون 15 زاوية $\overline{ي ل د}$ أعظم من $\overline{ب س د}$ ، فخط $\overline{ي ل}$ يلاقي $\overline{ب س}$ من وراء نقطة $\overline{س}$ ، فخط $\overline{ي ل}$ فيما بين خطي $\overline{س ب ل ع}$ ، وهو يقطع $\overline{ت ع}$ ، وليكن على

1 $\overline{ع ب}$: $\overline{ع ت}$ [س] - 2 $\overline{ب ت}$: $\overline{ب و}$ [ك] - 3 إلى \langle زاوية $\rangle \overline{ب د ج}$: ناقصة [ل] $\overline{ع} : \overline{ح}$ [ح] : $\overline{س}$: ناقصة [ت] - 3 - 4 لكن ... $\overline{ب د ج}$: ناقصة [ك] - 4 $\overline{ع د ج}$: $\overline{د ج ع}$ [ح] - 5 لخط [ك] - 6 $\overline{د}$: ناقصة [ا] ، $\overline{ت}$ ، [ك] - 7 يقول : نقول [ح] ، $\overline{ل}$ ، $\overline{ك}$ / ينعطف : ينعطف [ح] - 7 - 8 نقطة ... ولا ينتهي إلى : ناقصة [ك] - 9 $\overline{ع ل}$: عمود [س] - 10 - 11 انعطافية $\overline{ب}$: بعدد في [ح] ، $\overline{ل}$ [ل] إلى $\overline{ب د ج}$ ، وفوق [ل] أثبت ناسخ [ل] «زائد منه» - 12 - 13 وتكون ... إلى $\overline{ب د ج}$: ناقصة [ل] - 15 $\overline{ي ل}$: $\overline{ل ي}$ [ك] $\overline{ب س}$: $\overline{ت س}$ [س] .

خ مثل ل خ ي / فنسبة قوس ع ف إلى ف ي كنسبة زاوية ع ل د إلى ت - ٢٣٣ - و
ي ل د وكنسبة زاوية ع د ج إلى ب د ج ؛ فنسبة قوس ع ف إلى ف ي
كنسبة قوس ع ج إلى ج ب ، فنسبة قوس ف ع إلى ع ي كنسبة قوس ع ج
إلى ع ب ، فنسبة قوس ت ف ع إلى <قوس> ع ي كنسبة قوس ت ج ع
5 إلى قوس ب ع ، فنسبة قوس ف ي إلى قوس ي ع كنسبة قوس ج ب إلى
ب ع ، فنسبة جيب قوس ج ب إلى جيب قوس ب ع أعظم من نسبة جيب
قوس ف ي إلى <جيب> قوس ي ع ، فنسبة جيب قوس ب ج ت إلى
جيب قوس ب ع أعظم من نسبة جيب قوس ت ف ي إلى <جيب> قوس
ي ع ، فنسبة ت ش إلى ش ع أعظم / من نسبة ت خ إلى خ ع للمقدمة ل - ٢٨٠ - و
10 الموضوعه، وذلك محال.

فليس ينعطف الشعاع من نقطة ع إلى نقطة من وراء س . وتبين أنه
لا ينعطف إلى س ، فتعين المطلوب.

١ ع ل د : ب د ل [ك] - 2 ي ل د : ي د [ك] وكنسبة : كنسبة [ل] ع د ج : ع ج [ل] ع د ج [ك] في ب د ج :
ناقصة [ت] - 2 - 4 فنسبة : ... إلى ع ب : ناقصة [ك] - 2 - 4 فنسبة قوس ف ع : ... إلى ع ب : ناقصة [س] - 3 -
ف ع إلى ع ي كنسبة قوس : ناقصة [ت] ف ع : ... كنسبة قوس : ناقصة [ل] - 4 ع ي : ي ع [ك] - 5 قوس :
ناقصة [ك] ب ع : ع ب [ا] ، ت ، ح ، ل ، ع ت [س] / ف ي : ت ف ي [ت] ، س ، ل ، ب ف ي [ك] قوس
(الثالثة) : ناقصة [ك] ج ب : ت ج ب [ا] ، ت ، ح ، س ، ب ج [ك] ب ج ب [ل] - 6 ج ب : ت ج ب [ا] ، ت ،
س ، ل ، ي ج ب [ك] - 6 - 7 فنسبة جيب : ... ي ع : ناقصة [س] - 7 - 9 فنسبة : ... قوس ي ع : ناقصة [ا] ، ل ،
[ك] - 7 ف ي : ب ف ي [ك] ت ف ي [ت] ، ح ، س ، ل ، ب ج ت : ت ج ب [س] - 9 ت ش : ت س [ك]
ش ع : س [ك] للمقدمة الموضوعه : ناقصة [ا] ، ت ، ح ، س ، ك - 10 وذلك محال : بعدها كرر ناسخ [ل] صفحة
١٤١ ، سطر ٣ ، ابتداء من القول ٩ - ١٧ ضمن : فحين [ك].

هـ

فلنعد دائرة $\overline{أ ب ج}$ ونخرج $\overline{ه ب ط}$ موازياً لـ $\overline{أ ج}$ ، فشعاع $\overline{ه ب}$ ينعطف إلى قوس $\overline{ط ج}$ ، فليكن على $\overline{ب ك}$. ثم إلى $\overline{ن}$ ، ونصل $\overline{د ب}$ وننفذه إلى $\overline{ح}$ و $\overline{ر}$.

5 وقد بين بطليموس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر أن العطفية إذا كانت أربعين على أن / القائمة تسعون ، فإن الباقية تكون خمسة وعشرين ، س - ١٨٢ - ط وإذا كانت العطفية خمسين ، كانت الباقية ثلاثين .

أقول : ويعني أنه في كرة زجاج على ما يشعره كلامه في صدر المقالة . قال : فتبين من ذلك أن انعطافية الأربعين جزءاً هي خمسة عشر جزءاً 10 وانعطافية الخمسين عشرون . فتبين أن زيادة انعطافية الخمسين على الأربعين نصف زيادة العطفية الأولى على العطفية الثانية .

ثم بين بطليموس أن زيادة الانعطافية على الانعطافية من بعد الخمسين يكون أعظم من نصف تفاضل العطفتين . فإذا كانت قوس $\overline{أ ب}$ أربعين على / ج - ٢٨١ - و أن المحيط ثلاثمائة وستون ، كانت زاوية $\overline{أ د ب}$ أربعين وكذلك $\overline{ه ب ح}$ ، 15 وزاوية $\overline{د ب ك}$ خمسة وعشرين ، فزاوية $\overline{ر د ك}$ خمسون ، فزاوية $\overline{ج د ك}$ عشرة . وإذا كانت قوس $\overline{أ ب}$ خمسين جزءاً وكذلك زاوية $\overline{ه ب ح}$ وزاوية $\overline{أ د ب}$ ، كانت باقية $\overline{د ب ك}$ ثلاثين و $\overline{ر د ك}$ ستين ف $\overline{ج د ك}$ أيضاً عشرة .

١ هـ : ناقصة (أ) ، ت ، ل ، ك - 5 . وقد : قد [ك] / بين : بين (ل) ، ك / المناظر : المناظرة [ك] - 6 . خسة : خسا [س] - 7 . العطفية : الثلاثين ، وكتب الناسخ فوقها «ط» اختصاراً لكلمة «الظاهر» [ك] / ثلاثين : ثنتين [ك] - 8 . ويعني : ومعنى [ك] - 9 . فتبين : فتبين [ك] / انعطافية : انعطاف [ك] - 9 - 10 . جزءاً (الثانية) ... الأربعين : ناقصة [ك] - 10 . فتبين : فتبين [ل] / الخمسين على الأربعين : الأربعين على الخمسين [ح] - 13 . العطفتين : القطعتين معاً [ك] / فإذا : إذا [ك] - 15 . د ب ك : أ ب د [ك] - 16 . وإذا : إذا (أ) ، ك / ه ب ح : ب ح [ل] - 17 . ثلاثين و ر د ك : ناقصة [ك] / ف ج د ك : و د ك [ت] .

فالشعاعان الموازيان لـ $\overline{ا ج}$ المنتهيان إلى نقطتين، بعدهما عن $\overline{آ}$ أربعون وخمسون، كلاهما ينعطقان إلى نقطة $\overline{ك}$ التي بعدها عن $\overline{ج}$ عشرة أجزاء ؛ ثم لابد أن ينعطفا من بعد إلى نهايتين مختلفتين من / خط $\overline{ج س}$ لما تقدم في $\overline{د}$. ت - ٢٣٣ - ط

فإن كانت قوس $\overline{آ ب}$ خمسين، فكل شعاع مواز يصل إلى نقطة من وراء $\overline{ب}$ فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين $\overline{ج ك}$ ، وذلك لأن زيادة قوس $\overline{آ ع}$ على قوس $\overline{آ ب}$ هي زيادة زاوية $\overline{آ د ع}$ على $\overline{آ د ب}$ - أعني عطفيتي $\overline{ع ب}$ - وهي زاوية $\overline{ب د ع}$. فزيادة انعطافية $\overline{ع}$ على انعطافية $\overline{ب}$ أكثر من نصف $\overline{ب د ع}$ ، وهذه الزيادة تفصل من قوس $\overline{ب ع}$ أكثر من نصفها. وإذا كانت على المحيط، فإنها توتر قوساً هي أعظم من $\overline{ب ع}$ ، أعني $\overline{ق ط}$ /. وانعطافية $\overline{ب}$ توتر قوساً ٥٦١ - ١

١٠ $\overline{ط ك}$ ، فانعطافية $\overline{ع}$ توتر قوساً أعظم من $\overline{ق ك}$ ، فشعاع $\overline{ف ع}$ ينعطف إلى نقطة بين نقطتي $\overline{ك ج}$.

أقول : وذلك لأن الشعاع الممتد إلى $\overline{ب}$ ينعطف إلى $\overline{ك}$ سواء كان $\overline{ب}$ طرف قوس الخمسين أو الأربعين.

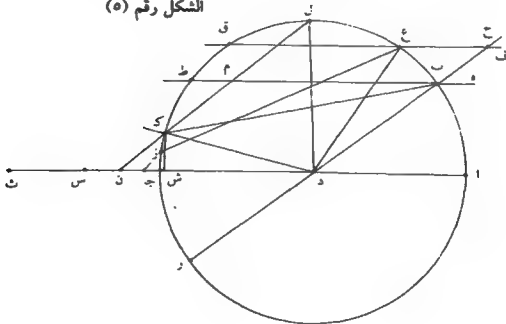
قال : فليكن على $\overline{ع ز}$ ؛ وقد تبين أن الشعاع الذي يمتد إلى نقطة وراء ١٥ النظرية لنقطة $\overline{ب}$ وينتهي إلى <وراء> نظيرة $\overline{ط}$ فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين $\overline{ج ن}$.

أقول : ينبغي أن تحمل « النظرية » على ما يشمل كلاً من نقاط المبدأ الذي تكون هي عليه وكلا من النقاط التي تشبهها في كل كرة تفرض.

١ - ٢ أربعون... بعدهما عن : ناقصة [ك] - ٢ بعدهما : بعدهما [ل] - ٣ ينعطفا : ينعطف [ك] - ٤ فكل : ناقصة [ا]، [ك] وكل [س] شعاعا [ك] - ٥ هي : فني [ل] عطفيتي : عطفيتي [ل] نقطتي [ح] $\overline{ع ب}$: $\overline{آ ب}$ [س] - ٦ $\overline{ع}$: ناقصة [ل] $\overline{آ ك}$ على : إلى [ك] وهذا : وهذا [ك] - ٧ تفصل من : تنصل من [س] بفضل من [ك] وإذا : وإن [ك] - ٨ $\overline{ط ك}$: $\overline{ط د ك}$ [ك] $\overline{ف ع}$: $\overline{ب ع}$ [ل] - ٩ لأن : ناقصة [ا]، [ك] $\overline{د ك}$: $\overline{ب ك}$: ناقصة [ا]، [ك] - ١٠ قال : ناقصة [ا]، [ك] $\overline{ع ز}$: $\overline{ع ص}$ [ا]، ت، ل، [ك] $\overline{ع ق}$ [ح] $\overline{ص س}$ - ١١ $\overline{ط ك}$: $\overline{ص س}$ [ا]، ت، س، ل، [ك] - ١٢ يشمل : يشمل [ك].

قال : فالأشعة الموازية المنتهية / إلى موضع بعده من طرف القطر أكثر من ك - ٢٧٥ - و
 خمسين تنعطف إلى نقطة فيما بين النقطة التي ينعطف إليها الشعاع من طرف
 الخمسين وبين طرف القطر النظير لنقطة ج . ثم تنعطف إلى نقطة من الخط
 النظير لخط ج ن . فنظيرة ك هي التي تحدد جميع النقط التي تنعطف إليها
 الأشعة التي من وراء الخمسين جزءاً ، ونظيرة ن هي التي تحدد جميع النقط
 التي تنعطف إليها الأشعة المذكورة ثانياً . ونخرج ن ك إلى أن يلقى المحيط على
 ل . وليقطع ب ط على م . فيكون زاوية ب ك م مثل زاوية ك ب م .
 فتكون قوس ب ل مثل قوس ط ك ؛ وإذا كانت أ ب خمسين . ف ط ك
 أربعون.

الشكل رقم (٥)



2 إليها : عليها [ك] - 3 النظير : ناقصة [ك] / نقطة : نقاط [ك] - 4 النظير : ناقصة [س] / تحدد : تحدد [ا] ، ت ، ك -
 5 جزءاً : جزء [ك] / تحدد : تحدد [ت] ، ك / النقط : النقاط [س] - 6 الأشعة : أعاد النسخ بعد هذه الكلمة والتي من
 وراء الخمسين جزءاً ونظيرة ن هي [ت] - 7 م : ر [ك] / ك ب م : ك م ب [ل] - 8 ط ك : ط ك [ك].

أقول: وذلك لأن جَ كَ عشرة.

قال: وكذلك بَ لَ. فتوسَّ آلَ تسعون. فإذا أخرج القطر القائم على

ا جَ. ونصف ا بَ جَ على لَ. وجعل جَ كَ عشرة. ووصل لَ كَ. وأخرج

إلى أن يلتقي ا جَ. / كان الخط الذي يفصل بين لَ كَ وبين جَ. أعني ٢٨١ - ط

٥ نَ جَ. هو الذي يخطط بجميع النهايات لأشعة قوس بَ لَ. والأشعة التي

تصل إلى قوس أربعين تنعطف إلى كَ جَ. ثم إلى نقطة وراء نَ. لأن قوس

ا بَ إذا كانت أربعين. كان شعاع بَ طَ من وراء كل شعاع يصل إلى قوس

ا بَ. فإذا وصل شعاع إلى نقطة بين ا بَ مثل وَ. كانت زيادة انعطافية بَ

على انعطافية وَ أقل من نصف قوس بَ وَ. إذا كانت الزيادة على المركز.

10 وأقل من بَ وإذا كانت على المحيط. ونخرج وَ ذَ موازياً لَ بَ طَ / . ولينعطف ٢٣٤ - و

الشعاع على خط وِ يَ، فيكون زيادة قوس طَ كَ على قوس ذَ يَ أقل من

طَ ذَ. فنقطة كَ فيما بين / نقطتي ذَ يَ. فنقطة يَ فيما بين كَ جَ. ٥٦٢ - ١

أقول: كون يَ فيما بين كَ جَ ضروري. وإلا لكانت إما حيث كَ أو من

ورائها، ويلزم أن تكون الزيادة بقدر طَ ذَ أو أكثر، فأما كون كَ بين ذَ يَ فغير

١٥ لازم ولا نافع أيضاً.

قال: فيكون نَ أقرب إلى جَ من منتهى الشعاع المنعطف من يَ.

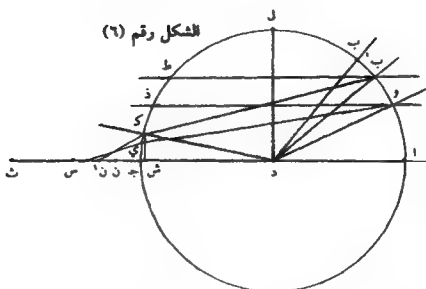
2 وكذلك: فذلك (ا)، ت، س، ك، ل، بَ لَ: يَ لَ [ك] القائم على: النظير [ا]، ت، ح، س، ل، النظير [ك] / ا جَ: الآخر [ك] 3 ووصل لَ كَ: كررها النسخ [ت] 4 كان فان [س] / لَ كَ: لَ دَ [ك] 6 كَ جَ: كَ [ت] جَ كَ [س] دَ جَ [ك] وراء نَ: وران [ا] قبله [ك] 8 بين: ناقصة [س] / و: ر [ك] انعطافية على: انعطافية على [ا] ناقصة [ح] 9 و: ر [ك] بَ و: بَ [ك] إذا: فإذا [ك] 10 بَ و: بَ و [ك] / و: ر ي [ك] 11 خط: ناقصة [ح، س] / و: يَ: ذَ يَ: كَ يَ [ح] 12 طَ ذَ: طَ كَ [ح] فيما بين (الأولى): بعدها دَ كَ جَ [د] فنقطة يَ: ناقصة [ك] 13 والا: واما [ا]، ك [لا] [س] / إما: ناقصة [س] حيث: جيب [ا]، ح: كَ ذَ [ك] 14 طَ ذَ: طَ كَ [ك] كون: لون [س] بين: فيما بين [ك] / ذَ يَ: ذَ لَ [ك] 15 نافع: لا يستقيم للمعنى إذا تركنا هذه الكلمة كما هي وإن أثبتت في أغلب المخطوطات (ا)، ت، س، ل. وربما كانت في الأصل مائع. وقد نُقِرَا فولا مانع منه أيضاً، والمقصود أنه ليس بالمستحيل. واستعمال اسم الفاعل هنا هو للتعبير عن اسم مفعول: مانع [ح] نافع، وكتب النسخ تحته «هه اختصاراً لعبارة «لمله كذا» [ك].

أقول : / الكلام من قوله « فإذا وصل شعاع إلى نقطة بين آ ب مثل و » س - ١٨٣ - و إلى هاهنا مستغنى عنه لأن النتيجة معلومة مما سلف.

قال : فالشعاعات التي تمتد إلى قوس الأربعين تنعطف جميعها إلى ما وراء ن ، وتحدث هي وسائر الأشعة عند النهايات زوايا كل منها ضعف الانعطافية. والخطوط الواصلة بين د ونقاط الانعطاف الثواني تحيط مع د ج بزوايا كل منها زيادة ضعف الباقية على العطفية التي هي أصغر من ضعف / ك - ٢٧٥ - ط الانعطافية. والزوايا التي عند النهايات تكون أعظم من نظائرها التي عند المركز، فنصف قطر الدائرة أبداً أعظم من خط الانعطاف المنتهي إلى النهاية. وخط الانعطاف / أعظم من الخط الذي يحده ج والنهاية، فهذا الخط أبداً أصغر ل - ٢٨٢ - و 10 من نصف القطر.

ونجعل ج ث مثل نصف القطر، فيكون جميع النهايات أقرب إلى ج من ث. والشعاعات الممتدة إلى قوس الأربعين هي أقرب إلى آ وتنعطف إلى ن ث. فأما التي من وراء الأربعين، فإن ما يصل منها إلى قوس ك ج ينعطف إلى ج ن ، وهي التي من وراء الخمسين، وما يصل منها إلى نقطة من وراء ك ينعطف أيضاً إلى ج ن.

١ - و : هـ [ل] - 2 - النتيجة : القيمة [ك] - 3 - عند [ت] مند [س] - 4 - ن : ناقصة [ك] - 5 - الواصلة : الداخلة [ا] ، ت : ك / الثواني : التوال [ك] د ج : د [س] - 6 - زيادة : ناقصة [ك] / ضعف : ناقصة [ح] / عل : مع [ك] / العطفية : القطة [ك] - 7 - نظائرها : نظائره [ك] - 8 - خط الانعطاف : خط نصف الانعطاف [س] - 9 - يحده : تحده [ا] ، ك [ك] يحد [ح] ج : هـ ج [ح] - 12 - الأربعين : أربعين [ا] ، ك [ك] - 13 - من وراء : وراء [ح] / منها : ناقصة [س] - 14 - 15 - وهي ... ج ن : ناقصة [ت] - 15 - ج ن : ج ب [ك] .



أقول: تفصيل الأشعة التي من وراء الأربعين مُستغنى عنه أيضاً.
قال: فالشعاعات التي تنعطف إلى جـ ن أكثر من التي تنعطف إلى ن ث. ونصل د ل فيكون عموداً على قطر ا جـ وهو ستون، ونخرج عمود ك ش عليه فيكون عشرة ونصف تقريباً، إذ هو جيب < قوس > ك جـ، ونسبة ل د إلى ك ش كنسبة د ن إلى ن ث، وخط ش جـ أكثر من نصف جزء، فنخط ن جـ أقل من اثني عشر جزءاً، فهو أقل من سدس د ن، فـ ن جـ أقل من خمس د جـ، ونصف ث جـ على س. فالشعاعات المنعطفة إلى س جـ أكثر بكثير من المنعطفة إلى س ث، وس جـ أقرب إلى نقطة الانعطاف من س ث، فالحرارة عند س جـ أكثر منها عند س ث، فالإحراق إنما يكون على س جـ الذي هو ربع القطر، وذلك ما أردناه.

١ تفصيل: تفصل (ا)، كـ - 2 جـ ن: جـ ب [كـ] - 3 د ل: د ث [ح، ل] ع ل [كـ] وهو: وس [ل] ونخرج: ويخرج [ا] و د ح [س] - 4 عشرة ونصف تقريباً: عشرة نصفاً بالتقريب [كـ] إذ: او [كـ] كـ جـ: د جـ [كـ] - 5 كـ ش: د س [كـ] د ن: د س [كـ] ن ش: ن س [ل] ش جـ: جـ ش [كـ] جزء: جـ د [س] - 6 اثني عشر جزءاً: عشرة أجزاء (ا)، ت، س، ل، كـ [كـ] د ن: ن د (ا)، س، كـ [كـ] ن جـ: ر جـ [ح] - 7 خمس: حسين [ت] ث جـ: ث جـ (ا)، ت، ح، س، ل، كـ [كـ] على س: ناقصة [س] س جـ: س ن [ل] - 7 - 8 أكثر... س ث: ناقصة [ل] - 8 بكثير: تكثير [كـ] س ث: س ن (ا)، ت، ح، س، كـ [كـ] - 9 س ث: س ن (ا)، ت، ح، س، ل، كـ [كـ] س ث: س ي (ا)، ت، ح، س، كـ [كـ] س ن [ل].
الشكل ليس في المخطوطات.

أقول: لا شك أن $\bar{ن}$ ج إذا كان أقل من خمس د ج فنصفه أقل من عشر د ج. فلا يكون الإحراق على س ج إحراقاً على ربع القطر، والظاهر هو أن ذلك سهو من الناسخ. والصواب أن ينصف ث ج ليحصل ما ذكر وأن يكون نقطة س فيما بين ث ن في الشكل. وقد تصفحت نسختين من مقالته ١ - ٦٣ هـ
 هذه فوجدت فيها على ما أوردته، فأوردت على ما وجدته، ونهت على ما فيه. ٥

رد الزام

وإذا قد تبين أن انعطافية الخمسين ك $\bar{٦}$ وباقيها ل $\bar{٦}$ ، وانعطافية الأربعين به $\bar{٦}$ وباقيها ك $\bar{٦}$. وأن تفاضل الانعطافيات بعد الخمسين أعظم من نصف تفاضل عطفياتها، والتي قبل الأربعين أقل، فظاهر أن تفاضل انعطافيتي الأربعين والخمسين كتفاضل باقيتيها، ومجموع التفاضلين كتفاضل العطفيتين. وانعطافية الستين تزيد على انعطافية الخمسين بأكثر من هـ، فباقية الستين تزيد على باقية الخمسين بأقل من هـ ضرورة. ولأن مجموع / الزائدتين ت - ٢٣٤ - ط
 هو زيادة الستين على الخمسين، أعني عشرة، فزيادة انعطافية الستين على انعطافية الخمسين أعظم من زيادة باقية الستين على باقية الخمسين،

١ أقول: ناقصة (أ) ك/ لا: ولا (أ) ك/ 2 - الإحراق: لإحراق (ل) ربع: رمس (ك/ والظاهر: فالظاهر (أ) ك/ هو: ناقصة (أ) ت، س، ك/ 4 - ث ن: ب ن ك/ 5 - هـ: هـ (ل) فوجدت: فوجدت (ح) أوردته: أوردت (ت) ونهت: ونهت (أ) ت، ك/ ما فيه: بعدها إلى الفرج (ح) 6 - رد: رد (ت) رد والزام: ناقصة (ح) ك/ 7 - إذ: ناقصة (ح) ل/ انعطافية (الأول والثانية): الانعطافية (ح) ك/ ٦ - ٦ ج ك/ وباقيها ل $\bar{٦}$: ناقصة (ك) وباقيها: يكتفي فباقيتها ولن نشر لها مرة أخرى (ت) س، ك/ 8 - به $\bar{٦}$: ن ج ك/ كة: هـ (ل) د ج ك/ نصف: ناقصة (أ) ك/ 9 - قبل: على (ك/ انعطافيتي: انعطافين (ك) 10 - باقيتيهما: باقيتهما (ك/ التفاضلين: التفاضل (س) كتفاضل: كمجموع (ح) ناقصة (س) 11 - العطفيتين: العطفيتين (ك) انعطافية: الانعطافية (ل) هـ: ناقصة (ل) من هـ: مرة (ك) 12 - ناقصة (ل) عشرة (ك/ ولأن (أ) ت، س، ل، ك/.

- وكذلك إلى نهاية الانعطاف. / ويكون يمثل هذا البيان زيادة انعطافية ك - ٢٧٦ - و
الأربعين على انعطافية الثلاثين أقل من زيادة الباقية على الباقية، وكذلك
إلى / أوائل الانعطاف. فزيادات الباقيات المتوالية من أوائل الانعطاف أعظم
من زيادات انعطافياتها إلى حد ما نسميه الفصل - المتصاعدة إلى أن تصير
5 صفراً، ثم تصير زيادات الانعطافيات / أعظم، مندرجة من غاية الصغر إلى س - ١٨٣ - ط
غاية من العظم عند انتهاء الانعطاف. وزيادات انعطافيات ما بعد الفصل
على انعطافيات ما بعده أعظم من زيادات الباقيات. وكذا زيادات انعطافيات
ما بعده على انعطافية الفصل أعظم من زيادات الباقيات على ما فيه الفصل.
وزيادات انعطافية الفصل وما قبله على ما قبله تكون أصغر من زيادات
10 الباقيات. فأما انعطافيات ما بعد الفصل، فإن زياداتها على انعطافيات ما قبله
قد تزيد على زيادات الباقيات، وقد تساوي وقد تنقص. فإن زادت تقاطع
الشعاعان داخل الكرة، وإن تساويا تقاطعا عند محيط الكرة، وإن نقصت
فخارج الكرة. ولما كانت بواقي الانعطافيات في الأغلب كعطافياتها في الألف،
في اقتضاء قدر الانعطافية، وتحقق أن تفاضلات الانعطافيات في الأغلب قد
15 تزيد على تفاضلات باقيات ما تساويها، فتفاضلات الانعطافيات في

١ إلى: لا [ك] يمثل: تحصيل [ح، ل] - 2 على الباقية: ناقصة [ح، ل] على (الثانية): إلى [ك] - 3
زيادات: فزيادة [ل] المتوالية: المتوالات [س] - 4 زيادات: زيادة [ح] انعطافياتها: انعطافياتها [ح، ل] /
حد ما نسميه: حده تسمية [ك] الفصل: يكتبها «الفصل» ولن نشير لها مرة أخرى (أ، ح، ك /
المتصاعدة: متصاعدة (أ، ت، س) المتصاعدة [ل] - 5 صفراً: صغيراً [ك] من: في [س] - 5 - 6 الصغر...
من: ناقصة (أ، ك) - 6 من: ناقصة [س] انتهاء: انها (أ، ت) الانعطاف: كتب بعدها ناسخاً (أ، ك)
«وزيادات انعطافيات أعظم مندرجة من غاية الصغر إلى غاية من العظم عند انها الانعطاف»، لكن كتب
نسخ [ك] «انتهاء» بدلاً من «انها» انعطافيات: الانعطافيات [ح] - 6 - 7 بعد... ما: ناقصة [ك] - 8
انعطافية: انعطافيات [ك] ما فيه: باقية [س، ك] - 9 على ما قبله: ناقصة [س، ك] - 10 فإن: وإن [ك] /
زياداتها: زيادات [ك] - 11 تساوي: تساوي [ل] تقاطع: يتقاطع [ك] - 12 وإن تساويها: أو تساويها [ح،
ل] / نقصت: تنصوب (ح، ل) - 13 فخارج [ح] كانت: كان (أ، ت، س، ك) بواقي: توافي
[ح] في الأغلب: بالأغلب [ك] كعطافياتها: كانعطافياتها [ح] - 14 اقتضاء: ناقصة (أ، ت، ك).

الألطف قد تزيد على تفاضلات عطفياتها وقد تساويها، وذلك ما وعدنا بيانه
<في> أوائل الفصل الثالث من المقالة السابعة.

وقد استخرجنا انعطافيات العطفيات المتفاضلة بخمس خمس وباقياتها

على أن الانعطاف من الهواء في الزجاج بناءً على المعطى / من انعطافيتي ج - ٢٨٣ - و
5 الأربعين والخمسين، وسلكتنا فيه مسلكاً لطيفاً من أصناف قوس الخلاف،

فخرجت/ على ما وضع في الجدول. وذلك تخمين لا يقادر التحقيق فيما نحن ١ - ٥٦٤

بصدده من التمثيل بشيء يُعتد به. فن أراد استخراجها على تفاضل درجة

درجة، أو أدق، فليقسم / التفاضلات المتوالية على خمسة / أو غير ذلك ت - ٢٣٥ - و

بحسب ما يوجبه التدقيق، ثم يزيد الحاصل مرة بعد أخرى على الأولى إلى أن ك - ٢٧٦ - ظ

10 يبلغ الأخرى، وعلى ذلك حتى يحصل المطلوب، وهذا هو الجدول. / س - ١٨٤ - و

1 بيانه: بيانه [ج] - 3 العطفيات: ناقصة [ك] وباقياتها: وباقياتها [١، ك] - 4 بناء: بنا [١] من انعطافيتي: وانعطافيتي [س] من انعطافين [ك] - 6 تخمين: بخمسين [س] لا يقادر التحقيق: الأبعاد والتحقيق [١، ت، ك] - 7 بشيء يُعتد: لشيء نعتد [ج] - 9 بحسب: حسب [ج، ل] - 10 الجدول: فارغ [١، ك] رسم خطوطه ولم يكمله [ت] ثمة بعض الأخطاء وصورتها دون الإشارة إليها [ج] أثبتنا الفروق حسب مخطوطتي [س، ل].

١ العلقيات في الألف: الأعلقيات في الألف [ل] - 8 يج: (الثانية): ج [ل] - 15 يج (الأول):
 ل [ل] / يج (الثانية): ل [ل] - 16 كه: كد [ل] - 17 كو: كح [ل] - 19 يج: ل [ل] - 22 لا:
 كل [س].

حاشية في كيفية استخراج ذلك :

لما كانت عظمى الانعطافيات تزيد على صغرتها بما لا يبلغ ربع العطفية، وصغرتها تجاوز الربع : قسمنا الربع - وهو ربع دقيقة - على ربع عدد العطفيات، خرج $\bar{ن}$ ثانية وهو البيت الأوسط للجميع، فضريناه في $\bar{ح}$ بلغ $\bar{٦}$ و $\bar{م}$ ، زدناه 5 على $\bar{٦}$ يه بلغ $\langle \bar{٦} \rangle$ $\bar{ك}$ $\bar{أ}$ $\bar{م}$ ، فقد نقصت عن $\langle \bar{٦} \rangle$ $\bar{ك}$ $\bar{ل}$: $\bar{ن}$ ثانية، قسمناه على $\bar{ح}$ خرج $\langle \bar{٦} \rangle$ ثانية و $\bar{٦}$ يه ثالثة، زدناه على $\bar{ن}$ ثانية، بلغ $\bar{ن}$ ثانية $\bar{٦}$ يه ثالثة، وهو البيت الأوسط للقسم الأول، أعني من $\bar{أ}$ إلى $\bar{ح}$. وكذلك ضربنا $\bar{ن}$ ثانية في $\bar{ب}$ ، بلغ $\bar{أ}$ $\bar{م}$ ، زدناه على $\bar{٦}$ $\bar{ك}$ $\bar{ل}$ ، بلغ $\langle \bar{٦} \rangle$ $\bar{ك}$ $\bar{د}$ $\bar{ي}$ ، فقد زاد على $\langle \bar{٦} \rangle$ $\bar{ك}$ $\bar{د}$: $\bar{ي}$ ثانية، قسمناه على $\bar{ب}$ خرج $\bar{ه}$ ، 10 نقصناه عن $\bar{ن}$ ، بقي $\bar{م}$ ثانية. وهو البيت الأوسط للقسم الثاني، أعني من $\bar{ح}$ إلى $\bar{ي}$.

وكذلك ضربنا $\bar{ن}$ في $\bar{ح}$ بلغ $\bar{٦}$ و $\bar{م}$ ، زدناه على $\bar{٦}$ $\bar{ك}$ $\bar{ل}$ $\bar{م}$ ، فقد زاد $\bar{م}$ ، قسمناه على $\bar{ح}$ خرج $\bar{ه}$ ، نقصناه عن $\bar{ن}$ ، بقي $\bar{م}$ ثانية، وهو البيت الأوسط للقسم الثالث.

15 فاقضى ذلك أن يكون البيت المعدل من وراء $\bar{ح}$ البيت الأوسط المذكور في القسمين الأخيرين، إذ لو تفاضلت لتغيرت انعطافية $\bar{ن}$ ، فجعلناه كذلك ثم أخذنا التفاوت بين البيت الأوسط للقسم الأول والأوسط للقسمين

١ لم نجد هذه الحاشية إلا في غطوطة واحدة [س] بين تلك التي اهتملنا عليها لتحقيق النص، وهي جزء من النص نفسه في هذه المخطوطة، مما يثير السؤال حول مؤلف هذه الحاشية كما بينا هذا في المقدمة. ووجدنا أسلم الحلول هو الإبقاء عليها كما هي. وهذه الفقرة الهامة صعبة القراءة لكثرة الحروف - 2 صغرتها: وردت هكذا في أكثر من موضع، والصحيح «صغرها» لأن صيغة التفضيل «صغرى» وليس «صغرة». 3 الربع: المعنى المقصود بالمعبرة الأولى هو ما يلي: لا كانت أكبر نسب الانعطافيات إلى عطفتها تزيد على أصغر نسب الانعطافيات إلى عطفتها ما لا يبلغ الربع، وأصعب نسب الانعطافيات إلى عطفتها تجاوز الربع - 6 قسمناه: أي العدد - 16 الأخيرين: قد تقرأ «الأخريين»، وهذا أيضاً جائز.

- الأخيرين . فكان يا (ثانية) مه ثالثة . ضربناه في ثمانية . بلغ آ (دقيقة) ن
ثانية . قسمناه على مثلث ح . أعني ستة وثلاثين . خرج ب (ثانية) ل
(ثالثة) . ضربناه في الأعداد المتوالية من آ / إلى ح حصل هكذا : ب ل . ه س - ١٨٤ - ط
٦ ، (ز ل) ، ي ٦ ، ب ل ، به ٦ ، يز ل ، ك ٦ ، زدناها على مه ثانية على
5 الولاء مبتدئين من ك ٦ . حصل هكذا : آ ه ٦ ، أ ب ل ، أ ٦ ٦ ، ٦ ٦ ٦ ن ز
ل ، ٦ ن ه ٦ ٦ ب ل ، ٦ ن ٦ ٦ ٦ ٦ ن ز ل ، وهي الأبيات المعدلة من آ
إلى ح . والبيت المعدل بعد ذلك ٦ ٦ مه ٦ ، فزدنا الأبيات المرتبة المتوالية على
٦ به ٦ ٦ وهي أقل نسب الانعطافات إلى عطفياتها على الولاء إلى بيت يح .
فحصلت نسب الانعطافات المتوالية إلى عطفياتها هكذا : ٦ به ٦ ٦ ٦ ٦ به
10 ٦ ٦ يز ز ل ، ٦ يح ز ل ، ٦ بط ه ٦ ، ٦ ك ٦ ٦ ٦ ، ك ٦ ب ل ، ٦ كا
م ب ل ، ٦ ك ب ل ، ٦ ك ج به ٦ ، ٦ ك د ٦ ٦ ٦ ، ٦ ك د مه ٦ ، ٦ ك ه ل
٦ ، ٦ ك و به ٦ ، ٦ ك ز مه ٦ ، ٦ ك ح ل ، ٦ ك ط به ٦ ، ٦ ل ٦
٦ ، ثم ضربنا كلاً منها في عطفيها ، بلغت الانعطافات للعطفيات المتوالية على
نفاضل خمسة خمسة على ما وضع في الجدول . وذلك ما أردناه .
- 15 قال **تكملة** : ثم إن كل نقطة من الكرة تخرج إليها الأشعة من جميع جرم
الشمس المقابل لها ، والشعاع الموازي أحدها ؛ إلا أن جميعها يحيط مع
الموازي بزوايا في غاية الضيق ليس لها قدر محسوس . فإذا انعطف الموازي ،
انعطف الجميع معه محيطاً به . فينعطف الجميع إلى النقطة التي إليها ينتهي
الموازي حيث انتهى . فيصير الموضع الذي يحصل فيه جميع المنعطف جزءاً من
20 الهواء ذا قدرٍ غير مقتدرٍ لضيق رأس المخروط .

2 مثلث : أي العدد المثلث - 4 زدناها : رنادها - 8 وهي : هي - 11 كب ل ٦ أنبتها في الهامش مع الإشارة إلى موضعها - 15 قال : ناقصة [أ] ، ك/ تكملة : ناقصة [ك] - 18 محيطاً : محيطاً ، وردت هكذا ، وهي حال من الجميع/ التي : ناقصة [1] - 19 المنعطف : المنعطفة [ح] ، ك/ جزءاً : جزء [ك] - 20 ذا قدر : واقدّر [1] .

أقول : يعني المخروط المعكوس الوضع الملثم من أشعة جميع نقاط الشمس المنتهية إلى نقطة الانعطاف للخط الموازي.
قال : وقرب المسافة ؛

أقول : يعني بين رأس المخروط وموضع الانتهاء.

5 قال : ولا يكون نقطة متوهمة . ولذلك حصلت فيه حرارة . ولو كانت نقطة متوهمة لما حصل فيها حرارة . وكذلك النقطة التي ينتهي إليها أشعة جرم الشمس في السطح الأعلى من الكرة ليست نقطة متوهمة . بل هو جزء صغير من سطح الكرة .

أقول : وكأنه يريد بها نقطة تحصل منها حرارة ليصح كلامه .

10 قال : إلا أنه أصغر من الجزء الذي يُنعطف إليه ، لأن الأشعة التي تخرج من جميع جرم الشمس إلى جزء صغير / من سطح الكرة تكون مخروطاً ، /^{ك - ٢٧٧ - و ٥٦٥} ذلك الجزء الصغير رأسه ؛ فإذا انعطفت كان منخروطاً إلى السعة . وكل نقطة على جـ س^١ ينعطف إليها شعاع يُحيط بها جزء من الهواء له قدر يسير حساً ، فن أجل ذلك يحصل على جـ س^٢ أجزاء كثيرة من الهواء ، كل واحد منها له قدر 15 محسوس ، في كل منها حرارة ، وصلت إليه من جميع جرم الشمس ، فلذلك يحصل عنده الإحراق .

حاصل الفصل : فكل كرة من البلوروما شابهه ، صحيحة الكرية شديدة الشفيف ، إذا قوبل بها جرم الشمس ، فإنها تحدث إحراقاً في خلاف جهة

١ يعني المخروط : يعني أنه المخروط [ح] / المعكوس : المتعكس [ك] - 3 قال : ناقصة [ا] ، ك / وقرب : وقريب [ا] ، ك - 5 - ولو : لو [ك] - 6 وكذلك : ولذلك [ا] ، ت ، ك / ولو كانت [ح] - 9 وكأنه : كأنه [ا] ، ت ، س ، ك / منها : فيها [ا] ، ك / ليصح : ليصح [ا] / كلامه : كلام [ا] ، ك - 10 إليه : عليه [ا] ، ت - 11 جميع : ناقصة [س] - 12 ذلك : وذلك [ح] / انعطفت : انعطف [ح] ، ل / وكل : فكل [ا] ، ت ، ح ، س ، ك - 13 له : به [ح] ناقصة [ك] - 14 له : ناقصة [ل] ، ك - 15 في كل : وكل [ك] / إليه : ناقصة [ا] ، ك - 16 يحصل : يحدث [ا] ، ت ، ح ، ل ، ك - 17 حاصل الفصل : ناقصة [ك] / الكرية : الكرة [ل] .

القراسي : رسالة في الكرة المحرقة

الشمس عند بعد من الكرة يكون أقل من ربع القطر . وكذلك القارورة ، إذا كانت كرة من زجاج نقي قد ملئت ماءً صافياً ، لأن شفيف الزجاج النقي والماء متشابهان جداً . فالشعاع النافذ في القارورة لا ينعطف في الماء ما يُعتدُّ به . فأما إن كانت خالية فلا . لاختلاف شفيف الهواء والقارورة ؛ فإذا نفذ الشعاع في القارورة ووصل إلى الهواء ، انعطف ؛ ثم إذا وصل إلى القارورة انعطف ثانياً ، فيكون عند النهاية على أربعة انعطافات ، والانعطاف يضعف الشعاع ، / فإذا ل - ٢٨٣ - ط كثر تكراره ، قل تأثيره .
أقول : وعند هذا الكلام ختم المقالة .

١ بعد : بيد [ل] - 2 قد : ناقصة [ك] / صافياً : صاف [ك] / ولله : ولا [١] - 3 في الماء : ناقصة [ح] - 4 فلا . لاختلاف : فالاختلاف [١] ، ك - 5 القارورة (الأول) : أعاد بعدها ، فإذا نفذ الشعاع . ثم تبع لهذا فأشار إليه بالعلامة المروقة [ت] - 6 يضعف : نصف [١] ، ك - 8 هنا : ها [ت] .

ثانياً: الملاحق

ملحق ١

كتاب تركيب المسائل التي حلَّها أبو سعد العلاء بن سهل

١٢١ - ظ

بسم الله الرحمن الرحيم
كتاب تركيب المسائل التي حلَّها أبو سعد العلاء بن سهل

5

قد استعقب الشيخ الفاضل الأستاذ، سيدي ومولاي أطلال الله بقاءه وأدام عزه ونعمه بما التمس من تركيب المسائل التي حلَّها أبو سعد العلاء بن سهل في رسالته إليه أدام الله تأييده؛ وقابلت أمره بالواجب من الطاعة واستخرجت الوجه الذي استبعده أبو سعد فلم يتوصل إليه وحكم في آخر رسالته هذه على امتناعه لتعذره عليه مع تقدّمه في هذه العلوم الرياضية 10 وصدق براعته في استخراج المسائل الهندسية. نعم، ولو أنه وفق مراتب النظر حقوقها ومنحها من التفحص حظوظها لتمكن من مطلوبه وتخلص من نقص ما أتى به، إلا أن أحداً لا ينجو من الخطأ نسأل الله التوفيق للصواب، إن ذلك بيده. وأنفذت ما اتفق لي من تركيب هذه المسائل المحلّة إلى خزائنه المعمورة 15 مقروناً بما أرشدت إليه من إمكان الوجه الذي استبعده أبو سعد العلاء بن سهل مقدماً ألفاظه بعينها. وقبل شروعي فيما قصدت من التركيب، قدمت

12 من (الثالث): عن. يقال تخلص من لا من، لوتغلى عن.

مقدمات احتجت إليها لتسهيل طريق البرهان وتقريب درك المطلوب وهي
هذه :

أ

إذا كانت ثلاثة مقادير متجانسة كيفما كانت فإن نسبة الأول منها إلى
5 الثالث مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الثاني إلى الثالث.
مثال ذلك : مقادير $\bar{أ} \bar{ب} \bar{ج}$ أقول : إن نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ج}$ مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$
إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$.

برهان ذلك : أن نسبة $\langle \bar{أ} \text{ إلى } \bar{ج} \rangle$ هي كنسبة $\langle \text{سطح } \bar{أ} \text{ في } \bar{ب} \text{ إلى سطح}$
 $\bar{ب} \text{ في } \bar{ج} \rangle$ (التي هي) مؤلفة من نسبة أضلاعها : أعني من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$
10 ومن نسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$.

وكذلك إذا كانت المقادير أكثر من ثلاثة ، بالغة حيث ما بلغت ، فنجعلها
لما بُحِثَناج إليه أربعة ، وهي مقادير $\bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} \bar{د}$ ، فأقول : إن نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{د}$
مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$ ومن نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$.

برهان ذلك $\langle \text{على} \rangle$ ما قدمنا : إن نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ج}$ - إذا جعلنا $\bar{ب}$ وسطاً
15 بينها - مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$. ونسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{د}$ - إذا
جعلنا $\bar{ج}$ وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ج}$ ومن نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$. لكن

نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ج}$ قد بينا أنها مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$ ؛ و
نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{د}$ مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$ ومن نسبة $\bar{ج}$
إلى $\bar{د}$.

ب

إذا كانت أربعة مقادير مثل مقادير $\bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} \bar{د}$ ، وكانت النسبة المؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ نسبة المثل . فإني أقول : إن نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{د}$ كنسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$.

5 برهان ذلك : إن النسبة المؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ هي نسبة سطح $\bar{أ}$ في $\bar{ج}$ إلى سطح $\bar{ب}$ في $\bar{د}$. وهذه النسبة هي نسبة المثل ، فسطح $\bar{أ}$ في $\bar{ج}$ مثل سطح $\bar{ب}$ في $\bar{د}$ ، فأضلاعها متكافئة في النسبة ، وضلعا سطح $\bar{أ}$ في $\bar{ج}$ $\bar{أ} \bar{ج}$ وضلعا سطح $\bar{ب}$ في $\bar{د}$ $\bar{ب} \bar{د}$ ، فنسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{د}$ كنسبة $\bar{ب}$ إلى $\bar{ج}$ ، وكذلك أيضاً نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ كنسبة $\bar{د}$ إلى $\bar{ج}$.

ج

10

نريد أن نقسم خطاً معلوماً - وليكن $\bar{أ} \bar{ب}$ - بقسمين يكون نسبة أحد القسمين إلى الآخر مؤلفة من نسبتين معلومتين ، وليكونا نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ و (نسبة) $\bar{ه}$ إلى $\bar{ز}$.

فنجعل نسبة $\bar{د}$ إلى $\bar{ح}$ كنسبة $\bar{ه}$ إلى $\bar{ز}$ ، ونقسم خط $\bar{أ} \bar{ب}$ على نقطة $\bar{ط}$ 15 حتى يكون نسبة $\bar{أ} \bar{ط}$ إلى $\bar{ط} \bar{ب}$ كنسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{ح}$ ، فأقول : إن نسبة $\bar{أ} \bar{ط}$ إلى $\bar{ط} \bar{ب}$ مؤلفة من نسبي $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ و $\bar{ه}$ إلى $\bar{ز}$.

برهان ذلك : إن نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{ح}$ - إذا جعلنا $\bar{د}$ وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ ومن نسبة $\bar{د}$ إلى $\bar{ح}$ ، لكن نسبة $\bar{د}$ إلى $\bar{ح}$ كنسبة $\bar{ه}$ إلى $\bar{ز}$ ، فنسبة $\bar{أ} \bar{ط}$ إلى $\bar{ط} \bar{ب}$ مؤلفة من نسبي $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ و $\bar{ه}$ إلى $\bar{ز}$.

د

إذا كانت ستة مقادير وكانت نسبة الأول منها إلى الثاني مؤلفة من نسبة الثالث إلى الرابع ومن نسبة الخامس إلى السادس. فإنه يكون أيضاً نسبة الثالث إلى السادس مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الرابع إلى الخامس.

فليكن مقادير $\bar{أ}$ $\bar{ب}$ $\bar{ج}$ $\bar{د}$ $\bar{هـ}$ $\bar{ز}$ ، نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ مؤلفة من نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ ومن نسبة $\bar{هـ}$ إلى $\bar{ز}$ ، فأقول: إن نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{ز}$ مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{د}$ إلى $\bar{هـ}$.

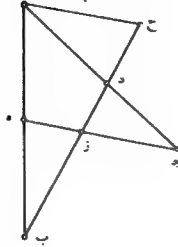
برهان ذلك: إن كل أربعة مقادير فإن نسبة الأول منها إلى الرابع مؤلفة من نسبته إلى الثاني ومن نسبة الثاني إلى الثالث ومن نسبة الثالث إلى الرابع 10 على ما تقدم، فيكون نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{ز}$ مؤلفة من نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ ومن نسبة $\bar{د}$ إلى $\bar{هـ}$ ومن نسبة $\bar{هـ}$ إلى $\bar{ز}$. ولكن نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ مؤلفة من نسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{د}$ ومن نسبة $\bar{هـ}$ إلى $\bar{ز}$ ، فنسبة $\bar{ج}$ إلى $\bar{ز}$ مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ إلى $\bar{ب}$ ومن نسبة $\bar{د}$ إلى $\bar{هـ}$.

هـ

15 نخط قطاعاً مستقيماً الخطين كيفما اتفق، وليكن قطاع $\bar{أ}$ $\bar{ب}$ $\bar{أج}$ /، ونخرج ١٢٢ - ط فيه خطي $\bar{ب}$ $\bar{د}$ $\bar{ج}$ $\bar{هـ}$ ، يتقاطعان على نقطة $\bar{ز}$ كيفما اتفق تقاطعهما؛ فيبين بما ذكره المتقدمون أنه يلزمه في أقسامه الثمانية نسب مؤلف بعضها من بعض؛ منها أن نسبة $\bar{أ}$ $\bar{ب}$ إلى $\bar{هـ}$ تكون مؤلفة من نسبة $\bar{أ}$ $\bar{د}$ إلى $\bar{ج}$ $\bar{هـ}$ ومن نسبة $\bar{ج}$ $\bar{ز}$ إلى $\bar{ز}$ $\bar{هـ}$.

11 فيكون: يكون - 17 مؤلف: مؤلفة - 18 تكون: يكون.

الشكل رقم (١)



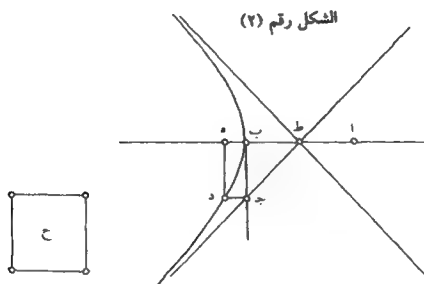
برهان ذلك : إنا نخرج من نقطة α خطاً يوازي $\overline{هـ جـ}$ ، ونخرج إليه خط $\overline{ب ز}$ ، فيلقاه على $\overline{ح}$ ، فلأن نسبة $\overline{أ ب}$ إلى $\overline{ب هـ}$ كنسبة $\overline{أ ح}$ إلى $\overline{هـ ز}$ - ونجعل خط $\overline{ج ز}$ وسطاً فيما بين $\overline{أ ح}$ و $\overline{هـ ز}$ - فيكون نسبة $\overline{أ ح}$ إلى $\overline{هـ ز}$ مؤلفة من نسبة $\overline{أ ح}$ إلى $\overline{ج ز}$ ومن نسبة $\overline{ج ز}$ إلى $\overline{هـ ز}$. لكن نسبة $\overline{أ ح}$ إلى $\overline{ج ز}$ كنسبة $\overline{أ د}$ إلى $\overline{د ج}$ ، فنسبة $\overline{أ ح}$ إلى $\overline{هـ ز}$ ، أعني نسبة $\overline{أ ب}$ إلى $\overline{ب هـ}$ مؤلفة من نسبة $\overline{أ د}$ إلى $\overline{د ج}$ ومن نسبة $\overline{ج ز}$ إلى $\overline{هـ ز}$.

و

نريد أن نزيد في خطٍ معلوم زيادة على استقامته ليكون ضرب الخط المعلوم مع الزيادة في الزيادة مثل سطح مفروض.

١٥ فليكن الخط المعلوم $\overline{أ ب}$ والسطح المفروض سطح $\overline{ح}$. فليقيم على نقطة $\overline{ب}$ من خط $\overline{أ ب}$ خط $\overline{ب ج}$ على زاوية قائمة ، وليكن خط $\overline{ب ج}$ قوياً على سطح $\overline{ح}$. ونعمل قطعاً زائداً رأسه نقطة $\overline{ب}$ ، وكل من ضلعي شكله المائل والقائم مثل خط $\overline{أ ب}$. وزاوية خط ترتبيه قائمة . وليكن قطع $\overline{ب د}$ ، ونخرج

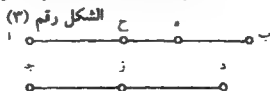
خط \overline{AB} على استقامته من جهة \overline{B} بغير نهاية، ونخرج من نقطة \overline{J} خط \overline{JD} موازاً لـ \overline{AB} ، فهو لا محالة يلقى القطع، فليقله على نقطة \overline{D} ، ونخرج \overline{DE} يوازي \overline{JB} . فأقول: إن ضرب \overline{AE} في \overline{EB} مثل سطح \overline{C} .



برهان ذلك: إن نسبة سطح \overline{AE} في \overline{EB} إلى مربع \overline{E} كنسبة الضلع المائل إلى الضلع القائم لقطع \overline{B} \overline{D} ، والضلعان متساويان، فسطح \overline{AB} في \overline{EB} مساوٍ لمربع \overline{DE} ، أعني مربع خط \overline{B} \overline{J} ، أعني سطح \overline{C} المفروض.

ز

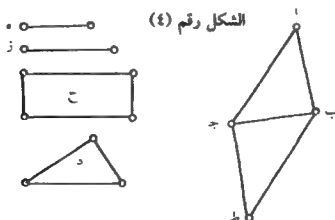
إذا كان خطا \overline{AB} \overline{JD} قسماً بقسمين على تقطعي \overline{E} \overline{Z} ، فكان ضرب \overline{AB} في \overline{B} مثل ضرب \overline{JD} في \overline{D} ، وكان قسم \overline{AE} من خط \overline{AB} أعظم من قسم \overline{JZ} من خط \overline{JD} ، فأني أقول: إن خط \overline{AB} أطول من خط \overline{JD} .



برهان ذلك : إنا نفصل $\overline{أح}$ مثل $\overline{ج ز}$. فلأن ضرب $\overline{أب}$ في $\overline{ب ه}$ أصغر من ضرب $\overline{أب}$ في $\overline{ب ح}$. وضرب $\overline{أب}$ في $\overline{ب ه}$ مثل ضرب $\overline{ج د}$ في $\overline{د ز}$ ، ف ضرب $\overline{أب}$ في $\overline{ب ح}$ أعظم من ضرب $\overline{ج د}$ في $\overline{د ز}$. وإح مثل $\overline{ج ز}$ ، يكون $\overline{ب ح}$ أطول من $\overline{د ز}$. ف $\overline{أب}$ أطول من $\overline{ج د}$.

ح

٥ زاوية $\overline{ب أ ج}$ ومثلث $\overline{د م ع}$ معلومان ، ونسبة $\overline{ه}$ إلى $\overline{ز}$ مفروضة ، / نريد أن ١٢٣ و
نفصل من زاوية $\overline{ب أ ج}$ مثلاً بخط مستقيم يقطع الساقين حتى يكون نسبة
مثلث $\overline{د}$ إلى ذلك المثلث الحادث كنسبة $\overline{ه}$ إلى $\overline{ز}$.

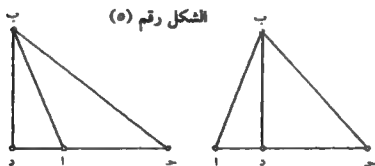


فنجعل نسبة مثلث $\overline{د}$ إلى سطح $\overline{ح}$ كنسبة $\overline{ه}$ إلى $\overline{ز}$ ، ونعمل على خط $\overline{أب}$
سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لضعف سطح $\overline{ح}$ وزاويته مثل زاوية $\overline{آ}$ على ما
١٠ تبين عمله في شكل $\overline{مه}$ من مقالة $\overline{آ}$ من كتاب الأصول ، وليكن سطح
 $\overline{أ ب ط ج د}$ ونصل $\overline{ب ج}$ ، فيكون مثلث $\overline{أ ب ج}$ مثل سطح $\overline{ح}$ ، ويكون
نسبة مثلث $\overline{د}$ إلى مثلث $\overline{أ ب ج}$ كنسبة $\overline{ه}$ إلى $\overline{ز}$.

7 يقطع : الخط .

ط

زاوية $\overline{ب ا ج}$ من مثلث $\overline{أ ب ج}$ معلومة، أقول : إن نسبة ضرب $\overline{ب أ}$ في $\overline{أ ج}$ إلى مثلث $\overline{أ ب ج}$ معلومة.

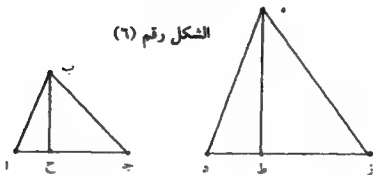


برهانه : إنا نخرج من نقطة $\overline{ب}$ عموداً على $\overline{أ ج}$ وهو $\overline{ب د}$ ، فزاوية $\overline{ب د أ}$ معلومة وزاوية $\overline{ب د ج}$ معلومة، فيبقى زاوية $\overline{أ ب د}$ معلومة، فنلث $\overline{ب أ د}$ معلوم الصورة، فنسبة $\overline{ب أ}$ إلى $\overline{ب د}$ معلومة، فنسبة $\overline{ب أ}$ في $\overline{أ ج}$ إلى $\overline{ب د}$ معلومة، ونسبة $\overline{أ ج}$ في $\overline{ب د}$ إلى مثلث $\overline{أ ب ج}$ معلومة، فنسبة سطح $\overline{ب أ}$ في $\overline{أ ج}$ إلى مثلث $\overline{أ ب ج}$ معلومة.

ي

١٠ إذا كان في مثلثي $\overline{أ ب ج}$ و $\overline{د ه ز}$ زاوية $\overline{أ}$ مثل زاوية $\overline{د}$ ، فأقول : إن نسبة سطح $\overline{أ ب}$ في $\overline{أ ج}$ إلى سطح $\overline{د ه}$ في $\overline{د ز}$ كنسبة مثلث $\overline{أ ب ج}$ إلى مثلث $\overline{د ه ز}$.

الشكل رقم (٦)



برهان ذلك : إنا نخرج عمودي $\overline{ب ح}$ و $\overline{د ط}$ على $\overline{ا ج د ز}$ ، فعلوم أن مثلث $\overline{ا ب ح}$ يشبه مثلث $\overline{د ه ط}$ ، فنسبة $\overline{ا ب}$ إلى $\overline{ب ح}$ كنسبة $\overline{د ه}$ إلى $\overline{ه ط}$. لكن نسبة $\overline{ا ب}$ إلى $\overline{ب ح}$ كنسبة سطح $\overline{ا ب}$ في $\overline{ا ج}$ إلى سطح $\overline{ب ح}$ في $\overline{ا ج}$ ، إذا جعلنا $\overline{ا ج}$ ارتفاعاً مشتركاً لهما. وكذلك أيضاً نسبة $\overline{د ه}$ إلى $\overline{ه ط}$ كنسبة سطح $\overline{د ه}$ في $\overline{د ز}$ إلى سطح $\overline{ه ط}$ في $\overline{د ز}$ ، لكن نسبة سطح $\overline{ب ح}$ في $\overline{ا ج}$ إلى سطح $\overline{ه ط}$ في $\overline{د ز}$ كنسبة مثلث $\overline{ا ب ج}$ إلى مثلث $\overline{د ه ز}$ ، فنسبة سطح $\overline{ا ب}$ في $\overline{ا ج}$ إلى سطح $\overline{د ه}$ في $\overline{د ز}$ كنسبة مثلث $\overline{ا ب ج}$ إلى مثلث $\overline{د ه ز}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين.

ونقدم المسألة :

١٥ إذا كانت دائرة معلومة الوضع والقدر ونقط ثلاث على استقامة معلومات، وعمدنا لإيقاع مثلث مستقيم الأضلاع في الدائرة ليجوز كل واحد من أضلاعه مستقيماً على إحدى النقط.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

فليكن الدائرة دائرة $\overline{د ه ز}$ والنقط الثلاث $\overline{ا ب ج}$ وهي على خط مستقيم، فنخرج من نقطتي $\overline{ا ب}$ خطين يماسان دائرة $\overline{د ه ز}$ ، وليكونا خطي $\overline{ا ح}$ / $\overline{ب ط}$ ، فيكونان معلومي القدر.

١٢٣ - ط

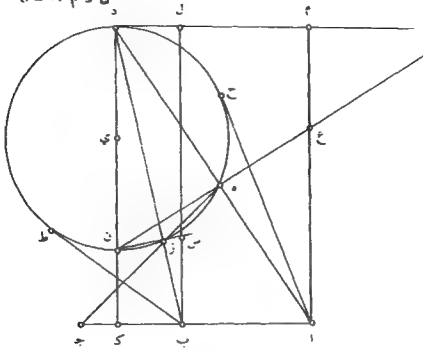
فإن اتفق أن يكون النسبة المولفة من نسبة مربع خط $\overline{ا ح}$ إلى خط $\overline{ا ج}$ 6 نسبة : مكررة - 15 يماسان دائرة : مطبوعة.

المعلوم ومن نسبة خط $\overline{ب ج}$ المعلوم إلى مربع خط $\overline{ب ط}$ المعلوم نسبة المثل .
 أعني أن يكون نسبة مربع خط $\overline{أ ح}$ إلى مربع خط $\overline{ب ط}$ كنسبة خط $\overline{أ ج}$ إلى
 خط $\overline{ب ج}$ لما قدما في المقدمات . فإننا نطلب مركز دائرة $\overline{د ه}$ فنجده ، وليكن
 نقطة $\overline{ي}$. ونخرج من نقطة $\overline{ي}$ إلى خط $\overline{أ ج}$ عمود $\overline{ي ك}$ يقطع دائرة $\overline{د ه}$ ز على
 نقطة $\overline{ن}$ ، ونخرجه على استقامته إلى المحيط . فيلقاه على $\overline{د}$ ، ونصل خطي $\overline{د أ}$
 $\overline{د ب}$ يقطعان المحيط على نقطتي $\overline{ه ز}$ ، ونصل $\overline{ه ز ج}$ ، فأقول : إن خط
 $\overline{ه ز ج}$ مستقيم .

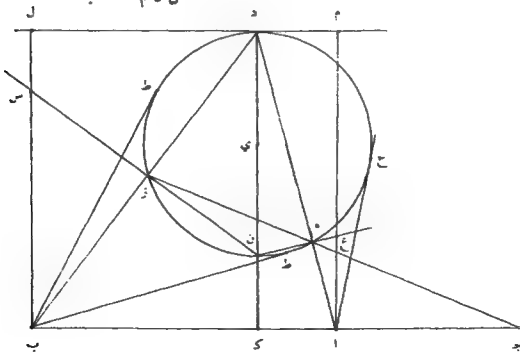
برهان ذلك : إنا نجيز على نقطة $\overline{د}$ خط $\overline{د ل م}$ بماس دائرة $\overline{د ه}$ ز على نقطة
 $\overline{د}$ ، ونصل خطي $\overline{ن ه}$ $\overline{ن ز}$ ، ونخرجها على استقامتها ، ونخرج إليها من نقطتي
 10 $\overline{أ ب}$ خطين موازيين لخط $\overline{د ك}$ ، فيلقياها على نقطتي $\overline{س ع}$ ، ونخرجها
 على استقامتها حتى يلقيا الخط المماس على نقطتي $\overline{م ل}$. فلأن مربع $\overline{أ ح}$
 مساو لضرب $\overline{أ د}$ في $\overline{أ ه}$ ، أعني ضرب $\overline{أ م}$ في $\overline{أ ع}$ لتشابه مثلثي $\overline{م أ د ع}$ ،
 وأيضاً مربع $\overline{ب ط}$ مساو لضرب $\overline{ب د}$ في $\overline{ب ز}$ ، أعني ضرب $\overline{ل ب}$ في $\overline{ب س}$
 لتشابه مثلثي $\overline{ل ب د س}$ ، يكون نسبة ضرب $\overline{أ م}$ في $\overline{أ ع}$ إلى ضرب
 15 $\overline{ل ب}$ في $\overline{ب س}$ كنسبة مربع $\overline{أ ح}$ إلى مربع $\overline{ب ط}$ ، وهي (التي مع نسبة
 $\overline{ب ج}$ إلى $\overline{أ ج}$ > نسبة المثل . لكن نسبة مربع $\overline{أ ح}$ إلى مربع $\overline{ب ط}$ كنسبة $\overline{أ ج}$
 إلى $\overline{ب ج}$ ، فنسبة ضرب $\overline{أ م}$ في $\overline{أ ع}$ إلى ضرب $\overline{ل ب}$ في $\overline{ب س}$ كنسبة $\overline{أ ج}$
 إلى $\overline{ب ج}$. لكن نسبة ضرب $\overline{أ م}$ في $\overline{أ ع}$ إلى ضرب $\overline{ل ب}$ في $\overline{ب س}$ مؤلفة
 من نسبة $\overline{أ م}$ إلى $\overline{ل ب}$ ومن نسبة $\overline{أ ع}$ إلى $\overline{ب س}$. وأما مثل $\overline{ل ب}$ ، يكون
 20 نسبة سطح $\overline{أ م}$ في $\overline{أ ع}$ إلى سطح $\overline{ل ب}$ في $\overline{ب س}$ كنسبة $\overline{أ ع}$ إلى $\overline{ب س}$.
 فنسبة $\overline{أ ع}$ إلى $\overline{ب س}$ كنسبة $\overline{أ ج}$ إلى $\overline{ب ج}$. لكن نسبة $\overline{أ ع}$ إلى $\overline{ب س}$ -
 إذا جعلنا $\overline{د ن}$ وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة $\overline{أ ع}$ إلى $\overline{د ن}$ - أعني نسبة $\overline{أ ه}$ ١٢٤ - و

١١ بقيا : بقيان - ١٢ $\overline{أ ع}$: $\overline{م ع}$ - ١٧ $\overline{أ ج}$: $\overline{أ د}$.

ملحق ١ : كتاب تركيب المسائل
الشكل رقم (٧ - أ)



الشكل رقم (٧ - ب)

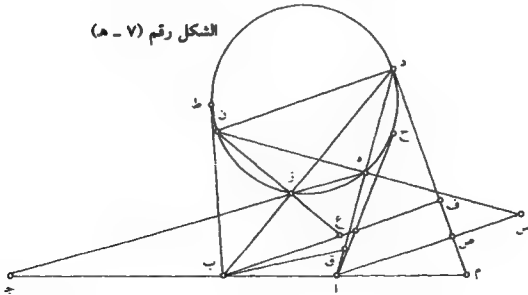


أج إلى ج ب. فالخط الذي يصل بين نقطتي هـ ج يتنظم نقطة ز ويمر عليها مستقيماً.

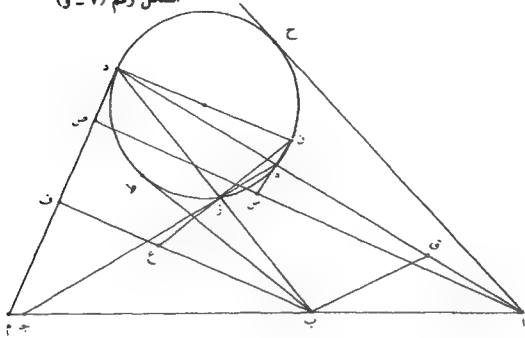
وإن كانت النسبة المؤلفة من نسبة مربع خط آح إلى خط أج ومن نسبة ب ج إلى مربع ب ط نسبة الخلاف، فإننا نجعلها في هاتين الصورتين - الأولى والثانية - نسبة صغير إلى كبير، كنسبة ي ك إلى ي ل، ونجعل نسبة أب إلى أم - المخرج على استقامته من جهة آ - كنسبة ك ل إلى ي ك. فيكون نسبة ي ك إلى ي ل كنسبة أم إلى م ب. وأما أن يكون نسبة كبير إلى صغير، كنسبة ي ل إلى ي ك، فإننا نجعل نسبة أب إلى ب م - المخرج على استقامته من جهة ب في الصورتين - الثالثة والرابعة - كنسبة ك ل إلى ك ي، فيكون أيضاً نسبة أم إلى م ب كنسبة ي ل إلى ي ك، ونخرج من نقطة م - في الصور الأربع - خطاً يماس دائرة ده ز، وهو خط دم، ونصل خطي دأ دب، فيقطعان الدائرة على هـ ز، ونصل هـ ز ونخرجه إلى ج، فأقول: إن خط هـ ز ج مستقيم.

الشكل رقم (٧ - د) ي

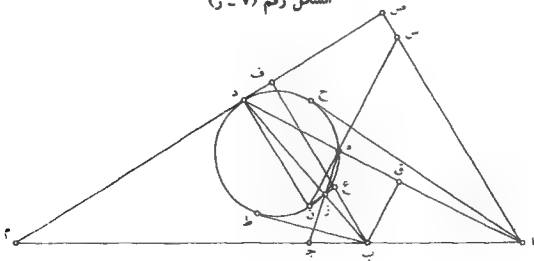
الشكل رقم (٧ - هـ)



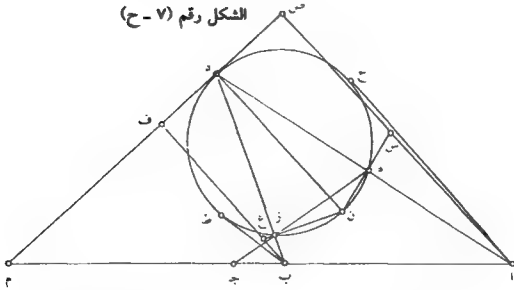
الشكل رقم (٧ - و)



الشكل رقم (٧ - ز)

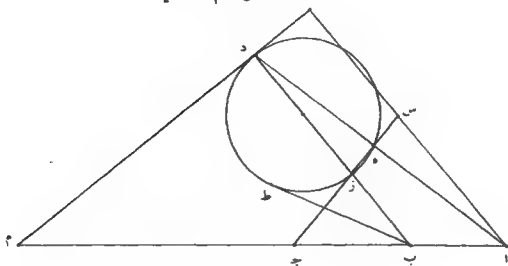


الشكل رقم (٧ - ح)



برهان ذلك : إنا نخرج قطر $\overline{د ن}$ ، ونصل خطي $\overline{ن ه}$ و $\overline{ز ن}$ ونخرجهما على / ١٢٤ - ظ
استقامة ، ونخرج إليهما من نقطتي $\overline{آ ب}$ خطين موازيين لقطر $\overline{د ن}$ ، فيلقياهما
على نقطتي $\overline{س ع}$. ونخرج خط $\overline{ب ع}$ على استقامته إلى خط $\overline{م د}$ ، فليلقاه
على نقطة $\overline{ف}$ ، ونخرج $\overline{ب ق}$ يوازي $\overline{ه ز}$. فلأن نسبة $\overline{آ م}$ إلى $\overline{م ب}$ مؤلفة من
5 نسبة مربع خط $\overline{آ ح}$ إلى خط $\overline{آ ج}$ ومن (نسبة) خط $\overline{ب ج}$ إلى مربع خط
 $\overline{ب ط}$ - وإذا كانت ستة أقدار نسبة الأول منها إلى الثاني مؤلفة من نسبة
الثالث إلى الرابع ومن نسبة الخامس إلى السادس ، فإنه يكون أيضاً نسبة
الثالث منها إلى السادس مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الرابع إلى
الخامس - تكون نسبة مربع خط $\overline{آ ح}$ إلى مربع $\overline{ب ط}$ مؤلفة من نسبة $\overline{آ م}$
10 إلى $\overline{م ب}$ ومن نسبة $\overline{آ ج}$ إلى $\overline{ج ب}$. لكن مربع خط $\overline{آ ح}$ مثل ضرب $\overline{آ د}$ في
 $\overline{آ ه}$. أعني ضرب $\overline{س آ}$ في $\overline{آ ص}$ لتشابه مثلثي $\overline{آ ه س}$ و $\overline{آ د ص}$ ، ومربع $\overline{ب ط}$
مثل ضرب $\overline{د ب}$ في $\overline{ب ز}$ ، أعني ضرب $\overline{ف ب}$ في $\overline{ب ع}$ لتشابه مثلثي
 $\overline{ف ب د}$ و $\overline{ع ب ز}$. ونسبة السطح الذي يحيط به $\overline{س آ ص}$ إلى السطح الذي

الشكل رقم (٧ - ي)



برهانه : إنا نخرج خط $هـ ز$ على استقامته، ونخرج إليه من نقطة $آ$ خطاً موازياً لقطر $د ن$ يلقاه على نقطة $س$. فلأن نسبة $آ ج$ إلى $ج ب$ كنسبة $آ س$ إلى $ز ب$ لتشابه مثلثي $آ س ج$ و $ز ب ج$ ، لكن نسبة $آ س$ إلى $ز ب$ - إذا جعلنا $د ز$ وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة $آ س$ إلى $د ز$ ، أعني نسبة $آ هـ$ إلى $هـ د$ ومن نسبة $د ز$ إلى $ز ب$ ، ففي قطاع $د آ ج$ المستقيم الخطين: نسبة $آ ج$ إلى $ج ب$ مؤلفة من نسبة $آ هـ$ إلى $هـ د$ ومن نسبة $د ز$ إلى $ز ب$ ، فالخط الذي يصل بين نقطتي $هـ ج$ يتظم نقطة $ز$ ويمر عليها مستقيماً، فخط $هـ ز ج$ مستقيم، وذلك ما أردنا أن نبين.

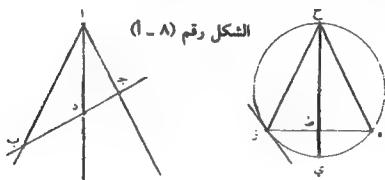
المسألة الأخرى :

- 10 إذا فرض زاوية مستقيمة الخطين ونقطة داخلها: على أن يقسمها الخط الموصول بين النقطة وبين نهايتها بنصفين، وخط مستقيم، وقصدنا لإجازة خط مستقيم على النقطة حتى يوتر الزاوية ويساوي الخط المفروض.

10 يقسمها : نفسها.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

فلنفرض المعلومات زاوية $\overline{باج}$ ونقطة $\overline{د}$ وخط $\overline{هز}$ ونصل $\overline{اد}$ ونخط $\overline{هز}$ - ١٢٥ .
 على خط $\overline{هز}$ قوساً من دائرة بقبل زاوية $\overline{باج}$ ، وهي قوس $\overline{هي}$. ونتمم دائرة $\overline{هزي}$ ونقسم $\overline{هز}$ بنصفين على $\overline{ط}$ ، ونخرج قطر $\overline{طي}$ فيكون معلوماً . لأننا نصل $\overline{هح}$ $\overline{هز}$ فزاوية $\overline{هحز}$ معلومة ، لأنها مثل زاوية $\overline{باج}$ ، وخط $\overline{هز}$ معلوم ، فدائرة $\overline{هحز}$ معلومة القدر والوضع ، فخط $\overline{اد}$ إما أن يكون مساوياً لخط $\overline{حط}$ أو أعظم أو أصغر .

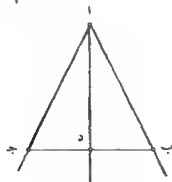


الشكل رقم (٨ - ١)

فإن اتفق أن يكون مساوياً له فإن وجود المطلوب سهل ، وذلك أنا نجيز على نقطة $\overline{د}$ عموداً على $\overline{اد}$ وهو $\overline{دج}$ ، فأقول : إن خط $\overline{بج}$ مثل خط

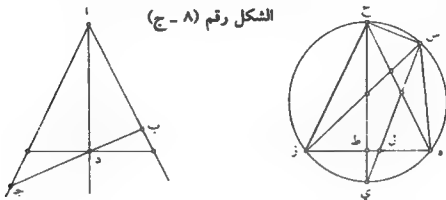
الشكل رقم (٨ - ٢)

١٠ هـ ز .



برهان ذلك : إن زاوية $\overline{باج}$ من مثلث $\overline{ابج}$ مثل زاوية $\overline{هحز}$ من مثلث $\overline{هحز}$ وعمود $\overline{اد}$ على قاعدة $\overline{بج}$ مثل عمود $\overline{طح}$ على قاعدة $\overline{هز}$ ، فقاعدة $\overline{بج}$ مثل قاعدة $\overline{هز}$.
وإن اتفق أن يكون $\overline{اد}$ أطول من $\overline{حط}$. فأقول : إنه لا يمكن هنالك وجود المطلوب . 5

الشكل رقم (٨ - ج)



برهانه : إنه لا يمكن ذلك ، فإن أمكن ، فليكن خط $\overline{ب د ج}$ مثل خط $\overline{ه ز}$. وخطا $\overline{اباج}$ إما أن يكونا متساويين أو مختلفين . فإن كانا متساويين فإن $\overline{اد}$ عمود على $\overline{بج}$. ولأن زاوية $\overline{باج}$ من مثلث $\overline{ابج}$ مساوية لزاوية $\overline{هحز}$ من مثلث $\overline{هحز}$ ، وقاعدة $\overline{هز}$ مثل قاعدة $\overline{بج}$ ، فعمود $\overline{اد}$ مثل عمود $\overline{حط}$ ، وقد كان أطول منه ، هذا خلف لا يمكن . 10

وإن كان خطا $\overline{اباج}$ مختلفين ، فنعلم أن قوس $\overline{هي}$ ز تقبل زاوية مثل زاوية $\overline{باج}$. وكل خط يخرج من نقطة $\overline{ي}$ إلى قوس $\overline{هح}$ ، فإن قسّمه الذي يقع بين خط $\overline{هط}$ وقوس $\overline{هح}$ أبداً أقصر من خط $\overline{حط}$ ، مثل خط $\overline{يلس}$. فإن $\overline{لس}$ أبداً أقصر من $\overline{حط}$ ، فإذاً خط $\overline{اد}$ أبداً أقصر من $\overline{حط}$. إذاً كان خطا $\overline{اباج}$ مختلفين ، ومساوٍ له إذا كانا متساويين ، > هذا خلف لا يمكن < .

11 . $\overline{هي ز}$: $\overline{هح ز}$ / قبل : يقبل - 15 مختلفين : مختلفان / متساويين : متساويان .

س ل ، يكون ب د مثل ه ل ، ويكون جميع ب ج د مثل ه ز ، وذلك ما أردنا أن نبين.

المسألة الأخرى :

إذا فرض سطح متوازي الأضلاع ، وأردنا إخراج خط من نهاية إحدى زواياه إلى الخط المقابل لها المخرج على استقامة ليلقاه ، ويكون نسبة المثلث الحادث بين القطر المنفصل بالخط المطلوب والضلع المتقسم به إلى المثلث الحادث بين الخط المخرج على استقامة وبين الضلع المذكور معلومة.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

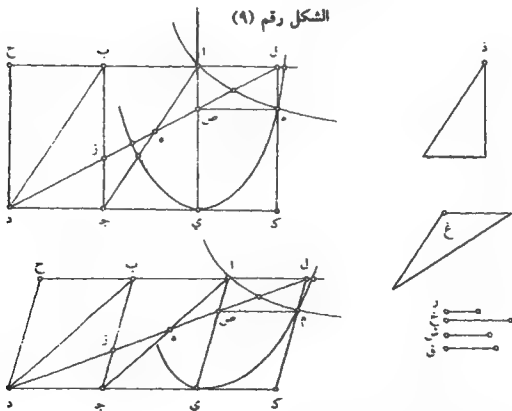
فليكن السطح المتوازي الأضلاع ا ب ج د وقطره ب ج ، فإذا أردنا أن
 10 نعمل ما شرطناه فإننا نعمل زاوية د مساوية لزاوية ا ج ب ، وزاوية غ مساوية
 لزاوية ا ج د . ونفصل من زاوية د مثلاً - كيفما اتفق - بخط مستقيم يقطع
 الضلعين المحيطين بها ، ونفصل من زاوية غ أيضاً مثلاً بخط مستقيم يجوز على
 سابقها ، وليكن نسبة مثلث د إلى مثلث غ كالنسبة المفروضة ، فمثلث غ معلوم
 وزاوية غ معلومة ، فعلى ما قدمنا يكون نسبة ضرب الضلعين اللذين يحيطان
 15 بزاوية غ من مثلث غ إلى مثلث غ معلومة . فنجعل نسبة خط ر إلى خط ش
 كنسبة السطح الذي يحيط به الضلعان اللذان يحيطان بزاوية د من مثلث د
 إلى السطح الذي يحيط به الضلعان المحيطان بزاوية غ من مثلث غ . وليكن
 خط ح مثلي خط ر ، ونخرج من نقطتي آ د خطين موازيين لقطر ب ج ،
 ونخرج إليهما ضلعي ا ب ج د ، فيلقيانها على نقطتي ي ح . فيبين أن كل واحد

من خطي ب ح ي ج مثل كل واحد من خطي ا ب ج د. ونجعل نسبة خط ق إلى خط ج د كنسبة ش إلى خ، فيصير خط ق معلوماً.

فإن كانت زاوية α قائمة أو متفرجة، فإننا نعمل في هذه الصورة قطعاً مكافئاً رأسه نقطة γ وضلعه القائم خط α المعلوم وسهمه على استقامة γ

5 وزاوية خط ترتيبه مساوية لزاوية أ ب ج المعلومة، وهو قطع م ي، فهو / ١٢٦ - ط
معلوم الوضع. ونجيز على نقطة أ قطعاً زائداً لا يلقاه خط ي د د ح. بل يقربانه
دائماً، فهو لا محالة يقطع القطع المكافئ، فليقطعه على نقطة م، ونخرج من
نقطة م عمود م د على استقامة خط أ ب. ونصل د ل يقطع قطر ج ب على
ز وضلع أ ج على ه وخط أ ي على ص، فأقول: إن نسبة مثلث ه ز ج إلى
10 مثلث أ ل ه كالنسبة المفروضة.

الشكل رقم (٩)



6 بقاھ : بقیانہ - 9 زج : دزج .

برهان ذلك : إنا نخرج خط $\overline{ل م}$ على استقامته . ونخرج إليه خط $\overline{دي}$ على استقامته حتى يلقاه على نقطة $\overline{ك}$. فلأن $\overline{نقطة دي}$ $\overline{أ م}$ على القطع الزائد وخطي $\overline{ك د د ح}$ اللذين لا يلتقيانه وخطي $\overline{ك ل أ ي}$ يوازيان خط $\overline{د ح}$ ، يكون ضرب $\overline{م ك}$ في $\overline{ك د}$ مثل ضرب $\overline{أ ي}$ - أعني $\overline{ك ل}$ - في $\overline{ي د}$. فنسبة $\overline{م ك}$ إلى $\overline{ك ل}$ كنسبة $\overline{دي}$ إلى $\overline{د ك}$. أعني نسبة $\overline{ي ص}$ إلى $\overline{ك ل}$ ، فخط $\overline{ي ص}$ $\overline{ك م}$ نسبتها إلى خط $\overline{ك ل}$ واحدة ، فهما متساويان ، فالخط الذي يصل بين $\overline{نقطتي م ص}$ يوازي $\overline{ال}$. ولأن نسبة خط $\overline{ق}$ إلى خط $\overline{ج د}$ كنسبة $\overline{ش}$ إلى $\overline{خ}$ ونسبة خط $\overline{ق}$ إلى $\overline{ج د}$ كنسبة \langle سطح \rangle خط $\overline{ق}$ في $\overline{ي ص}$ إلى سطح $\overline{ج د}$ في $\overline{ي ص}$ - إذا جعلنا $\overline{ي ص}$ ارتفاعاً مشتركاً لهما - وسطح خط $\overline{ق}$ في $\overline{ي ص}$ $\overline{مساح}$ لمربع خط $\overline{م ص}$ ، أعني خط $\overline{ال}$ ، فنسبة \langle سطح \rangle خط $\overline{ج د}$ في $\overline{ي ص}$ إلى مربع $\overline{ال}$ كنسبة $\overline{خ}$ إلى $\overline{ش}$. وخط $\overline{ج د}$ مثل خط $\overline{ي ج}$ و $\overline{ج ز}$ يوازي $\overline{ي ص}$ ، فنسبة السطح الذي يحيط به خط $\overline{ج د}$ إلى السطح الذي يحيط به خط $\overline{ج د}$ $\overline{دي ص}$ كنسبة $\overline{ج ز}$ إلى $\overline{ي ص}$ ، أعني نسبة $\overline{ر}$ إلى $\overline{خ}$. يكون نسبة سطح $\overline{ج د}$ في $\overline{ج ز}$ إلى مربع $\overline{ال}$ كنسبة $\overline{ر}$ إلى $\overline{ش}$. لكن $\overline{نسبة سطح ج د}$ في $\overline{ج ز}$ إلى مربع $\overline{ال}$ مؤلفة من نسبة $\overline{ج د}$ إلى $\overline{ال}$ ، أعني نسبة $\overline{ج ه}$ إلى $\overline{ه أ}$ ، ومن نسبة $\overline{ج ز}$ إلى $\overline{ال}$. لكن النسبة المؤلفة من نسبة $\overline{ج ه}$ إلى $\overline{ه أ}$ ومن نسبة $\overline{ج ز}$ إلى $\overline{ال}$ هي نسبة ضرب $\overline{ج ز}$ في $\overline{ج ه}$ إلى ضرب $\overline{ه أ}$ في $\overline{ال}$ ، يكون نسبة $\overline{ر}$ إلى $\overline{ش}$ كنسبة ضرب $\overline{ج ز}$ في $\overline{ج ه}$ إلى ضرب $\overline{ه أ}$ في $\overline{ال}$. لكن نسبة $\overline{ر}$ إلى $\overline{ش}$ \langle هي نسبة \rangle ضرب / الضلعين اللذين يحيطان $\overline{ر}$ - و $\overline{ش}$ بزاوية $\overline{د}$ من مثلث $\overline{د}$ أحدهما في الآخر إلى ضرب الضلعين اللذين يحيطان بزاوية $\overline{غ}$ من مثلث $\overline{غ}$ أحدهما في الآخر . وزاوية $\overline{د}$ مثل زاوية $\overline{ا ج ب}$ ، وزاوية $\overline{غ}$ مثل زاوية $\overline{ج ا ل}$ ، فعلى ما قدمنا من المقدمات تكون نسبة مثلث $\overline{د}$ إلى

3 وخطي (الأول والثانية) : وخطا - 12 ج ز : د ز

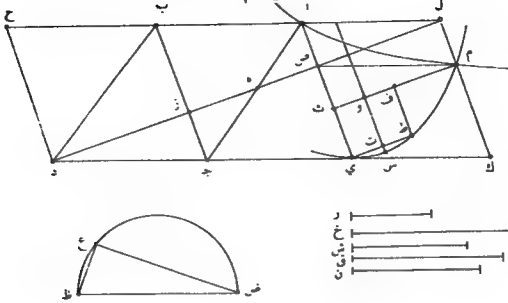
مثلث $\overline{ع\bar{ز}}$ كنسبة مثلث $\overline{ج\bar{ز}}$ إلى مثلث $\overline{ل\bar{ا}}$. ولكن نسبة مثلث $\overline{د\bar{ز}}$ إلى مثلث $\overline{ع\bar{ز}}$ هي النسبة المفروضة ، فنسبة مثلث $\overline{ج\bar{ز}}$ إلى مثلث $\overline{ه\bar{ا}}$ كالنسبة المفروضة ، وذلك ما أردنا أن نبين .

وإن كانت زاوية $\overline{أ\bar{ب}}$ حادة ، فإننا نعمل ما عملنا في أول الشكل المتقدم بعينه حتى يصير لنا خط $\overline{ق\bar{}}$ معلوماً ، ثم نخط نصف دائرة على قطر $\overline{ض\bar{ط}}$ ونخرج فيه وتر $\overline{ط\bar{ع}}$ يحيط مع قطر $\overline{ض\bar{ط}}$ بزاوية مثل زاوية $\overline{أ\bar{ب}}$ ج ، ونصل $\overline{ض\bar{ع}}$ ، ونجعل نسبة خط $\overline{ق\bar{}}$ إلى خط $\overline{ن\bar{}}$ كنسبة مربع $\overline{ض\bar{ط}}$ إلى مربع $\overline{ض\bar{ع}}$ ، فيصير خط $\overline{ن\bar{}}$ معلوماً . ونخرج من نقطة $\overline{ي\bar{}}$ عموداً على $\overline{أ\bar{}}$ ، ونجعل نسبة عمودي $\overline{ط\bar{}}$ إلى خط $\overline{ن\bar{}}$ كنسبة $\overline{ط\bar{ع}}$ إلى $\overline{ض\bar{ع}}$ ، ونقسم عمودي $\overline{ط\bar{}}$ بنصفين على نقطة $\overline{ت\bar{}}$ ، ونجعل نسبة $\overline{ي\bar{ت}}$ إلى $\overline{ت\bar{س}}$ - الموازي لـ $\overline{أ\bar{ي}}$ - كنسبة خط $\overline{ن\bar{}}$ إلى $\overline{ي\bar{ت}}$. ونعمل قطعاً مكافئاً رأسه نقطة $\overline{س\bar{}}$ وصلعه القائم خط $\overline{ن\bar{}}$ وسهمه على استقامة $\overline{س\bar{ت}}$ وزاوية خط ترتيبه قائمة ، وهو قطع $\overline{س\bar{م}}$ ، فهو يمر على نقطة $\overline{ط\bar{}}$ لأن ضرب $\overline{ن\bar{}}$ - الضلع القائم - في $\overline{ت\bar{س}}$ مساوٍ لمربع $\overline{ت\bar{ط}}$. ونجيز على نقطة $\overline{أ\bar{}}$ قطعاً زائداً لا يلقاه خط $\overline{ي\bar{د}}$ د ح ، بل يقربانه دائماً ، فهو لا يحالة يقطع القطع المكافئ ، فليقطعه على $\overline{م\bar{}}$ ، ونجيز على نقطة $\overline{م\bar{}}$ خط لـ $\overline{م\bar{ك}}$ موازياً لـ $\overline{أ\bar{ي}}$ ، ونخرج إليه خطي $\overline{ح\bar{أ}}$ $\overline{د\bar{ي}}$ على استقامتهما فيلقيانها على نقطتي $\overline{ك\bar{ل}}$ ، ونصل خط $\overline{د\bar{ز}}$ ص ل مستقيماً ، فأقول : إن نسبة مثلث $\overline{ج\bar{ز}}$ إلى مثلث $\overline{ه\bar{ا}}$ كالنسبة المفروضة .

١ ج زه : ج زد - ٢ ج زه : ج زد - ١٢ خط ترتيبه : لخط ترتيب - ١٤ يلقاه : يلقائه - ١٨ ج زه :

ج زد .

الشكل رقم (١٠)



برهان ذلك : إنا نبين بمثل ما بينا في الشكل المتقدم بعينه أن خط $م ل$ مساوٍ لخط $ا ص$ وأن خط $م ص$ مواز ل $ا ل$. ونخرج من نقطة $م$ عمود $م ر$ على $م ت$ على $ا ي$ ، ونخرج إليه خط $ت س$ على استقامة حتى يلقاه على $و$. ونجعل $ف$ ومثل $و ت$. فلأن ضرب خط $ن$ - الضلع القائم لقطع $س م$ المكافئ - في $س و$ - قطره المجانب - مثل مربع $م و$ - لكن ضرب $ن$ في $س$ ومثل ضربه في $س ت$ وفي $ت و$ ، ومربع $م و$ ومثل مربعي $م ف$ و $ف و$ وضرب $م ف$ في $ف و$ مرتين، لكن ضرب خط $ن$ في $س ت$ مثل مربع $ت ي$ ، أعني مربع $ف و$ ، يبقى ضرب $ن$ في $ت و$ ، أعني $ي ت$ مساوياً لضرب $ف و$ في $ف و$ مرتين مع مربع $ف م$ ، أعني ضرب $ت م$ في $م ف$ - ١٠ ف ضرب $ن$ في $ي ت$ مثل ضرب $ت م$ في $م ف$. وقد جعلنا نسبة عمود $ي ط$ ، أعني $ف ت$ المساوي له، إلى خط $ن$ كنسبة $ط ع$ إلى $ض ع$ ، أعني

كنسبة $\overline{ص\ ث}$ إلى $\overline{ث\ م}$. يكون ضرب $\overline{ن}$ في $\overline{ص\ ث}$ مثل ضرب $\overline{م\ ث}$ في $\overline{ث\ ف}$. وقد كان ضرب $\overline{ن}$ في $\overline{ي\ ث}$ مثل ضرب $\overline{م\ ث}$ في $\overline{م\ ف}$ ، يكون ضرب $\overline{ن}$ في $\overline{ي\ ص}$ مثل مربع $\overline{م\ ث}$. وكنا جعلنا نسبة خط $\overline{ق}$ إلى خط $\overline{ن}$ كنسبة مربع $\overline{ص\ ظ}$ إلى مربع $\overline{ض\ ع}$. ونسبة خط $\overline{ق}$ إلى خط $\overline{ن}$ - إذا جعلنا $\overline{ي\ ص}$ ارتفاعاً مشتركاً - كنسبة سطح $\overline{ق}$ في $\overline{ي\ ص}$ إلى سطح $\overline{ن}$ في $\overline{ي\ ص}$.
 5 ونسبة مربع $\overline{ظ}$ إلى مربع $\overline{ض}$ إلى مربع $\overline{ع}$ كنسبة مربع $\overline{ص}$ إلى مربع $\overline{م}$ إلى مربع $\overline{ث}$ [وعلى النسبة $\overline{ب\ ل}$]. فنسبة سطح $\overline{ق}$ في $\overline{ص\ ي}$ إلى مربع $\overline{ص}$ كنسبة سطح $\overline{ن}$ في $\overline{ي\ ص}$ إلى مربع $\overline{م\ ث}$. وسطح $\overline{ن}$ في $\overline{ي\ ص}$ مساو لمربع $\overline{م\ ث}$ ، فيكون سطح $\overline{ق}$ في $\overline{ي\ ص}$ مثل مربع $\overline{م\ ص}$. فإذا قد تبين لنا أن سطح $\overline{ق}$ في $\overline{ي\ ص}$ مثل مربع $\overline{م\ ص}$ ، فإننا إذا اتبعناه ما قلنا في الشكل المتقدم بعينه أدانا ذلك إلى المطلوب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

وقد ذكر أبو سعد العلاء بن سهل في آخر تحليله لهذا الشكل ما أحكيه بنفس ألفاظه، وهذه ألفاظه بعينها :

فأما كيف اطراد المعرفة الرياضية بإعطاء نسبة ما بين مثلثي $\overline{د\ ج\ ز}$ إلى $\overline{ا\ ه}$
 15 وجدنا مساعاً يوصلنا إلى نبذه لزمنا بسببه إلى علم ما شذ حتى تبع.
 لكنه ما بقي لمستزىء إلا وقتل ببراعة النظر في التعاليم سعي متظاهر فيما يهدي إلى استفادته بإطناب وعن ظاهر عما يؤدي إليه الإلحاح فيه، فلنمسك عن تعدي هذه الغاية. هذه ألفاظه بعينها.

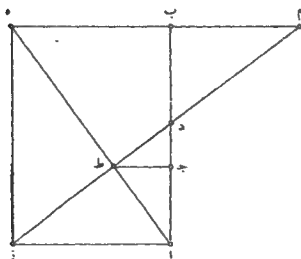
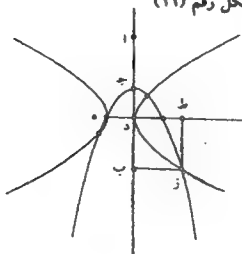
١ ص ث : ض ع / ص ث : ع ض - 13 بغض ألفاظه : وردت هكذا، والأصح ألفاظه نفسها، لأن نفس جاءت للتوكيد - 16 يوصلنا : توصلنا / بسببه : بسببها / تبع : قد تقرأ «سج» - 17 ما بقي : قد تقرأ «ياقي» / وقتل : وقتل - 18 إليه : إلى - 19 تعدي : يهدي.

- وأنا في أصدق حيرة من هذا الرجل . لا أدري كيف أفشى التعجب منه مع قوته في هذه التعاليم وإمعانه في استخراج غوامضها ؛ كيف تعذر عليه هذا حتى استبعده وحسن الظن بنفسه فيما اعتقده . وكيف حكم / فيما تعذر عليه ١٢٨ ر . أنه لا يمكن الوصول لأحد إليه ، ولم يعلم أن بين هذين المثلثين نسبة ما ويمكن الوصول إلى استخراجها . وإذا تعذر ذلك على أحد تبسّر على آخر . لكنني أحمل ذلك منه على ما يذكره هو بنفسه في أثناء كلامه في رسالته هذه من حداثة سنه وإعجابه بنفسه في جميع ما يأتي به وما يتكلفه من خيالاته في كل فصل من كلامه نعوذ بالله من ادعاء ما لا نعلم ونسأله التوفيق لما نعلم .
- أقول : إنه إذا كان سطح $\overline{أ ب ج د}$ مربعاً . وكانت نسبة المثلثين نسبة المثل فإنّه هو الشكل الذي قدمه أرشميدس بعينه لعمل المسبع وسلك فيه أبو سهل ويجن بن رسم الكوهي طريق تقسيم الخط بثلاثة أقسام على النسبة التي تقع فيه .
- ثم إذا كانت نسبة المثلثين نسبة الخلاف فإن بالشكل الذي عمله أبو سهل ينقسم الخط على النسبة المذكورة ويسهل وجود المطلوب .
- ١٥ مثال ذلك : إنا ثبت ما عمله أبو سهل في مقدمته للمسبع ، فنفرض خطاً مستقيماً عليه $\overline{ج د}$. وعمود $\overline{د ه}$ عليه مساوياً له ، ونعمل قطعاً مكافئاً رأسه نقطة $\overline{ج}$ وضلعه القائم $\overline{د ه}$ وسهمه على استقامة $\overline{ج د}$ ، ولكن قطع $\overline{ج ز}$ ، وقطعاً زائداً رأسه نقطة $\overline{د}$ وقطره المجانب - وهو سهمه - $\overline{د ه}$ وضلعه القائم مثل قطر المجانب ، فهو لا محالة يقطع قطع $\overline{ج ز}$ المكافئ ، فليقطعه على $\overline{ز}$ ، وهو قطع $\overline{د ز}$. ونرسل من نقطة $\overline{ز}$ عمودي $\overline{ز ب}$ $\overline{ز ط}$ على $\overline{ج د}$ و $\overline{د ه}$ ٢٠ المخرجين . ونزيد في $\overline{ج د}$ $\overline{أ ج}$ مثل $\overline{ب ز}$. فلأن ضرب $\overline{ج ب}$ في $\overline{ج د}$ مثل

١ حيرة : خيرة - ١١ رسم : رسم - ١٢ تقع : يقع - ١٧ د ه : ب ز - ٢٠ ج د : ج ه .

مربع $زب$. أعني مربع $اج$ المساوي له. وضرب $هـ ط$ في $ط د$ ، أعني ضرب
 $اد$ في $اج$ مثل مربع $ط ز$ ، أعني مربع $دب$ ، فعلوم أنا إذا فرضنا سطحاً
 متوازي الأضلاع عليه $اب$ وقطره $اه$ ، وقسمنا ضلعه $اب$ على نسبة
 أقسام خط $اب$ من هذا الشكل الذي قلنا. ووصلنا خط $زط$ دم
 مستقيماً، كان مثلث $اط ز$ مساوياً لمثلث $ب م د$.

الشكل رقم (١١)



ولأن أبا سهل قد احتاج في هذا الشكل إلى أن يكون نسبة المثلثين نسبة
 المثل . جعل الضلع القائم من القطع الزائد مثل القطر المجانب منه . ثم إذا
 كانت نسبة المثلثين نسبة الخلاف - فنجعلها نسبة $\overline{ك}$ إلى $\overline{ل}$ - فإننا نعمل ما
 عملنا في هذا الشكل بعينه . إلا أننا نجعل نسبة خط معلوم - وليكن $\overline{ح}$ - إلى
 5 خط $\overline{د ه}$ كنسبة $\overline{ك}$ إلى $\overline{ل}$ ، ونعمل القطع الزائد الذي عملنا . ونجعل ضلعه
 القائم خط $\overline{ح}$. فيكون ضرب $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج د}$ / مثل مربع $\overline{اج}$. ونسبة مربع ١٢٨ - ط
 $\overline{ب د}$ إلى ضرب $\overline{اد}$ في $\overline{اج}$ كنسبة الضلع القائم إلى القطر المجانب . أعني
 كنسبة خط $\overline{ح}$ إلى خط $\overline{د ه}$ ، أعني كنسبة $\overline{ك}$ إلى $\overline{ل}$. ثم إذا قسمنا خط $\overline{اب}$
 في المتوازي (الأضلاع) على نسبة هذه الأقسام على نقط $\overline{ج د}$ ، ووصلنا
 10 خط $\overline{ز ط د م}$ كان مستقيماً ، وكانت نسبة مثلث $\overline{ب م د}$ إلى مثلث $\overline{از ط}$
 كنسبة $\overline{ك}$ إلى $\overline{ل}$.

برهان ذلك : إن مربع $\overline{اج}$ مثل ضرب $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج د}$. فنسبة $\overline{ب ج}$
 إلى $\overline{اج}$ كنسبة $\overline{اج}$ إلى $\overline{ج د}$ ، وبالتركيب نسبة $\overline{اب}$ إلى $\overline{اج}$ كنسبة $\overline{اد}$ إلى
 $\overline{ج د}$. لكن نسبة $\overline{اب}$ إلى $\overline{اج}$ كنسبة $\overline{ب ه}$ إلى $\overline{ج ط}$ ، فنسبة $\overline{اد}$ إلى $\overline{ج د}$
 15 كنسبة $\overline{ب ه}$ - أعني $\overline{از}$ - إلى $\overline{ج ط}$. و $\overline{از يوازي ج ط}$ ، فخط $\overline{ز ط د}$ خط
 واحد مستقيم ، وكذلك جميع خط $\overline{ز ط د م}$ خط واحد مستقيم . وأيضاً نسبة
 مربع $\overline{ب د}$ إلى ضرب $\overline{اد}$ في $\overline{اج}$ كنسبة $\overline{ك}$ إلى $\overline{ل}$. وهذه النسبة مؤلفة من
 نسبة $\overline{ب د}$ إلى $\overline{اد}$ ومن نسبة $\overline{ب د}$ إلى $\overline{اج}$. فالنسبة المؤلفة من نسبة $\overline{ب د}$
 إلى $\overline{اد}$ ومن نسبة $\overline{ب د}$ إلى $\overline{اج}$ كنسبة خط $\overline{ك}$ إلى خط $\overline{ل}$. فأما نسبة $\overline{ب د}$
 20 إلى $\overline{اد}$ فنسبة $\overline{ب م}$ إلى $\overline{از}$. وأما نسبة $\overline{ب د}$ إلى $\overline{اج}$ فنسبة $\overline{م د}$ إلى
 $\overline{ط ز}$. من أجل أن نسبة $\overline{ب د}$ إلى $\overline{د م}$ كنسبة $\overline{اد}$ إلى $\overline{د ز}$ ، أعني كنسبة $\overline{اج}$
 إلى $\overline{ط ز}$. وإذا بدلنا كانت نسبة $\overline{ب د}$ إلى $\overline{اج}$ كنسبة $\overline{م د}$ إلى $\overline{ط ز}$. فالنسبة
 2 جبل : فجبل - 6 ج د : ج ز - 9 نقط : قطعة - 10 ب م د : از ط / از ط : ب م د - 14 ج د
 (الثانية) : ج ز .

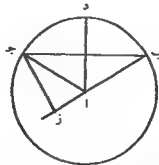
المؤلفة من نسبة $\overline{ب م}$ إلى $\overline{أ ز}$ ومن نسبة $\overline{م د}$ إلى $\overline{ط ز}$ كنسبة $\overline{ك}$ إلى $\overline{ل}$.
والنسبة المؤلفة من نسبة $\overline{ب م}$ إلى $\overline{أ ز}$ ومن نسبة $\overline{م د}$ إلى $\overline{ط ز}$ كنسبة مثلث
 $\overline{ب م د}$ إلى مثلث $\overline{أ ط ز}$. فنسبة مثلث $\overline{ب م د}$ إلى مثلث $\overline{أ ط ز}$ كنسبة $\overline{ك}$ إلى
 $\overline{ل}$ المقروضة. وذلك ما أردنا أن نبين.

5 فقد أعطينا من النسبة بين المثلثين المذكورين ما قال أبو سعد إنه يبعد،
وبرهنا عليه ببرهان يقنع، وأنا أسأل الشيخ الفاضل الأستاذ أطال الله بقاءه
أن يتفضل بتأمل ما ألفت إليه، ويصير إليّ من جميع ما يكون منه في ذلك
على علم لأسكن إلى ذلك، ويستخدمني فيما يستلحقني له إن شاء الله
تعالى، والحمد لله حق حمده والصلاة على محمد نبيه وعبدّه وآله وأصحابه.
10 تمّ في يوم الاثنين الخامس عشر من جمادى الأولى لسنة ثلاث وخمسين
ومائة وألف.

〈مسألة هندسية لابن سهل〉

استخراج العلاء بن سهل. دائرة ب ج قد فرض منها قطعة ب د ج - د ٣٧ - و
مساوية لقطاع ب ا د. ١ - ٣٥ - ظ

٥ أقول : إن قوس د ج مساوية لجيب قوس ب د ج ، أعني خط ج ز .
برهانه : أن نصل ا ج . وقد بين أن ضرب ب ا في قوس ب ج مساوٍ
لضعف قطاع ب ا ج ، أعني ضعف قطاع ب ا د و ضعف مثلث ب ا ج .
وضعف قطاع ب ا د مساوٍ لضرب ا ب في قوس ب د ، وضعف مثلث
ب ا ج مساوٍ لضرب ب ا في ز ج ، ف ضرب ا ب في قوس ب ج - أعني
١٠ قوسي ب د د ج - مساوٍ لضرب ب ا في قوس ب د وضرب ب ا في خط
ز ج ؛ ونسقط ضرب ا ب في قوس ب د المشترك ، فيبقى ضرب ا ب في ز ج
مساوياً لضرب ا ب في قوس د ج ، فقوس د ج مساوية لخط ز ج ؛ وذلك
ما أردنا أن نبين.



٥ ج ز : ج [١] - 7 ب ا ج (الأصل) : ا ب د ج [د] / ضعف (الثانية) : فوق السطر [د] - 9 ز ج :
ب ج [١] / ا ب : ناقصة [١].

بسم الله الرحمن الرحيم
كتاب صناعة الأصطرلاب بالبرهان

تأليف

أبي سهل ويعين بن رسم القوهي

5

وهو مقالتان

المقالة الأولى : أربعة فصول

الفصل الأول

في صفة الأصطرلاب والرسوم عليه

10 الأصطرلاب آلة مرسوم عليها مثال سطحين، أحدهما متحرك على الآخر
بامتدادة، والآخر ساكن، إن كان كروياً فكرويين، وإن كان مسطحاً
فسطحين، وتعلمهما من علم النجوم بمقدار ما هو عليه من الأعمال حسب ما
تحكمه الصناعة ويبلغه الحس. والفرض في صنعتها وصحتها حسنها باختيار

3 الأصطرلاب : يكتبها بالصاد أو بالسين، وكلاهما مستعمل - 5 ويعين : ويحيى - 10 مرسوم : مرسومة -

13 والفرض : والقرض.

الناس في زمانهم لها. وصحتها بمقارنتها للأشياء الحقيقية. فأما من جهة الحسن، فواجب أن تكون حسنة الجسم والمقدار والتخزين والرقعة والتصلل وما أشبهها مع السطوح والخطوط والنقط المرسومة والكتابة؛ ومن جهة الصحة فإن تكون السطوح والخطوط التي عليها صحيحة ووضع الخطوط والنقط على السطوح صحيحاً أيضاً. والوضع الصحيح في مثال الأصطربلاب قسمان: 5 أحدهما معلوم بالحقيقة والآخر معلوم بالرصد. أما المعلوم بالحقيقة، فيكون على السطح الساكن؛ وأما المعلوم بالرصد، فيكون على السطح المتحرك. فواجب على صانع الأصطربلاب أن يكون عارفاً بما هو معلوم بالحقيقة عند أصحاب هذه الصناعة والمعلوم بالرصد، وأن يعرف من أمر الرصد ما يوجد به المقدار الذي يحتاج إليه في هذه الآلة أو يرجع في أمرها إلى رصد أحد أصحاب الإرساد فيقرر عنده. فإن أراد عمل أصطربلاب كروي، فليعمل حكاية ما تقرره عنده حسب ما وصفنا؛ وإن أراد مسطحاً، احتاج إلى علم تسطیح الكرة. والكرة تسطح على سطوح مختلفة الأجناس من مواضع مختلفة، لكن لا يتحرك أحد السطوح منها على الآخر بحركة الكرة إلا أن تكون السطوح 10 المخروطية أو الأسطوانية أو ما / أشبهها من ذوات المحور، التي محورها محور 15 الكرة، والمستوية التي يكون محور الكرة عموداً عليها. أما على السطوح المخروطية أو الأسطوانية، فإن تسطیح الدوائر التي على الكرة يكون فصلاً مشتركة للمخروطية وللأسطوانية أو للمخروطين أو للأسطوانتين، لأن تسطیح الكرة على قسمين: أحدهما أسطوانتي والآخر مخروطي. والأسطوانتي هو الذي يكون عن الدوائر التي على الكرة أساطين متوازية المحاور على السطح الذي تتسطح

2 حنة: حسن - 5 صحيحاً: صحيحة - 6 أحدهما: أحدهما - 11 فيقرر: فيقرر / أصطربلاب: أصطربلاب - 12 أراد: ارد - 14 الكرة: الكل / تكون: يكون، وهي جائزة أيضاً، وستختار هذه الصيغة أو تلك للأضلال حسب السياق دون الإشارة - 18 وللأسطوانية: وللأسطوانية / للأسطوانتين: كتب «للأسطوانتين» ثم «الأسطوانتين» في الهامش.

الكرة عليه وعن الخطوط والنقط التي على تلك الكرة سطوحاً وخطوطاً متوازية لتلك المحاور على ذلك السطح.

والمحروطي هو الذي يكون عن الدوائر التي على الكرة مخروطات رؤوسها نقطة واحدة وقواعدها على السطح الذي تسطح الكرة عليه؛ وكان كلُّ السطوح والخطوط والنقط التي على الكرة على مقابلة كلِّ السطوح والخطوط والنقط التي على ذلك السطح الذي تسطح عليه الكرة، بعضها لبعض، ولنقطة واحدة، وهذه النقطة هي رأس المخروطات.

وإذا كان تسطح الكرة أسطوانياً موازي المحور لمحور الكرة، أو مخروطياً رأسه على المحور على غير قطب الكرة، فإنه ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح، وتكون الدوائر التي على الكرة - غير الدوائر التي محورها الكرة عمود عليها - ليست تقع دوائر في ذلك السطح، لكنها قطع المخروط أو غيرها. وإذا كان التسطح على غير السطح المستوي الذي محورها الكرة عمود عليه، فإنه يمكن ألا تسطح الكرة أو شيء منها.

وإن كان التسطح أسطوانياً غير موازي المحور لمحور الكرة أو مخروطياً رأسه على غير المحور، فإن لتسطيحها أحوالاً سوى ما وصفناه، وتركنا ذكرها إذ ليس ذلك غرضنا في هذا الكتاب.

وإذا كان مخروطياً رأسه على قطب الكرة وتسطيحها على سطح مستوي محورها الكرة عمود عليه، لم يكن له شيء من هذه الأحوال البتة، ولم يبق شيء من الكرة لا يتسطح، ولم ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح، ولم تكن الدوائر التي على الكرة على ذلك السطح قطع المخروط، بل

1 سطوحاً وخطوطاً؛ سطوح وخطوط؛ وجب النصب لأن الاسمين معطوفان على أساطين - 4 وكان: أو كان -

11 عمود: عموداً - 12 التسطح: السطح / الذي: كتبها «التي» ثم صححها عليها - 12 - 13 محور الكرة: مكررة -

17 مستو: مستوي.

ذلك كذلك وكان أحد السطحين القائم عليهما المثلث دائرة، كان السطح الآخر دائرة أيضاً. ولكن أحد هذين السطحين في الكرة دائرة؛ فإن فرضناها في المخروط الذي رأسه نقطة آ، كان السطح الباقي وهو هـ ز في المخروط دائرة، وخط هـ ز قطر تلك الدائرة. وقد بين أبولونيوس أيضاً أن غير هذين السطحين أو السطوح الموازية لهما ليست بدوائر في المخروط لكنها قطوع مخروط. وأما الدوائر التي تمر على ذلك القطب بعينه، فلأن ذلك القطب على السطح المستوي الذي عليه تلك الدائرة. والسطح الذي تسطح الكرة عليه مستوي، والفصل المشترك / للسطحين المستويين - وهو تسطح تلك الدائرة - خط مستقيم. ٢٥٧ فالخطوط المستقيمة تكون عن الدوائر المارة بذلك القطب بعينه. فتسطيح الدوائر التي على الكرة ودوائر وخطوط مستقيمة على السطح المستوي الذي محور الكرة عمود عليه؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الفصل الثاني

في تسمية ما يحتاج إليه في عمله وأن أعماله صنفان

فإذا كان تسطح الكرة على ما وصفنا في الفصل الأول، فالدوائر ١٥ والخطوط والنقط التي على الكرة تسمى نظائر الدوائر والخطوط والنقط التي على ذلك السطح، بعضها لبعض.

والكرة التي تسطح على سطح الأسطرلاب مثال الكرة التي مركزها مركز الأرض وتدور حول قطبين بالحركة الأولى. ويسمى أحد هذين القطبين الشمالي والآخر الجنوبي. ونصف الكرة، من السطح الذي يمر عليه مركز الشمس

2 أيضاً. ولكن؛ وإيضا لكن - 4 بين: بين - 17 سطح: سطح.

بحركتها الوسطى . إلى جهة القطب الشمالي يسمى الشمالي والنصف الآخر يسمى الجنوبي وذلك السطح يسمى منطقة البروج . والسطح المستوي الذي يمر على مركز الأرض يسمى أفق الموضع الذي ينتهي إليه العمود من المركز على ذلك السطح . والنقطتان اللتان على الكرة على ذلك العمود تسميان قطبي ذلك الأفق . والدائرة التي تمر بقطبي الكرة وعلى أقطاب الآفاق تسمى دائرة نصف نهار تلك الآفاق . والدوائر التي تمر على قطبي الأفق تسمى دوائر ارتفاع ذلك الأفق . والأفق الذي بُعد قطبه من أحد قطبي الكرة على دائرة نصف نهار ذلك الأفق معلوم ، يسمى أفقاً معلوماً . وإذا كان تسطّيح الكرة على سطح الأسطرلاب من القطب الجنوبي ، يسمى الأسطرلاب شمالياً ، وإنما سمي شمالياً لأن نصف الكرة الشمالي يتسطّح بالتمام والنصف الآخر لا يتسطّح بالتمام ١٠ على سطح الأسطرلاب ، وإذا كان تسطّيحاً من القطب الشمالي يسمى الأسطرلاب جنوبياً ، وإنما سمي جنوبياً لأن نصف الكرة الجنوبي يتسطّح بالتمام والنصف الآخر لا يتسطّح بالتمام ، كما ذكرناه في الشمالي . فلا فرق بين الدوائر المرسومة على الأسطرلاب الشمالي وبين الدوائر / المرسومة على ٢٥٨ الأسطرلاب الجنوبي ، غير أن التسطّيح منها على أحدهما من القطب الجنوبي والثاني من القطب الشمالي ، لأن الدوائر المرسومة على كل واحد منهما ، في السطح الساكن ، تسطّيح أفق معلوم . والدوائر الموازية له في الكرة المعلومة الأبعاد منه - على دوائر ارتفاعه - تسمى مقنطرات معلومة لذلك الأفق . وتسطّيح دوائر الارتفاع ، المعلومة الأبعاد من دائرة نصف نهاره على تلك الدوائر المتوازية ، تسمى سموتاً معلومة لذلك الأفق ، والفصول المشتركة لمحيطات كل دائرتين (من) دوائر هذين الجنسين (تسمى) نقطاً معلومة لذلك الأفق . وفي السطح المتحرك ، تسطّيح أفق ينطبق عليه تسطّيح منطقة

3 العمود : مكررة - 4 تسميان : يسميان - 6 تسمى : يسمي - 7 نهار : النهار - 22 السطح : تسطح / تسطّيح (الثانية) : سطح .

البروج يسمّى دائرة البروج، ومقنطراته تسمّى الدوائر الموازية لدائرة البروج، وسموته على ذلك الأفق تسمّى أقسام دائرة البروج، والفصول المشتركة لمحيطات كل دائرتين من دوائر هذين الجنسين تسمّى نقطاً معلومة من دائرة البروج. فظاهر من ذلك أن الرسم الذي على السطح المتحرك هو أحد الرسوم التي يمكن أن تكون على السطح الساكن، وعمل ذلك أحد أعماله.

٥ فأما بعض تلك النقط فهي مراكز الكواكب، لأنها معلومة من دوائر <هذين الجنسين ودائرة> البروج يرصد أصحاب الإرساد، وكذلك دائرة البروج، وكذلك ما قلنا آنفاً إن الرسوم التي على السطح المتحرك معلومة بالرصد. فبيّن أن تسطّيح الدوائر من الكرة على هذين السطحين، المتحرك والساكن، للأسطرلابين الشمالي والجنوبي، من هذين الجنسين - أعني المقنطرات والسموت.

10

الفصل الثالث

في عمل أحد الصنفين وهو المقنطرات

نريد أن نرمس على سطح الأسطرلاب، الذي مركزه نقطة آ، مقنطرات ١٩ معلومات لأفق معلوم شمالياً كان أو جنوبياً.

فليكن سطح الأسطرلاب عليه <دائرة> ب ج د ه ومركزها آ، وخطا ب د ج ه يتقاطعان على زوايا قائمة؛ ونريد أن نرمس مقنطرات معلومات الأفق بُعد قطبها من القطب الشمالي من الدائرة التي تمرّ بهذين القطبين بمقدار قوس

١ يسمى: تسمى - 2 تسمى: يسمى - 3 تسمى: يسمى - 5 تكون: يكون - 8 معلومة: معلوم - 9 بالرصد: الرصد - 10 للأسطرلابين: والأسطرلابين - 14 الذي: على.

د ز المعلومة، من محيط دائرة ب ج د هـ . فنجعل <قوس> ز ط من محيط دائرة ب ج د هـ بمقدار / ما أردنا أن يكون بعد أول المقنطرات من قطبه ز، زك ٢٥٩ مساوياً ل ز ط .

فإن كان الأسطرلاب شمالياً، فإننا نصل خطي ب ط ب ك، وإن كان جنوبياً فإننا نصل د ط د ك حتى يلقيا خط ج هـ على نقطتي ل م . ونجعل خط ل م قطر دائرة ل ن م .

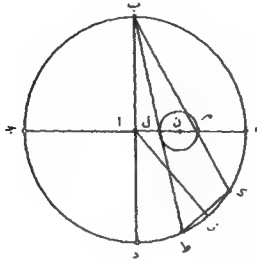
فأقول : إن دائرة ل ن م مقنطرة، تسطيحها من الدائرة التي تمر بنقطتي ك ط وقطبها نقطة ز من الكرة، التي مركزها نقطة آ ومحورها خط ب د، على سطح الأسطرلاب.

برهان ذلك : إنا إن فرضنا أن نقطة ب القطب الشمالي ونقطة د القطب الجنوبي، وكل واحدة من هاتين النقطتين رأس المحروط الذي يمر بالدائرة، التي تمر بنقطتي ك ط وقطبها نقطة ز، فتسطيح هذه الدائرة في السطح القائم على سطح ب ج د هـ من <خط> هـ أ يكون دائرة عن المحروط، كما بينا في الشكل المتقدم، لأن محور الكرة عمود على ذلك السطح. فإذا توهمنا سطح ب ج د هـ ثابتاً ودار سطح الأسطرلاب حول نقطتي ج هـ حتى ينطبق ذلك السطح القائم على سطح ب ج د هـ على خط هـ ل، انطبقت دائرة ل ن م على المقنطرة التي تسطح عن الدائرة التي تمر بنقطتي ك ط وقطبها نقطة ز على ذلك السطح، عن المحروط، لأن قطرها واحد بعينه وهـ و ل م . فدائرة ل ن م مقنطرة تسطيحها من الدائرة، التي قطبها نقطة ز وتمر بنقطتي ك ط، في

2 ز، زك : ر ر ك - 10 ذلك : مكورة / ب : كتب عنهما د : كتب تحتها ب - 13 هـ : ل - 15 ثانياً : ثانياً - 15 - 16 حتى ينطبق... خط هـ ل : هذه العبارة ليست واضحة تماماً والمقصود حتى ينطبق السطح القائم على سطح ب ج د هـ على سطح ب ج د هـ مع ثبات خط هـ ل - 16 انطبق : انطبق - 17 تسطح : بتسطح.

سطح الأسطرلاب، وكذلك نرسم باقي المقنطرات حتى يُنتهى إلى الأفق؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (٢)



الفصل الرابع في عمل الصنف الآخر وهو السموت

5 نريد أن نرسم على سطح أسطرلاب، مركزه نقطة آ، (دوائر) تسطيحها سموت معلومة / لأفق معلوم.

٢٦٠

فليكن سطح الأسطرلاب عليه دائرة ب ج د ه، ومركزها نقطة آ. ونخطا ب د ج ه قطران يتقاطعان على زوايا قائمة، وقطبا الأفق المعلوم نقطتا ز ط. ونريد أن نرسم على سطح الأسطرلاب تسطيح الدائرة التي تمر بنقطتي ز ط 10 وينقط من الأفق أو الدوائر الموازية له، ويعلوها من دائرة نصف نهاره معلوم.

5 مركزه: مركز - 10 الموازية: للموازية / له: مكورة.

فنجعل خط $\overline{ك ل}$ قطراً أفق، قطبه نقطة $\overline{ز}$ ، أو قطر أحد الدوائر الموازية له. فإن لم يكن خط $\overline{ك ل}$ قطر الدائرة التي تمر على ذلك القطب بعينه، وهو $\overline{ب}$ ، فإن تسطيح تلك الدائرة على سطح الأسطرلاب دائرة، ولكن $\overline{ن م}$ ؛ وإن كان خط $\overline{ك ل}$ ليس بقطر الأفق، فإننا نخط على خط $\overline{ك ل}$ نصف دائرة $\overline{ك س ل}$ ، ونجعل قوس $\overline{ل س}$ بالمقدار الذي نريد أن يكون بُعد سمته من دائرة نصف نهاره. ونجعل $\overline{س ع}$ عموداً على خط $\overline{ك ل}$ ، ونصل خطوط $\overline{ب ع}$ $\overline{ب ز}$ $\overline{ب ط}$ حتى تلقى خط $\overline{ج د ه}$ على نقط $\overline{ص ف ق}$ ، ونجعل $\overline{ص ن}$ عموداً على خط $\overline{ج د ه}$ ونخط على نقط $\overline{ف ن ق}$ دائرة $\overline{ف ن ق}$.

فأقول: إن هذه الدائرة تسطيح دائرة السميت الذي يمر بنقطتي $\overline{ز ط}$ 10 وينتقطة من الأفق - أو من الدوائر الموازية له - ويعلها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس $\overline{ل س}$ من دائرة $\overline{ك س ل}$.

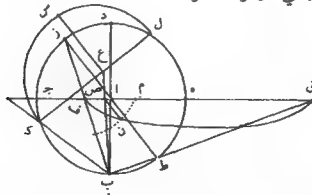
برهان ذلك: إنا إن فرضنا نقطتي $\overline{ب د}$ قطبي الكرة، كانت دائرة $\overline{ب ج د ه}$ نصف نهار الأفق الذي قطباه نقطتا $\overline{ز ط}$. وإن توهمنا خط $\overline{س ع}$ عموداً على سطح $\overline{ب ج د ه}$ على نقطة $\overline{ع}$ ، كانت $\overline{س}$ على محيط الدائرة التي 15 قطرها خط $\overline{ك ل}$ وقطباها نقطتا $\overline{ز ط}$ ، لأن تلك الدائرة قائمة على سطح $\overline{ب ج د ه}$ و $\overline{ك ل}$ قطرها. فبُعد نقطة $\overline{س}$ من نصف نهاره - $\overline{ب ج د ه}$ - على تلك الدائرة بمقدار قوس $\overline{ل س}$. فالتسمت المعلوم في الكرة هو الدائرة التي تمر بنقط $\overline{ز ط س}$ ، إذا كانت نقطة $\overline{س}$ في السمك وفي السطح القائم على سطح $\overline{ب ج د ه}$ من خط $\overline{ك ل}$. أما نظير نقطة $\overline{ز ف نقطة ق}$ ، وأما نظير نقطة 20 $\overline{ط ف نقطة ق}$. وأما نظير نقطة $\overline{س}$ ، فلأنها على محيط الدائرة التي قطرها / ٢٦١ $\overline{ك ل}$ ، فهو الفصل المشترك للمقنطرة التي تتسطح عن تلك الدائرة على

3 ولتكن: 7- تلقى/ يلتقي/ $\overline{ص ف ق}$ ؛ و $\overline{ص ق}$ - 8- نقط: نقطة/ $\overline{ف}$ ؛ و - 9- بقطبي: تقطبي. 17- الدائرة: الدليل؛ هو: $\overline{ح}$ ؛ التي: التي. 19- $\overline{ك ل}$ - $\overline{ج د ه}$ - 21- للشرك: المشتركة.

السطح القائم على سطح $\overline{ب ج د ه}$ من خط $\overline{ج ه}$ والعمود الخارج من نقطة $\overline{ص}$ على سطح $\overline{ب ج د ه}$. فتسطيح الدائرة التي تمر بنقط $\overline{ز ط س}$ - إذا كانت نقطة $\overline{س}$ في السمك - هو الدائرة التي تمر بنقطتي $\overline{ف ق}$ وبالفصل المشترك لخطين، أحدهما عمود خارج من نقطة $\overline{ص}$ على سطح $\overline{ب ج د ه}$ ،
 5 والآخر محيط المقنطرة التي تسطح عن الدائرة التي قطرها $\overline{ك ل}$ على السطح القائم على سطح $\overline{ب ج د ه}$ من خط $\overline{ج ه}$. فإذا توهمنا أن سطح $\overline{ب ج د ه}$ ثابت ودار سطح الأسطرلاب حول نقطتي $\overline{ج ه}$ حتى ينطبق على السطح القائم على سطح $\overline{ب ج د ه}$ ، انطبقت دائرة $\overline{ن م}$ على الدائرة التي تسطح عن تلك الدائرة، و«تسطيح» عمود $\overline{س ع}$ على العمود الخارج من نقطة $\overline{ص}$ على
 10 سطح $\overline{ب ج د ه}$ ، و«تسطيح» نقطة $\overline{س}$ على «نقطة $\overline{ن م}$ » ذلك الفصل المشترك $\overline{ف ن ق}$ ، كالدائرة التي تمر بنقط $\overline{ف ن ق}$ تنطبق على الدائرة التي تسطح من الدائرة التي تمر بنقط $\overline{ز ط س}$ ، إذا كانت نقطة $\overline{س}$ على محيط تلك الدائرة. والدائرة التي تمر بنقط $\overline{ز ط س}$ فهي السمك المعلوم، لأنها تمر بنقطتي $\overline{ز ط}$ الموعودتين والنقطة التي بعدها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس
 15 $\overline{ل س}$ المعلوم، فدائرة $\overline{ف ن ق}$ تسطح السمك المعلوم من الكرة على سطح الأسطرلاب.

الشكل رقم (٣)

وكذلك رسم باقي دوائر السموت.



١ العمود: والعمود 2 - س: ش - 10 م: د - 11 ق: ن ق: فوق السطح / يقط: يقط: 12 يقط: يقط: 15 تسطح: سطح.

فإن كان خط $\overline{ك ل}$ قطر الأفق، فاعمله أيضاً بهذا التدبير، إلا أنه لا يحتاج إلى عمل نصف دائرة $\overline{ك س ل}$ الآخر.

فإن كان خط $\overline{ك ل}$ قطر الدائرة التي تمر على ذلك القطب بعينه، وهو $\overline{ب}$ ، فإن تسطیح تلك الدائرة على السطح القائم على سطح $\overline{ب ج د ه}$ يكون خطاً مستقيماً كما بينا قبل.

ونجعل خط $\overline{ب ل}$ قطر دائرة موازية لدائرة الأفق، قطبها نقطة $\overline{ط}$ ، ونخرجه على الاستقامة إلى نقطة $\overline{ك}$ ، ونجعل خط $\overline{ك ع}$ عموداً على $\overline{ب ك}$ ، ونجعل قوس $\overline{ل س}$ من دائرة $\overline{ب ج د ه}$ بمقدار ما أردنا أن يكون بعد سمتها من دائرة نصف نهاره، ونصل خط $\overline{ب س}$ ونخرجه حتى ينتهي إلى نقطة $\overline{ع}$ ، ونجعل خط $\overline{ك ن}$ عموداً على خط $\overline{ج ا ق}$ ، ونجعل $\overline{ك ن}$ مساوياً لخط $\overline{ك ع}$ ، ونخط على نقط $\overline{ف ن ق}$ دائرة.

فأقول: إن دائرة $\overline{ف ن ق}$ تسطیح للدائرة التي تمر على نقطتي $\overline{ز ط}$ وينقطة من الدائرة التي تمر بقطب $\overline{ب}$ ، كما وصفنا، وتبعدها من دائرة نصف نهارها بمقدار قوس $\overline{ل س}$ من دائرة $\overline{ب ج د ه}$.

برهان ذلك: إنا نخط على خط $\overline{ب ل}$ نصف دائرة $\overline{ب م ل}$ ، فقوس $\overline{م ل}$ شبيهة بقوس $\overline{ل س}$ المفروضة من دائرة $\overline{ب ج د ه}$ ، لأن زاوية $\overline{ل ب م}$ مشتركة على محيطي الدائرتين. فإن توهنا أن سطح $\overline{ب ج د ه}$ ثابت ودار نصف دائرة $\overline{ب م ل}$ مع مثلث $\overline{ب ك ع}$ حول نقطتي $\overline{ب ك}$ حتى ينطبق على الدائرة التي قطبها $\overline{ط}$ ، انطبق خط $\overline{ك ع}$ على العمود الخارج من نقطة $\overline{ك}$ على سطح $\overline{ب ج د ه}$ ، لأن تلك الدائرة قائمة على سطح $\overline{ب ج د ه}$ وزاوية $\overline{ب ك ع}$ قائمة. فالسمت المعلوم في الكرة هو الدائرة التي تمر على نقط

7 عموداً: عمود - 8 سمتها: بستمها: 10 عموداً: عمود - 11 ف: ب - 12 ف ن ق: ف ي ق - 16 شبيهة: شبيه - 19 العمود: المامود.

ط م ز، إذا كانت نقطة م في الكرة وفي السطح القائم على سطح ب ج د ه من خط ج ه. أما نظير نقطة ز فنقطة (ف)، وأما نظير نقطة ط فنقطة ق، وأما نظير نقطة م فنقطة ع، لأن خط ك ع عمود على سطح ب ج د ه، فسطيح الدائرة التي تمر على نقط ز ط م هو «الدائرة» التي تمر على نقط 5 ف ع ق، لأن نقطة ع في السطح القائم على سطح ب ج د ه من خط ج ه.

وإن توهمنا أيضاً أن سطح ب ج د ه ثابت ودار السطح الذي عليه نقط ف ع ق، حول نقطتي ف ق حتى ينطبق على سطح ب ج د ه، انطبقت نقطة ع على نقطة ن لأن خط ك ع مساوٍ لخط ك ن. والدائرة التي تمر على 10 نقط ف ع ق تنطبق على الدائرة التي تمر على ف ن ق لأن وترهما واحد بعينه، وهو ف ق. فالدائرة التي تمر على نقط ف ن ق تسطح الدائرة التي تمر على نقط ط م ز/ والدائرة التي تمر على نقط ط م ز هي السميت المعلوم، لأنها 13 تجوز «على» نقطتي ط ز «و» على النقطة التي بعدها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس ل س المقروضة من دائرة ب ج د ه. فالدائرة التي تمر على نقط 15 ف ن ق «هي» تسطح دائرة السميت المطلوب، ورسمها بحسب الدائرة التي تمر على قطب ب الموازية للأفق التي قطباها ز ط. وكذلك نرسم «تسطيح» باقي دوائر السموت؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

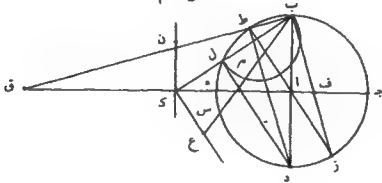
وفي هذا الشكل أيضاً نقول: إن مراكز الدوائر التي تمر على نقطتي ف ق تكون على خط ك ن.

20 برهانه: إنا نصل خطي ل د ط د. فلأن زاوية د ط ب مساوية لزاوية

4 نقط (الأولى): نقطة/ هو: هي - 8 ف: و/ ينطبق: تطبق/ انطبقت: تطبق - 10 تطبق: ينطبق - 11 ف ق: ب ق/ ف ن ق: ب و ق - 13 على: تصح العبارة دونها، ولكن أضفناها اتساقاً مع لغة المؤلف/ على: مكررة - 17 دوائر: كتبها الدوائر ثم حذت اللام ألف - 18 ف: ب - 19 تكون: يكون - 20 د ط ب: ط ب.

ق ا ب ، لأن كل واحدة منها قائمة وزاوية د ب ط مشتركة ، فزاوية ب د ط
 الباقية مساوية لزاوية ب ق ا الباقية . ويمثل هذا البرهان ، تكون زاوية ا ك ب
 مساوية لزاوية ل د ب . وزاوية ل د ب ضعف زاوية ط د ب لأن قوس
 ل ب ضعف قوس ط ب ، فزاوية ا ك ب ضعف زاوية ب ق ا ، ولكن
 زاوية ب ك ا مساوية لزاويتي ك ب ق ك ق ب لأن زاوية ب ك ا خارجة
 من مثلث ك ب ق . فزاوية ك ق ب مساوية لزاوية ك ب ق ، فخط ك ق
 مساوٍ لخط ك ب ، فنقطة ك مركزٌ للدائرة التي تمرُّ على نقط ف ب ق لأن
 زاوية ف ب ق قائمة ، فخط ك ف مساوٍ لخط ك ق . فمراكز الدوائر التي تمرُّ
 على نقطتي ف ق تكون على خط ك ن لأن خط ك ن عمود على خط ف ق ؛
 10 وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٤)



فقد علمنا رسم نقطة معلومة لأفق معلوم لأن نظيرها فصل مشترك لسمت
 ومقنطرة معلومة لأفق معلوم . فقد رسمنا تسطيح الدوائر التي / ذكرناها في سطح ٢٦٤
 الأسطرلاب بالتمام مع نقط معلومة لأفق معلوم ، بعد أن فرضنا مركز الكرة
 ومحورها في سطح الأسطرلاب ، أعني مركز الأسطرلاب وقطر دائرته ؛ فبين من
 15 ذلك أنه إذا كان مركز الكرة وقطرها على سطح الأسطرلاب معلومين ، فإن

3 زاوية: فزاوية 6- مثلث: مثل 7- ف ب ق: و ن ق- 8- ف ب ق: ق ب ق- 9 تكون: يكون 11 نقطة:
 نقط .

أعمال تسطيح الدوائر والنقط ، التي ذكرناها على ذلك السطح ، بتأملها معلومة.

تمت المقالة الأولى ، والحمد لله وحده .

المقالة الثانية : سبعة فصول

الفصل الأول

5

في عمل الأسطرلاب

من جهة فرض نقطة بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوم

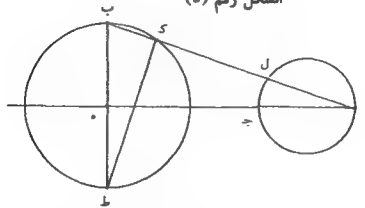
(أ) إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة ، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً ، وقطبُ الكرة - وهو ب - معلومٌ ، ونريد أن نعمل 10 باقي الأعمال بتأمله .

فنصل خط أ ب ، وندير على نقطة آ دائرة أ ج د ، ونجعل قوس ج د من دائرة أ ج د بمقدار بُعد نظير النقطة المفروض من قطب ب . ونميز على نقطتي أ ج خطاً مستقيماً ، وهو أ ج ه ، ونجعل ب ه ط عموداً على خط أ ج ه .
فأقول : إن نقطة ه في سطح الأسطرلاب مركز الكرة التي نصف قطرها 15 خط ه ب ، وبعد نظير نقطة آ من قطب ب بمقدار قوس ج د من محيط دائرة أ ج د .

9 أن : 1- 10 بتأمله : وهو جائز ، وفي مواضع أخرى نجد «بتأملها» ، وآثرنا ترك النص كما هو - 14 التي : لي .

برهان ذلك : إنا نخط على مركزه $هـ$ وباعد $هـ ب$ دائرة $ب ك ط$ ، ونصل خط $ك ط$. فلأن زاوية $ب ك ط$ مساوية لزاوية $ب هـ أ$ - لأن كل واحدة منها قائمة وزاوية $ك ب هـ$ مشتركة لمثلثي $ا ب هـ ط ب ك$ - فزاوية $ب ط ك$ الباقية مساوية لزاوية $ب هـ ا$ الباقية ، فقوس $ب ك$ شبيهة بقوس $د ج$ ؛ وقوس $د ج$ بمقدار البعد المفروض الذي أردنا أن يكون نظير نقطة $آ$ ، وهو $ك$ ، من قطب $ب$. فقوس $ب ك$ بمقدار البعد المفروض ونقطة $ك$ نظيرة نقطة $آ$. فنقطة $هـ$ مركز الكرة / التي نصف قطرها خط $هـ ب$ وبعد نظير نقطة $آ$ ، وهو $ك$ ، من قطب $ب$ بمقدار قوس $د ج$ المفروضة من دائرة $ا ج د$. فلأن مركز الكرة ، وهو $هـ$ ، في سطح الأسطرلاب ونصف قطرها ، وهو $هـ ب$ ، معلومان فإن الأعمال ١٥ الباقية بالتمام معلومة ؛ وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٥)



$(ب)$ إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة $آ$ معلومة ، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً ؛ ومركز الأسطرلاب ، وهو $هـ ب$ ، معلوم ؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتامها .

فنجيز على نقطتي $آ ب$ خطاً مستقيماً ونخط على نقطة $آ$ دائرة $ا ج د$. ونجعل قوس $د ج$ من محيط دائرة $ا ج د$ بمقدار البعد المفروض لنظير نقطة $آ$

1 وباعد : ونبعد/ ب ك ط : م ك ط - 4 شبيهة : شبه .

من قطب الكرة. ونجيز على نقطتي جـ أ خطاً مستقيماً، وهو جـ ا هـ، ونجعل هـ ب ط عموداً على خط ا ب.

فأقول : إن خط $\overline{ب ه}$ نصف قطر الكرة التي مركزها $\overline{ب}$ ، وإن بعد نظير نقطة $\overline{آ}$ من قطب $\overline{ه}$ بمقدار قوس $\overline{ج د}$ المفروضة من محيط دائرة $\overline{آ ج د}$.

برهانہ : انا نخط علی مرکز ب و یعد ب دائرة ک ط و نصل خط

ك ط . فلأن زاوية ه ب ا مساوية لزاوية ه ك ط - لأن كل واحدة منهما قائمة

وزاوية $\overline{ا ه ط}$ مشتركة لمثلثي $ك ه ط$ $ا ه ب$ - فزاوية $ه ط ك$ الباقية مساوية

لزواية هـ $\overline{أ ب}$ الباقية، وزاوية هـ $\overline{أ ب}$ مساوية لزاوية جـ $\overline{أ د}$ لأنها متقابلتان،

فزاوية ه ط ك مساوية لزاوية ج ا د ، فقوس ه ك تشبه قوس ج د . لكن

10 قوس ج د بمقدار البعد المفروض، فقوس ه ك بمقدار البعد المفروض لنظير

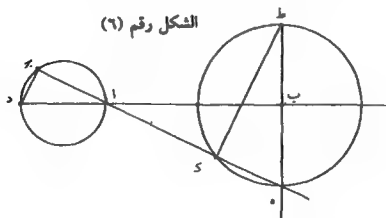
نقطة A من قطب E ، فنقطة K نظير نقطة A . فخط BE نصف قطر الكرة

التي مركزها نقطة \bar{B} ، وبعد نظير نقطة \bar{A} ، وهو \bar{C} ، من قطب \bar{O} بمقدار

قوس / ج د المفروضة من دائرة ا ج د. ولأن نصف قطر الكرة - وهو $\overline{هـ}$ - ٣٦

ومركزها - وهوب - في سطح الأسطرلاب معلومان، فإن الأعمال الباقية

١٥ بتمامها معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

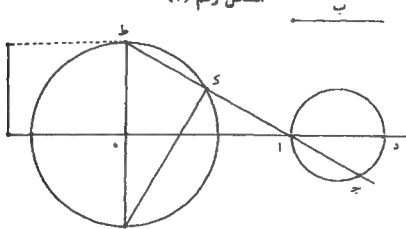


﴿ج﴾ إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ ونصف قطر الكرة مساوٍ لخط $\overline{ب}$ المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتأَمُّها.

فندير على نقطة آ دائرة آج د ونجعل قوس دج من محيط دائرة آج د بمقدار البعد المفروض لنظير نقطة آ من قطب الكرة. ونصل خطي دآ جآ ونخرجهما على الاستقامة وهما جآ ط دآه؛ ونجعل فيما بين خطي جآ ط دآه عموداً على أحد هذين الخطين مساوياً لخط $\overline{ب}$ ، وليكن ه ط، وهو عمود على خط دآه.

فأقول: إن نقطة ه مركز الكرة التي نصف قطرها مساوٍ لخط $\overline{ب}$ وبُعد نظير نقطة آ المعلومة من قطب ط بمقدار قوس ج د المفروضة من محيط دائرة آج د.

الشكل رقم (٧)



وبرهانه في ذلك كما بيَّنا في الشكلين اللذين قبله. ولأن مركز الكرة - وهو ه - ونصف قطرها - وهو ه ط - معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين. /

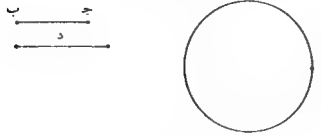
(د) إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ والخط – الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بعد نظيرها من ذلك القطب معلوم – مساوٍ لخط ب ج المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال.

5 فنجعل نقطة ج قطب الكرة وب النقطة التي بعد نظيرها من قطب ج بالمقدار المعلوم. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر الكرة، وليكن د، معلوماً من الشكل الأول في هذا الفصل. فلأن بعد نظير آ من قطب الكرة معلوم، فنصف قطر الكرة، وهو خط د، معلوم من الشكل الذي قبله. فلأن مركز الكرة ونصف قطرها يكونان معلومين <ومركز الكرة معلوم> 10 فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

<ه> إذا كان سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ والخط – الذي فيما بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بعد نظيرها من قطب الكرة معلوم – مساوٍ لخط ب ج المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال بالتّمام.

1 سطح: أضافها تحت السطر - 6 صار: 6 صار: قطر: أثبتنا في الهامش.

الشكل رقم (٨)



فنجعل نقطة جـ مركز الأسطرلاب، ونقطة بـ النقطة التي بعد نظيرها من قطب هـ معلوم. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر الكرة، وليكن دـ، معلوماً من الشكل الثاني في هذا الفصل. فلأن بعد نظير نقطة آ من قطب الكرة معلوم ونصف قطر الكرة - وهو د - معلوم، فمركز الكرة معلوم. <و> لأن مركز الكرة ونصف قطرها معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين. /

٢٦٨

<و> إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطتا آ ب معلومتين، وفرضنا بعد نظير كل واحدة منها من قطب الكرة معلوماً، ونريد أن نعمل باقي الأعمال بالتّمام.

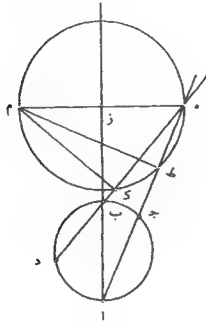
١٠ فندير على نقطتي آ ب دائرة آ ب د، ونميز على نقطتي آ ب خطاً مستقيماً، ونجعل قوس ب ج من محيط دائرة آ ب د بالمقدار الذي أردنا أن يكون بعد نظير نقطة آ من قطب الكرة، ونجعل قوس آ د بمقدار ما أردنا أن يكون بعد نظير نقطة ب من ذلك القطب. ونخرج على نقطتي ب د خطاً مستقيماً وعلى نقطتي آ ج خطاً مستقيماً، فيلتقيان وليكن ذلك على نقطة هـ. ونجعل خط هـ ز عموداً على خط آ ب.

فأقول : إن نقطة ز مركز الكرة التي نصف قطرها خط ز هـ ويُعدّ نظير كل

٢ : آ - ح / معلوم : معلومة / عملنا : علمنا - ١١ آ ب د - ١٢ - ١٣ ونجعل : ونجعل.

واحدة من نقطتي $\bar{آ} \bar{ب}$ من قطب الكرة - وهو $\bar{ه}$ - بمقدار كل واحد من قوسي $\bar{ب} \bar{ج} \bar{آ} \bar{د}$: أما بعد نظير نقطة $\bar{آ}$ فمقدار قوس $\bar{ب} \bar{ج}$ ، وأما بعد نظير نقطة $\bar{ب}$ فمقدار قوس $\bar{آ} \bar{د}$.

الشكل رقم (٩)



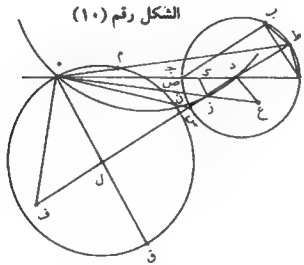
برهان ذلك: إنا نخط على مركز $\bar{ز}$ وبعده $\bar{ه}$ دائرة $\bar{ه} \bar{ط} \bar{ك}$ ، ونصل خطي $\bar{م} \bar{ط} \bar{م} \bar{ك}$. فلأن زاوية $\bar{م} \bar{ط} \bar{ه}$ مثل زاوية $\bar{آ} \bar{ز} \bar{ه}$ - لأن كل واحدة منهما قائمة وزاوية $\bar{ط} \bar{ه} \bar{ز}$ مشتركة - فزاوية $\bar{ط} \bar{م} \bar{ه}$ الباقية مساوية لزاوية $\bar{ه} \bar{آ} \bar{ز}$ الباقية، فقوس $\bar{ه} \bar{ط}$ تشبه قوس $\bar{ب} \bar{ج}$. وهذا التدبير، فإن قوس $\bar{ه} \bar{ك}$ تشبه قوس $\bar{آ} \bar{د}$ ، ونقطة $\bar{ط}$ نظير نقطة $\bar{آ}$ ونقطة $\bar{ك}$ نظير نقطة $\bar{ب}$ ، فنقطة $\langle \bar{ز} \rangle$ مركز الكرة التي بُعد نظير نقطة $\bar{آ}$ من قطب الكرة - وهو $\bar{ه}$ - بمقدار قوس $\bar{ب} \bar{ج}$ (المفروضة من محيط دائرة $\bar{آ} \bar{ج} \bar{د}$)، وبعده نظير نقطة $\bar{ب}$ من ذلك القطب بمقدار قوس $\bar{آ} \bar{د}$ المفروضة من محيط دائرة $\bar{آ} \bar{ج} \bar{د}$. فلأن مركز الكرة - وهو $\bar{ز}$ -

٣: ب. ا ب. ٤: ز. ٥: ه. ٦: آ. ٧: ث. ٨: ج. ٩: د. ١٠: ه. ١١: ب. ١٢: ج. ١٣: د. ١٤: ه. ١٥: آ. ١٦: ز. ١٧: ب. ١٨: ج. ١٩: د. ٢٠: ه. ٢١: آ. ٢٢: ز. ٢٣: ب. ٢٤: ج. ٢٥: د. ٢٦: ه. ٢٧: آ. ٢٨: ز. ٢٩: ب. ٣٠: ج. ٣١: د. ٣٢: ه. ٣٣: آ. ٣٤: ز. ٣٥: ب. ٣٦: ج. ٣٧: د. ٣٨: ه. ٣٩: آ. ٤٠: ز. ٤١: ب. ٤٢: ج. ٤٣: د. ٤٤: ه. ٤٥: آ. ٤٦: ز. ٤٧: ب. ٤٨: ج. ٤٩: د. ٥٠: ه. ٥١: آ. ٥٢: ز. ٥٣: ب. ٥٤: ج. ٥٥: د. ٥٦: ه. ٥٧: آ. ٥٨: ز. ٥٩: ب. ٦٠: ج. ٦١: د. ٦٢: ه. ٦٣: آ. ٦٤: ز. ٦٥: ب. ٦٦: ج. ٦٧: د. ٦٨: ه. ٦٩: آ. ٧٠: ز. ٧١: ب. ٧٢: ج. ٧٣: د. ٧٤: ه. ٧٥: آ. ٧٦: ز. ٧٧: ب. ٧٨: ج. ٧٩: د. ٨٠: ه. ٨١: آ. ٨٢: ز. ٨٣: ب. ٨٤: ج. ٨٥: د. ٨٦: ه. ٨٧: آ. ٨٨: ز. ٨٩: ب. ٩٠: ج. ٩١: د. ٩٢: ه. ٩٣: آ. ٩٤: ز. ٩٥: ب. ٩٦: ج. ٩٧: د. ٩٨: ه. ٩٩: آ. ١٠٠: ز.

(إلى) خط هـ ز. ويجعل زاوية زهـ ف قائمة. فلأن قوس هـ زد شبيهة بقوس
 ا ط ب، فزاوية هـ زد مساوية للزاوية التي تغلها قوس ا ط ب. والزاوية التي
 قبلها قوس ا ط ب مع زاوية ا ج ب جميعاً مساويتان لقائمتين لأنهما في
 دائرة، فزاوية هـ زد مع كل واحدة من زاويتي ا ج ب هـ زل مساويتان
 5 لقائمتين، فزاوية هـ زل مساوية لزاوية ا ج ب. وزاوية هـ ل ز مساوية لزاوية
 ا ب ج - لأن كل واحدة منهما قائمة - فزاوية هـ ل الباقية مساوية لزاوية
 ج ا ب الباقية. وزاوية ج ا ب مساوية لزاوية د ك ز لأنهما متبادلتان، فزاوية
 د ك ز مساوية لزاوية هـ ل. وزاوية هـ ل مساوية لزاوية هـ ف ل من جهة
 تشابه المثلثين، فزاوية هـ ف ل مساوية لزاوية د ك ز، وزاوية زد ك مشتركة
 10 فثلث هـ د ف شبيه بثلث ك د ز، فنسبة هـ ف د إلى د هـ كنسبة ك د إلى د ز،
 فسطح هـ ف د في د ز مساو لسطح هـ د في د ك. لكن سطح هـ د في د ك
 جعلناه مساوياً لمربع د س لأنه نصف قطر الدائرة، فسطح هـ ف د في د ز مساو
 لمربع د س؛ ومربع د س مساو لسطح ط ز في ز س مع مربع د ز، لأن خط
 ط س مقسوم بنصفين على نقطة د ويقسمين مختلفين على ز، فسطح ط ز
 15 في ز س مع مربع د ز مساو لسطح هـ ف د في د ز. وسطح هـ ف د في د ز مساو
 لسطح هـ ف ز في ز د مع مربع د ز. فسطح ط ز في ز س مع مربع د ز مساو
 لسطح هـ ف ز في ز د مع مربع د ز؛ (و) نلقي مربع د ز المشترك، يبقى سطح
 ط ز في ز س مساوياً لسطح هـ ف ز في ز د. وأيضاً لأن مثلثي هـ ف ز د زع
 متشابهان، فنسبة هـ ز إلى ز ف كنسبة د ز إلى ز ع، فسطح هـ ز في ز ع مساو
 20 لسطح هـ ف ز في د ز، فسطح ط ز في ز س مساو لسطح هـ ز في ز ع، فنقطة هـ

2 للزاوية: لزاوية/ تغلها: يغلها - قبلها: قبلها - 7 د ك ز: د ك - 8 هـ ف ل: هـ ب ل - 9
 المثلثين: المثلثين/ هـ ف ل: هـ ف د/ د ك ز: د ك - 10 هـ ف د: هـ ف د - 11 هـ ف د: هـ ف د - 12 هـ ف د: هـ ف د/
 مساو: مساوياً - 15 هـ ف د (الأولى والثانية): هـ ف د - 17 هـ ف ز: هـ ز - 19 متشابهان: متشابهين.

على محيط الدائرة التي تمرّ على نقط $\overline{ط ع س}$. فالقوس التي فيما بين نقطتي $\overline{س ع}$ مساوية للقوس التي فيما بين نقطتي $\overline{ط ع}$ لأن $\overline{د ع}$ عمود على خط $\overline{ط س}$ وقد قسمه بنصفين على نقطة $\overline{د}$ ، فزاوية $\overline{ط ه ز}$ مساوية لزاوية $\overline{س ه ز}$. فقوس $\overline{م ص}$ مساوية $\langle \overline{ل ص ن} \rangle$ ، فنقطة $\overline{ص}$ قطب نظير دائرة $\overline{أ ب ج}$ لأن نظير دائرة $\overline{أ ب ج}$ هو الدائرة التي تمرّ على نقطتي $\overline{م ن}$ من قطب $\overline{ص}$. وأيضاً



لأن زاوية $\overline{ص ه ل}$ مساوية لزاوية $\overline{ب أ ج}$ ، فقوس $\overline{ق ص}$ شبيهة بقوس $\overline{ج ب}$. وقوس $\overline{ق ص ه}$ شبيهة بقوس $\overline{أ ب ج}$ لأن كل واحدة منها نصف محيط الدائرة، فقوس $\overline{ه ص}$ الباقية شبيهة بقوس $\overline{أ ب}$ الباقية، فنقطة $\overline{ل}$ مركز الكرة التي نصف قطرها خط $\overline{ل ه}$ ، ويُعد نظير نقطة $\overline{ص}$ - التي هي قطب نظير دائرة $\overline{أ ب ج}$ - من قطب $\overline{ه}$ بمقدار قوس $\overline{أ ب}$ المفروضة من دائرة $\overline{أ ب ج}$. فلأن نصف قطر الكرة - وهو $\overline{ل ه}$ - معلوم ومركزها - وهو $\overline{ل}$ - معلوم، فباقي الأعمال بتمامه معلوم، وذلك ما أردنا أن نبين.

$\langle \overline{ب} \rangle$ إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة $\overline{أ ب ج}$ التي مركزها نقطة $\overline{د}$ ،

ويُعد قطب نظيرها من قطب الكرة بمقدار معلوم؛ ومركز الأسطرلاب - وهو
 هـ - معلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية / بنيتهما.

٢٧١

فنصل خط د هـ ونخرجه إلى نقطة آ. ونجعل قوس أب من دائرة أب ج بمقدار البعد المفروض. ونصل خطي أب ب ج، ونحدث على خط د ج نقطة، ولتكن ز، حتى تكون نسبة السطح الحادث من نقطتي آ ج - أعني 5
 آ ز في ز ج - إلى السطح الحادث من نقطتي د هـ - أعني د ز في ز هـ - كنسبة مربع آ ج إلى مربع ج ب معلومة، كما يتنا في كتابنا في إحداث النقط على المخطوط في نسب السطوح. ونخرج على نقطة ز خطاً موازياً لخط ب ج - وهو ط ز ح - ونقيم من نقطة هـ عموداً على خط د هـ، وليكن ح هـ.

١٠ فأقول: إن خط هـ ح نصف قطر الكرة، التي مركزها نقطة هـ، ويُعد قطب نظير دائرة أب ج من قطب ح بمقدار قوس أب من دائرة أب ج.

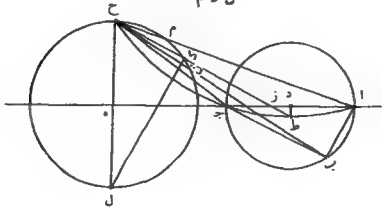
برهان ذلك: أن نخط على نقطة هـ ويبعد هـ ح دائرة ح ك ل، ونصل خطي ح آ ح ج، ونجعل د ط عموداً على خط آ ج. فلأن زاوية آ ج ب مساوية لزاوية آ ز ط - لأن خط ب ج مواز لخط ط ز - وزاوية أب ج ١٥
 مساوية لزاوية ط د ز لأنها قائمتان، فالزاوية الباقية مساوية للزاوية الباقية، فثلث ط د ز يشبه بثلث أب ج. فنسبة مربع ط ز إلى مربع ز د كنسبة مربع

آ ج إلى مربع ج ب. ونسبة مربع آ ج إلى مربع ج ب جعلناها كنسبة سطح آ ز في ز ج إلى سطح د ز في ز هـ، فنسبة سطح آ ز في ز ج إلى سطح د ز في ز هـ كنسبة [سطح] مربع ط ز إلى مربع ز د. لكن نسبة مربع ط ز إلى مربع ز د 20
 كنسبة سطح ط ز في ز ح إلى سطح د ز في ز هـ (فنسبة كل واحد من سطحي آ ز في ز ج وط ز في ط ح إلى سطح د ز في ز هـ) واحدة، فسطح آ ز في ز ج

١٣ أ: الف - ٥ ولتكن: ٨ نسب: نسبة - ٩ ح: كتب النسخ ج هـ ثم أبت الصواب في الهامش - ١٠ ح: غالباً ما يكتبها النسخ هـ ج، وإن تشير إليها فيما بعد - ١٨ ز ج (الأولى): ز ح.

- مساوي لسطح ط ز في ز ح. فنقطة ح على محيط الدائرة التي تمر بنقط
 ا ط ج. فيكون القوس، التي فيما بين ا ط، مساوية للقوس التي فيما بين
 ط ج، لأن ط د عمود على خط ا ج وقد قسمه بنصفين على نقطة د،
 فزاوية ا ح ز مساوية لزاوية ج ح ز، قوس م ك مساوية لقوس ك ن، فنقطة
 5 ك قطب نظير دائرة ا ب ج، لأن نظير دائرة ا ب ج <عمر> بنقطتي م ن
 من / قطب ك. وأيضاً لأن زاوية ح ك ل مساوية لزاوية ز ح - لأن كل
 واحدة منهما قائمة - وزاوية ل ح د مشتركة، فزاوية ح ل ك الباقية مساوية
 لزاوية ح ز ه الباقية؛ وزاوية ح ز ه مساوية لزاوية ب ج ا لأنها متبادلتان
 فزاوية ح ل ك مساوية لزاوية ا ج ب، قوس ح ك شبيهة بقوس ا ب.
 10 وقوس ا ب بمقدار البعد المفروض، قوس ح ك بمقدار قوس ا ب المفروضة من
 دائرة ا ب ج. فخط ه ح نصف قطر الكرة التي مركزها نقطة ه، ويعد قطب
 نظير دائرة ا ب ج، وهو ك، من قطب ح بمقدار قوس ا ب المفروضة من
 دائرة ا ب ج. فلأن نصف قطر الكرة - وهو ه ح - معلوم ومركزها - وهو ه -
 معلوم في سطح الأسطرلاب، فباقي الأعمال بنهاها معلوم؛ وذلك ما أردنا أن
 15 نبين.

الشكل رقم (١١)



١ بنقط: بنقطة 14 خياطي: ويأتي.

(ج) إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة $\overline{أب}$ معلومة، ومركزها نقطة $\overline{د}$ ، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم؛ ونصف قطر الكرة مساوٍ لخط $\overline{هـ}$ المعلوم؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتأمامها.

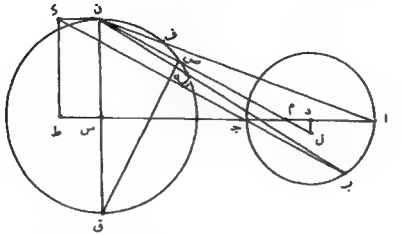
- 5 فنجز على نقطة $\overline{د}$ الخط المستقيم، الذي (عليه) نريد أن يكون مركز الأسطرلاب، فليكن $\overline{أد ج}$ ؛ ونجعل قوس $\overline{أب}$ بمقدار البعد المفروض، ونجز على نقطتي $\overline{ب ج}$ خطاً مستقيماً، وهو $\overline{ب ج ك}$ ، ونجعل خط $\overline{ط ك}$ عموداً على خط $\overline{أ ج ط}$ ومساوياً لخط $\overline{هـ}$. فنسبة سطح $\overline{أد}$ في $\overline{ج ط}$ إلى مربع $\overline{ج ك}$ معلومة لأن كل واحد منها معلوم. ونحدث على خط $\overline{د ج}$ نقطة $\overline{م}$ حتى تكون نسبة سطح $\overline{أد}$ في $\overline{د م}$ إلى سطح $\overline{أ م}$ في $\overline{م ج}$ كنسبة سطح $\overline{أد}$ في $\overline{ج ط}$ إلى مربع $\overline{ج ك}$ المعلوم، كما بيّنا في كتاب إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح. ونخرج من نقطة $\overline{م}$ خطاً موازياً لخط $\overline{ب ج ك}$ ، وهو $\overline{ل م ن}$. ونجعل $\overline{كن}$ موازياً لخط $\overline{ج ط}$ ، ونجعل $\overline{ن س}$ عموداً على خط $\overline{ج ط}$.
- 10 فأقول: إن نقطة $\overline{س}$ مركز الكرة التي نصف قطرها مساوٍ لخط $\overline{هـ}$ ، وإن بُعد قطب نظير دائرة $\overline{أب ج}$ من قطب الكرة بمقدار قوس $\overline{أب}$ من دائرة $\overline{أ ب ج}$.

برهان ذلك: إنا نخط على مركز $\overline{س}$ ونبعد $\overline{س ن}$ دائرة $\overline{ن ق ع}$ ، ونصل خطي $\overline{ن أ ن ج}$ ونجعل $\overline{د ل}$ عموداً على خط $\overline{أ ج}$. فلأن نسبة سطح $\overline{أد}$ في $\overline{د م}$ إلى سطح $\overline{أ م}$ في $\overline{م ج}$ كنسبة سطح $\overline{أد}$ في $\overline{ج ط}$ إلى مربع $\overline{ج ك}$ ، وخط $\overline{م ن}$ مساوٍ لخط $\overline{ج ك}$ وخط $\overline{م س}$ مساوٍ لخط $\overline{ج ط}$ ، فإن نسبة سطح $\overline{أد}$ في $\overline{د م}$ إلى سطح $\overline{أ م}$ في $\overline{م ج}$ كنسبة سطح $\overline{أد}$ في $\overline{م س}$ إلى مربع $\overline{م ن}$. ونسبة

سطح $\langle \text{آد} \rangle$ في م س إلى مربع م ن مؤلفة من نسبة خط آد إلى خط م ن ومن نسبة خط م س إلى خط م ن ، ونسبة خط س م إلى م ن كنسبة خط د م إلى م ل من جهة تشابه المثلثين، فنسبة سطح آد في د م إلى سطح آ م في م ج مؤلفة من نسبة خط آد إلى خط م ن ومن نسبة خط د م إلى م ل .
 5 لكن النسبة المؤلفة من خط آد إلى خط م ن ومن نسبة خط د م إلى خط م ل هي كنسبة سطح آد في د م إلى سطح ن م في م ل . فنسبة سطح آد في د م إلى كل واحد من سطحي آ م في م ج ول م ن واحدة، فسطح آ م في م ج مساوٍ لسطح ن م في م ل . فنقطة ن على محيط الدائرة التي تمر على نقط آ ل ج . فتكون القوس التي فيها بين نقطتي ج ل مساوية للقوس التي فيها بين نقطتي آ ل ، لأن ل د عمود على وتر آ ج وقسمه بنصفين على نقطة
 10 د. فزاوية آ ن م مساوية لزاوية م ن ج ، فقوس ف ص مساوية لقوس ص ع ، فنقطة ص قطب نظير دائرة آ ب ج ، لأن نظير دائرة آ ب ج يجوز على نقطتي ف ع وقطبه ص . وأيضاً لأن زاوية ن ق ص مساوية / لزاوية ٢٧٤
 ن م س من جهة تشابه المثلثين، وزاوية ن م س مساوية لزاوية آ ج ب لأنها متبادلتان، فإن زاوية ن ق ص مساوية لزاوية آ ج ب ، فقوس ن ص شبيهة بقوس آ ب المفروضة من دائرة آ ب ج . وخط ن س مساوٍ لخط ه ، لأن كل واحد منها مساوٍ لخط ك ط ، فنقطة س مركز الكرة، التي نصف قطرها مساوٍ لخط ه ، وبعد قطب نظير دائرة آ ب ج من قطب ن بمقدار قوس آ ب المفروضة من دائرة آ ب ج . فلأن نصف قطر الكرة - وهو س ن -
 20 ومركزها - وهو س - معلومان، فباقي الأعمال بتمامها معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

12 ص ع: ص ن ع / يجوز: يجوز / ن ق ص : ن ق ص - 15 ن ص : ب ص - 20 س ن : س ن .

الشكل رقم (١٢)

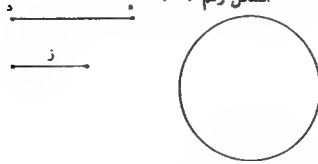


﴿د﴾ إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة $\overline{أب ج}$ معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، والخط - الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بُعد نظيرها من ذلك القطب معلوم - مساوٍ لخط $\overline{د ه}$ المعلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية 5 بنهاها.

فنجعل من نقطة $\overline{د}$ قطب الكرة، ونقطة $\overline{ه}$ هي التي بُعد نظيرها من قطب $\overline{د}$ بالمقدار الذي فرضناه معلوماً. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر تلك الكرة معلوماً من الشكل الرابع من هذا الكتاب، وليكن خط $\overline{ز}$. ولأن بُعد قطب نظير دائرة $\overline{أب ج}$ من القطب معلوم ونصف قطر الكرة - وهو $\overline{ز}$ - معلوم، 10 فإن الأعمال الباقية بنهاها معلومة من الشكل المتقدم؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

7 عملنا: عملنا - 8 الرابع: الخامس / ز: ب.

الشكل رقم (١٣)



- «هـ» إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة $\overline{أ ب ج}$ معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، والخط - الذي فيها بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بُعد / نظيرها من قطب ٢٧٥ الكرة معلوم - مساوٍ لخط $\overline{د ه}$ المعلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية بتأملها.
- ٥ فنفرض نقطة $\overline{د}$ مركز الأسطرلاب ونقطة $\overline{ه}$ التي بُعد نظيرها من قطب الكرة بالمقدار المعلوم، وإن عملنا ذلك، صار نصف قطر تلك الكرة معلوماً من الشكل الخامس من هذا الكتاب، وليكن خط $\overline{ز}$. ولأن بُعد قطب نظير دائرة $\overline{أ ب ج}$ من قطب الكرة معلوم ونصف قطر الكرة - وهو $\overline{ز}$ - معلوم، فالأعمال الباقية بالتأمل كلها معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.
- ١٠ «و» إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة $\overline{أ ب ج}$ ، التي مركزها $\overline{د}$ ، معلومة ونقطة $\overline{ه}$ عليه معلومة؛ وفرضناها دائرة واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، وبُعد نظير نقطة $\overline{ه}$ أيضاً من ذلك القطب معلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية بتأملها.
- ١٥ فنجز على نقطتي $\overline{د ه}$ خطاً مستقيماً، وهو $\overline{د أ}$ ، ونجعل قوس $\overline{أ ب}$ من دائرة $\overline{أ ب ج}$ بمقدار بُعد قطب نظير دائرة $\overline{أ ب ج}$ المفروض (من قطب الكرة). ونجعل قوسي $\overline{أ ب ج ز}$ جميعاً بمقدار بعد [قطب] نظير نقطة $\overline{ه}$

المفروض من القطب. ونصل خطوط $\overline{أ ب}$ $\overline{أ ز ب ج}$ ونحدث على خط $\overline{د ج}$ نقطة، ولتكن $\overline{ط}$ ، <حتى> تكون نسبة سطح $\overline{أ ط}$ في $\overline{ط ج}$ إلى سطح $\overline{د ط}$ في $\overline{ط ه}$ كنسبة مربع $\overline{أ ج}$ إلى سطح $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج ك}$ ، كما يتنا في كتابنا في إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح. ونجيز على نقطة $\overline{ط}$ خطاً موازياً لخط $\overline{ب ج}$ - وهو $\overline{ل ط م}$ - ونجعل زاوية $\overline{د ه م}$ مساوية لزاوية $\overline{أ ك ج}$ ، ونخرج من نقطة $\overline{م}$ ، التي التقى الخطان عليها، عموداً على خط $\overline{د ه}$ ، وهو $\overline{م ن}$.

فأقول: إن نقطة $\overline{ن}$ مركز الكرة، التي نصف قطرها خط $\overline{ن م}$ ، وإن بُعد قطب نظير دائرة $\overline{أ ب ج}$ من قطب $\overline{م}$ بمقدار قوس $\overline{أ ب}$ المفروضة من دائرة $\overline{أ ب ج}$ ، وإن بُعد نظير نقطة $\overline{ه}$ من هذا القطب بمقدار قوسي $\overline{أ ب ج ز}$ جميعاً من دائرة $\overline{أ ب ج}$.

برهان ذلك: إنا نخط على مركز $\overline{ن}$ ويبعد $\overline{ن م}$ دائرة $\overline{م س ع}$ ، فنقطة $\overline{ص}$ نظير نقطة $\overline{ه}$ ونقطة $\overline{س}$ نظير نقطة $\overline{ط}$. ونجعل $\overline{د ل}$ عموداً على خط $\overline{أ ج}$. فلأن نسبة سطح $\overline{أ ط}$ في $\overline{ط ج}$ إلى سطح $\overline{د ط}$ في $\overline{ط ه}$ كنسبة مربع $\overline{أ ج}$ إلى سطح $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج ك}$ ، ونسبة مربع $\overline{أ ج}$ إلى سطح $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج ك}$ مؤلفة من نسبة $\overline{أ ج}$ إلى $\overline{ج ك}$ ومن نسبة $\overline{أ ج}$ إلى $\overline{ج ب}$ ، ونسبة $\overline{أ ج}$ إلى $\overline{ج ك}$ كنسبة $\overline{م ط}$ إلى $\overline{ط ه}$ من جهة تشابه المثلثين، ونسبة $\overline{أ ج}$ إلى $\overline{ج ب}$ كنسبة $\overline{ل ط}$ إلى $\overline{ط د}$ - لأن مثلث $\overline{أ ب ج}$ شبيه بمثلث $\overline{د ل ط}$ - فنسبة سطح $\overline{أ ط}$ في $\overline{ط ج}$ <إلى سطح $\overline{د ط}$ في $\overline{ط ه}$ كنسبة سطح $\overline{م ط}$ في $\overline{ل ط}$ إلى سطح $\overline{د ط}$ في $\overline{ط ه}$ ، فسطح $\overline{أ ط}$ في $\overline{ط ج}$ مساو لسطح $\overline{م ط}$ في $\overline{ل ط}$ ؛ فنقطة $\overline{م}$ على محيط الدائرة التي تمر بنقط $\overline{أ ل ج}$. وتكون القوس التي بين $\overline{ل أ}$ مساوية للقوس التي فيما بين $\overline{ل ج}$. لأن $\overline{د ل}$ عمود على خط $\overline{أ ج}$ وقد قسمه

الفصل السادس في عمل الأسطرلاب

من جهة فرض واحدة من نقط معلومة لأفق معلوم

إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا نظيرها لأفق معلوم معلوماً، وقطب الكرة وهو ب معلوم، ونريد أن نحدث باقي الأعمال بتأملها.

فنتنزل على التحليل أن نقطة آ هي الفصل المشترك لمقنطرة ج ا د ولسمت ه ا ز، وتسطيحهما من الكرة ط ف ك ب.

وقطر نظير مقنطرة ج ا د خط ك ط، ومركز الكرة نقطة م، والدائرة المارة 10 بقطبيها ب ك ط ل. وليخرج فيها قطران يتقاطعان على زوايا قائمة، وهما ب م ص ل م ج؛ ولنخرج ل م ج في الجهتين جميعاً إلى نقطتي ح ز. ولنخرج خط ط ك حتى يلقى خط ل م ج على نقطة ح ولنوصل خط م ك، فنسبة ط ك إلى كل واحد من نصف قطر الكرة - وهو م ك - ومن بعده - وهو م ن - من مركز الكرة - وهو م - معلومة، لأن قوس ط ك من دائرة 15 ب ك ط ل معلومة. وأيضاً لأن خط ن ك مواز لقطر أفق بُعد قطبه من قطب الكرة معلوم، فزاوية ن ح م معلومة، وزاوية ح ن م قائمة، فمثلث ح ن م معلوم الصورة. وأيضاً نفرض اس عموداً على خط ه ل، ونصل ب س ونخرجه إلى نقطة ع، ونجعل ع ف عموداً على خط ك ط، فقوس ط ف من نصف دائرة ك ف ط معلومة لأنها بمقدار بُعد نظير سمت ه ا ز من دائرة نصف نهاره، كما

8 ه ا ز: آ ا د / وتسطيحها: وسطيحها / ط ف ك ب: ط ف ك - 10 بقطبيها: بقطبيها /
وليخرج: ولنخرج - 11 ب م ص: ل م ص - 12 ط ك ط ل: 13 م ك: ط ك / بعده: بعده -
15 قبله: قبلها - 16 ح ن م: ح م ز / ح ن م: ج ن م - 19 معلومة: معلوم / ه ا ز: ه ا د.

يُنَا قَبْل. فنسبة $\overline{ن ع}$ إلى كل واحد من خطي $\overline{ك ن ك ع}$ معلومة، لأن $\overline{ك ن}$ نصف $\overline{ك ط}$ ، فنسبة $\overline{ع ك}$ إلى $\overline{ك ن}$ معلومة. وإذا [فصلنا] كانت نسبة $\overline{ع ن}$ إلى $\overline{ن ك}$ معلومة، ونسبة $\overline{ك ن}$ إلى $\overline{ن م}$ (معلومة) - لأن مثلث $\overline{ك ن م}$ معلوم الصورة - فنسبة $\overline{ع ن}$ إلى $\overline{ن م}$ / معلومة. ونسبة $\overline{م ن}$ إلى $\overline{ن ص}$ معلومة، فنسبة ٢٧٧

٥ $\overline{ع ن}$ إلى $\overline{ن ص}$ معلومة. وبالتفصيل نسبة $\overline{ع ص}$ إلى $\overline{ص ن}$ معلومة؛ ونسبة $\overline{ن ص}$ إلى $\overline{ص م}$ معلومة، (نسبة $\overline{ع ص}$ إلى $\overline{ص م}$ معلومة). وأيضاً لأن نسبة $\overline{ع ص}$ إلى $\overline{ع ن}$ ونسبة $\overline{ع ن}$ إلى $\overline{ن ك}$ ونسبة $\overline{ن ك}$ إلى نصف قطر الكرة - وهو $\overline{ب م}$ - معلومة، فنسبة $\overline{ع ص}$ إلى $\overline{م ب}$ معلومة، فنسبة $\overline{ع ص}$ إلى $\overline{ص ب}$ معلومة. وزاوية $\overline{ع ص ب}$ معلومة، فثلث $\overline{ع ص ب}$ معلوم الصورة، فنسبة

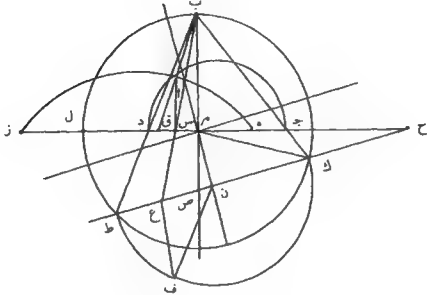
١٥ $\overline{ص ب}$ إلى $\overline{ب ع}$ معلومة، وزاوية $\overline{ص ب ع}$ معلومة. وزاوية $\overline{ب م س}$ قائمة، فثلث $\overline{ب م س}$ معلوم الصورة، فنسبة $\overline{م ب}$ إلى $\overline{ب س}$ معلومة، ونسبة $\overline{ص ب}$ إلى $\overline{ب م}$ معلومة، فنسبة $\overline{ص ب}$ إلى كل واحد من خطي $\overline{ب س}$ $\overline{ب ع}$ معلومة. فنسبة $\overline{ع ب}$ إلى $\overline{ب س}$ معلومة وهي كنسبة $\overline{ع ف}$ إلى $\overline{أ س}$ كما يُنَا قَبْل. فنسبة $\overline{ف ع}$ إلى $\overline{أ س}$ معلومة ونسبة $\overline{ف ع}$ إلى $\overline{ب م}$ معلومة، فنسبة

١٥ $\overline{ب م}$ إلى $\overline{أ س}$ معلومة وهي كنسبة $\overline{ب ق}$ إلى $\overline{ق أ}$ ، فنسبة $\overline{ب ق}$ إلى $\overline{ق أ}$ معلومة؛ وبالتفصيل نسبة $\overline{ب أ}$ المعلوم إلى $\overline{أ ق}$ معلومة، فخط $\langle \overline{أ ق} \rangle$ معلوم ونقطة $\overline{أ}$ معلومة، فنقطة $\overline{ق}$ معلومة. وأيضاً لأن نسبة $\overline{ق م}$ إلى $\overline{م س}$ معلومة ونسبة $\overline{م س}$ إلى $\overline{م ب}$ معلومة، فنسبة $\overline{ق م}$ إلى $\overline{م ب}$ معلومة، وزاوية $\overline{ق م ب}$ قائمة، فثلث $\overline{ق م ب}$ معلوم الصورة، فزاوية $\overline{ب ق م}$ معلومة، فخط $\overline{ق م}$ معلوم الوضع، لأن خط $\overline{ب ق}$ معلوم الوضع ونقطة $\overline{ق}$ معلومة، فخط $\overline{ق م}$ معلوم الوضع. $\langle \overline{و} \rangle$ أيضاً لأن زاوية $\overline{ب م ق}$ قائمة، فنقطة $\overline{م}$ معلومة وهي مركز

١ $\overline{ك ن}$ (الأولى والثانية): $\overline{ك ي}$ - $\overline{ك ن}$ ٢: $\overline{ك ي}$ - ٧ قطر: قد تقرأ قطره - ٨ $\overline{ب م}$: $\overline{ن م}$ - ١٠ $\overline{ب م}$: $\overline{ن م}$ - ١١ $\overline{ب م}$: $\overline{ن م}$ / $\overline{ب س}$: $\overline{ل س}$ - ١٢ إلى: مكررة / $\overline{ب م}$: $\overline{ن م}$ - ١٥ $\overline{ب م}$: $\overline{ن م}$ - ١٦ المعلوم: المأم.

الكرة التي نصف قطرها خط $\overline{م ب}$. ولأن مركز الكرة - وهو $\overline{م}$ - ونصف قطرها - وهو $\overline{م ب}$ - معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (١٥)



- وهذا التدبير، إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة $\overline{آ}$ معلومة، وفرضنا
- 5 نظيرها لأفق معلوم ومركز الأسطرلاب - أو نصف قطر الكرة أو الخط الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بعد نظيرها من ذلك القطب معلوم، أو الخط الذي فيما بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بعد نظيرها من قطب الكرة معلوم، أو وضع نقطة أخرى بعد نظيرها من قطب الكرة معلوم، أو وضع نقطة أخرى بعد نظيرها من قطب أفقه معلوم، أو وضع نقطة أخرى نظيرها لأفق معلوم / أو وضع نقطة أخرى معلومة لأفق معلوم، معلوماً، فإن مركز ٢٧٨ الكرة ونصف قطرها معلومان. فإذا كان كذلك، فإن الأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

2 معلومان: معلومين - 5 نظيرها: نظيره - 6 بعد: يبعد - 10 معلوم: معلوماً / معلومة: معلوم / معلوم: معلوم
- 11 معلومان: معلوم.

الفصل السابع

في ذكر الأشكال التي أحلناها على كتابي :

إحداث النقط وإخراج الخطين

وقد كنا أحلنا في الفصل الثاني من المقالة الثانية من هذا

الكتاب على أشكال من كتاب :

إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح

فلنذكر ذلك وهو شكلان، أحدهما :

إذا كان على خط $\overline{أ ب}$ المعلوم الوضع والقدر نقطتا $\overline{ج د}$ معلومتين، ونريد أن نحدث على خط $\overline{ج د}$ نقطة $\langle ه \rangle$ حتى يكون نسبة سطح $\overline{أ ه}$ في $\overline{ه د}$ \langle إلى \rangle سطح $\overline{ج ه}$ في $\overline{ه ب}$ معلومة.

10 فعلى التحليل يُتزل ذلك. فلأن مربع نصف خط $\overline{أ د}$ - وهو $\overline{ز}$ - معلوم ومساو لسطح $\overline{أ ه}$ في $\overline{ه د}$ مع مربع $\overline{ز ه}$ - لأنه قد قسم بنصفين ويقسمين مختلفين - فسطح $\overline{أ ه}$ في $\overline{ه د}$ مع مربع $\overline{ز ه}$ معلوم. وأيضاً لأن مربع نصف خط $\overline{ج ب}$ ، وهو $\overline{ج ط}$ ، معلوم وهو مساو لسطح $\overline{ج ه}$ في $\overline{ه ب}$ مع مربع $\overline{ه ط}$ ، فسطح $\overline{ج ه}$ في $\overline{ه ب}$ مع مربع $\overline{ه ط}$ معلوم. ونسبة سطح $\overline{أ ه}$ في $\overline{ه د}$ إلى سطح $\overline{ج ه}$ في $\overline{ه ب}$

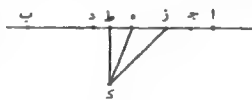
15 معلومة. فإما نسبة مربع $\overline{ز ه}$ الباقي إلى مربع $\overline{ه ط}$ الباقي معلومة، وإما مربع أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى مربع الآخر معلومة، بسطح معلوم كما بين أفقليدس في كتابه في المعطيات. فإن كانت نسبة مربع $\overline{ز ه}$ إلى مربع $\overline{ه ط}$ ٢٧٩

6 [إحداث: كتبها الأحداث ثم حُكَّ الحرفين الزائدين/ نسب: أثبتنا فوق السطر - 12 ز ه - 13 ز ه: د ه -

16 معلومة: معلوم/ ز ه: د ه - 17 سطح: كتبها نسب ثم صححها عليها - 18 ز ه: د ه.

معلومة، فنسبة $\overline{ز ه}$ إلى $\overline{ه ط}$ معلومة، فنقطة $\overline{ه}$ معلومة. وإن كان مربع أحدهما أعظم من سطح نسبه إلى مربع الآخر معلومة، بسطح معلوم. فليكن الأعظم مربع $\overline{ز ه}$ ، ونجعل نسبة ذلك السطح المعلوم إلى مربع $\overline{ط ك}$ كذلك النسبة المعلومة، فمربع $\overline{ط ك}$ معلوم، فخط $\overline{ط ك}$ معلوم. ونقطة $\overline{ط}$ معلومة فنقطة $\overline{ك}$ معلومة. فنصل خط $\overline{ك ز}$ فهو معلوم القدر والوضع. فلأن نسبة بعض مربع $\overline{ز ه}$ إلى مربع $\overline{ه ط}$ كنسبة بعض الآخر المعلوم إلى مربع $\overline{ط ك}$ ، فنسبة جميع مربع $\overline{ز ه}$ إلى مجموع مربعي $\overline{ه ط}$ و $\overline{ط ك}$ كنسبة (كل) واحد إلى قرينه المعلومة. فنسبة مربع $\overline{ز ه}$ إلى مربعي خطي $\overline{ه ط}$ و $\overline{ط ك}$ معلومة. ومربعاً خطي $\overline{ه ط}$ و $\overline{ط ك}$ مثل مربع $\overline{ه ك}$ لأن زاوية $\overline{ه ط ك}$ قائمة. فنسبة مربع $\overline{ز ه}$ إلى مربع $\overline{ه ك}$ معلومة، فنسبة خط $\overline{ز ه}$ إلى (خط) $\overline{ه ك}$ معلومة، وزاوية $\overline{ه ز ك}$ معلومة لأن كل واحد من خطي $\overline{أ ب ك}$ ز معلوم الوضع، فثلث $\overline{ه ز ك}$ معلوم الصورة، فنسبة خط $\overline{ك ز}$ المعلوم إلى (خط) $\overline{ز ه}$ معلومة، فخط $\overline{ز ه}$ معلوم، ونقطة $\overline{ز}$ معلومة، فنقطة $\overline{ه}$ معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (١٦)



الشكل الآخر:

١٥ إذا كان على خط $\overline{أ ب}$ المعلوم القدر نقطة $\overline{ج}$ معلومة؛ ونريد أن نحدث على خط $\overline{ج ب}$ نقطة، ولتكن $\overline{د}$ ، حتى يكون نسبة سطح $\overline{أ ج}$ في $\overline{ج د}$ إلى سطح $\overline{أ د}$ في $\overline{د ب}$ معلومة.

٢ نسبه: نسبة ٣ ز ه: د ه - ٧ واحد: واحده/ قرينه: قرينه - ٩ مثل: جائزة على تقدير «المجموع»/ قائمة: مكررة.

الشكل رقم (١٧)

ا ب ج د ه ط ز

فعلى التحليل يُترى ذلك. فلأن نسبة سطح $\overline{اج}$ في $\overline{ج د}$ أيضاً إلى سطح $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج د}$ معلومة - لأنها كنسبة $\overline{اج}$ إلى $\overline{ج ب}$ المعلومة - فنسبة سطح $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج د}$ إلى سطح $\overline{اد}$ في $\overline{د ب}$ معلومة. ومربع نصف خط $\overline{اب}$ - وهو $\overline{ه ب}$ - معلوم، وهو مساوٍ لسطح $\overline{اد}$ في $\overline{د ب}$ مع مربع $\overline{ه د}$ ، ومربع $\overline{ب ج}$ معلوم ومساوٍ لسطح $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج د}$ وسطح $\overline{ج ب}$ / في $\overline{ب د}$ ، ونسبة سطح $\overline{اد}$ في $\overline{د ب}$ إلى سطح $\overline{ب ج}$ في $\overline{ج د}$ معلومة. فإما أن يكون نسبة مربع $\overline{ه د}$ الباقي إلى سطح $\overline{ج ب}$ في $\overline{ب د}$ الباقي معلومة، وإما أن يكون أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى الآخر معلومة بسطح معلوم.

فإن كانت نسبة مربع $\overline{ه د}$ إلى سطح $\overline{ج ب}$ في $\overline{ب د}$ معلومة، ونسبة سطح $\overline{ج ب}$ في $\overline{ب د}$ إلى سطح $\overline{ه ب}$ في $\overline{ب د}$ معلومة، لأنها كنسبة $\overline{ج ب}$ المعلوم إلى $\overline{ب ه}$ المعلوم، كانت نسبة مربع $\overline{ه د}$ إلى سطح $\overline{ه ب}$ في $\overline{ب د}$ معلومة. فإن كانت كذلك فقطعة $\overline{د ه}$ معلومة، لأن نسبة مربع نصف خط $\overline{ه د}$ - وهو مربع $\overline{ط د}$ - إلى سطح $\overline{ه ب}$ في $\overline{ب د}$ معلومة. وإذا ركبنا، كانت نسبة مربع $\overline{ط د}$ إلى سطح $\overline{ه ب}$ في $\overline{ب د}$ مع مربع $\overline{ط د}$ معلومة، لكن سطح $\overline{ه ب}$ في $\overline{ب د}$ مع مربع $\overline{ط د}$ مثل مربع $\overline{ط ب}$ ، لأن $\overline{ط د}$ نصف خط $\overline{ه د}$ وخط $\overline{د ب}$ زيادة. فنسبة مربع $\overline{ط ب}$ إلى مربع $\overline{ط د}$ معلومة، فنسبة خط $\overline{ط ب}$ إلى خط $\overline{ط د}$ معلومة. وإذا فصلنا، فنسبة خط $\overline{ب د}$ إلى $\langle \text{خط} \rangle \overline{د ط}$ معلومة، فنسبة $\overline{ب د}$ إلى ضعف $\overline{د ط}$ ، وهو $\overline{د ه}$ ، معلومة، فقطعة $\overline{د ه}$ معلومة لأن خط $\overline{ب ه}$ معلوم لأنه نصف خط $\overline{اب}$ المعلوم.

2 فنية: ونسبة 3 د ب: در - 4 ه ب: م ب - 5 مساو: ومتساو - 6 ه د: هذا - 7 ب د: يد، ويكتب عادة الباء ياء، ولن نثبتها فيما بعد/ الباقي: (الأولى والثانية): الباقية - 19 ب ه: ن ه.

وإذا كان أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى الآخر معلومة بـ سطح معلوم،
فليكن الأعظم مربع $\overline{هـ د}$. فتجعل نسبة ذلك السطح المعلوم إلى سطح آخر
وهو $\overline{ج ب}$ في $\overline{ب ك}$ تلك النسبة بعينها. فسطح $\overline{ج ب}$ في $\overline{ب ك}$ معلوم وخط
 $\overline{ج ب}$ معلوم، فخط $\overline{ب ك}$ معلوم. فنسبة مربع $\overline{هـ د}$ إلى سطح $\overline{ج ب}$ في $\overline{ب د}$
5 وإلى «سطح» $\overline{ج ب}$ في $\overline{ب ك}$ مجموعين، أعني $\overline{ج ب}$ في $\overline{ك د}$ معلومة. ونسبة
سطح $\overline{ج ب}$ في $\overline{ك د}$ إلى سطح $\overline{هـ ك}$ في $\overline{ك د}$ معلومة لأنها كنسبة $\overline{ب ج}$ إلى
 $\overline{هـ ك}$ ، فنسبة مربع $\overline{هـ د}$ إلى سطح $\overline{هـ ك}$ في $\overline{ك د}$ معلومة، فخط $\overline{ك د}$ معلوم؛
وذلك ما أردنا أن نبين.

وكتنا قد أحلنا أيضاً في برهان شكلين من هذا الكتاب على كتابنا: في
10 إخراج الخططين من نقطة على زاوية معلومة. فلندكرهما وهما شكلان،
أحدهما:

إذا كانت نقطة $\overline{أ}$ معلومة ومحيط دائرة $\overline{ب ج}$ معلوم الوضع؛ ونريد أن
نخرج من نقطة $\overline{أ}$ خطين مستقيمين، وليكونا $\overline{أ ب}$ $\overline{أ ج}$ ، حتى يكون زاوية
281 $\overline{ب أ ج}$ / معلومة ونسبة $\overline{ب أ}$ إلى $\overline{أ ج}$ معلومة.

15 فعلى التحليل يُنزل أن زاوية $\overline{ب أ ج}$ معلومة «الوضع» ونسبة $\overline{ب أ}$ إلى
 $\overline{أ ج}$ معلومة؛ فنصل خطي $\overline{ب ج}$ $\overline{ج د}$. فثلث $\overline{أ ب ج}$ معلوم الصورة،
فزاوية $\overline{أ ب ج}$ معلومة، فزاوية $\overline{ج ب د}$ معلومة، فخط $\overline{ج د}$ معلوم القدر،
فبربعه معلوم. وأيضاً لأن نسبة $\overline{ب أ}$ إلى $\overline{أ ج}$ معلومة، وهي كنسبة سطح $\overline{أ ب}$
في $\overline{أ د}$ إلى سطح $\overline{ج أ}$ في $\overline{أ د}$ ، لكن سطح $\overline{ب أ}$ في $\overline{أ د}$ معلومة، فسطح $\overline{ج أ}$
20 في $\overline{أ د}$ معلوم، فنسبة سطح $\overline{ج أ}$ في $\overline{أ د}$ إلى مربع $\overline{ج د}$ معلومة. وزاوية $\overline{د أ ج}$
معلومة، فثلث $\overline{ج أ د}$ معلوم الصورة، فنسبة $\overline{د ج}$ - المعلوم القدر - إلى $\overline{ج أ}$

6 $\overline{ب ج}$: $\overline{هـ ك}$: $\overline{ك د}$: $\overline{ب ج}$ / فخط : نسبة / معلوم : معلومة - 12 معلوم : معلومة، وهي أيضاً جائزة على
تقدير الدائرة - 13 وليكونا : ولكن - 17 $\overline{ج ب}$: $\overline{د ج}$.

تمّ الكتاب في عمل الأسطرلاب بالهندسة
والحمد لله ربّ العالمين وصلى الله على سيدنا محمد وآله.

ملاحظات إضافية(*)

[١، ٦] عندما خلف أبو كاليبجار أباه عضد الدولة الذي كان أحد أقوى ملوك البويهيين، كرمه القادة العسكريون والأمراء بلقب صمصام الدولة. [انظر: أبو الحسن علي بن محمد بن الأثير، الكامل في التاريخ، تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ، ١٢ ج (لندن: بريل، ١٨٥١ - ١٨٧٦)، ج ٩، ص ٢٢]. هذا اللقب، ككثير غيره من الألقاب الإسلامية الممنوحة للملوك [انظر: أبو العباس أحمد بن علي القلقشندي، صبح الأعشى في صناعة الانشا (القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣)، مج ٦، ص ٥٥ - ٥٦] يعني «سيف الدولة» لأن كلمة صمصام تعني السيف الصلب. ومن ناحية أخرى، فلقد منحه الخليفة العباسي الطائع الذي كان ما يزال يتمتع بالسلطة الشرعية دون الحكم الفعلي، لقب «شمس الملة» أو «شمس الإسلام». وهذا أيضاً أحد الألقاب الإسلامية المركبة. [انظر القلقشندي، المصدر نفسه].

[٣، ٤] «هدفان». ينتمي هذا التعبير إلى مصطلح الاسطرلاب. تُركَّب على ظهره «العِصادة» وهي مسطرة مستطيلة رفيعة بالأخرى ذات عرض مساوٍ لقطر الآلة تقريباً. تتحرك هذه المسطرة انطلاقاً من مركزها المطابق لمركز الاسطرلاب؛ طرفاها مستدقا الرأس وقد تُبَتَّ فيهما «هدفان» أي صفيحتان صغيرتان متعامدتان مع المسطرة وعلى المسافة نفسها من المركز، وهما مثقوبتان بحيث إن الأشعة تمر فيهما من واحدة إلى أخرى لتدقيق الرؤية. وهكذا يستعمل الاسطرلاب كأداة للرصد. [انظر: National Museum of American History (U.S.), *Planispheric Astrolabes from the National Museum of American History*, Smithsonian

(*) يرمز الرقمان داخل المعقوفين إلى: الأول رقم الصفحة بحسب الأرقام العربية، والثاني رقم السطر في الفصل الخامس: التصوير واللاحق.

يعطي هذا المجموع فعلاً نصفياً الدائرتين المذكورتين إذا كان GH و II قطرين.

[١٦، ١٧] يجب اعتبار النقطتين B و F منفصلتين، وفي الجهة نفسها بالنسبة إلى AC، عندها تكون المساواة $AF = AB$ إذاً مستحيلة لأنها تقود إلى $CF = CB$ وبالتالي تكون النقطتان B و F منطبقتين وهذا مناقض للفرضية.

[٢١، الشكل رقم (٨)] لقد رسم الناسخ خطأً (الشكل رقم ٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) ووضعه في الورقة ٤، قبل أن يشطبه، كاتباً فوق الشكل المطلوب بأن الحدث كان سهواً. لكنه بدلاً من أن يرسمه مجدداً ويضعه في الورقة ٤، فقد رسم شكلاً لا يطابق النص بالكامل ووضعه في الورقة ٥، وجعله بذلك يسبق (الشكل رقم ٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). نشير إلى أن هذه الورقة لا تحوي سوى شكل واحد. لقد صححناه لينسجم مع النص وبهذا حصلنا على الشكل الرئيس. لقد أضفنا الشكل المساعد لإيضاح البرهان بالخلف مع B_j داخل السطح BX، أي $CB_j < CB_e$.

[٢٠، ١٤] ... أصغر منه وبالفعل إذا كانت B_d بين C و B_e يكون معنا:

$$AB_d + CB_d < AB_e + CB_e.$$

[٢١، ٧] نفترض أن B_f خارج السطح المحدد بـ ACB_dO' (انظر الشكل رقم ٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). بالإشارة إلى المستقيم $I'B_f$ هو وسيط المقطع AB_g ، تكون معنا إذاً المعادلة $B_fB_g = B_fA$.

$$AB_f + CB_f = B_fB_g + CB_f \quad \text{وبالتالي:}$$

ولكن بما أن B_f موجودة بين I' و B_j لذلك فهي داخل المثلث $CI'B_g$ ، إذاً يكون معنا:

$$B_fB_g + B_fC < I'B_g + I'C.$$

وأيضاً:

$$(I) \quad B_fB_g + B_fC < I'A + I'C.$$

يلتقي المستقيم CB_f المنحني في B_k التي هي بين C و B_f وبذلك نحصل على:

$$B_fC + B_fA > B_kC + B_kA,$$

وبالتالي :

$$(2) \quad B_1 B_2 + CB_1 > I'A + I'C.$$

لكن المتباينتين (1) و (2) هما متعارضتان.

[٢٢، ٨] يبين هذا - كما في حالة مجسم القطع المكافئ - إنه درس المستوي المماس لسطح مجسم القطع الناقص، والذي يشكل جزءاً من الدراسة النظرية للقطع الناقص ولمجسمه أيضاً. لقد فقد هذا الجزء من النص بحيث لا يرقى إليه الشكل بوجوده كما أشرنا سابقاً. (مقابلته مع دراسته للقطع الزائد ولمجسم القطع الزائد).

[٢٣، ٢ - ٣] «لأنهما إن لقياه على غيرها فسيلقيان رسم غ با على غير نقطة ظ...» كان أكثر دقة كتاباً «لأنه إذا لقيه واحد منهما اظ مثلاً على غيرها فسيلقي رسم غ با على غير نقطة ظ...» وبالتالي تصحيح المتن.

[٢٣، ٣ - ٤] «فلأن نقطتي ظ بل». إذا B_1 (انظر الشكل رقم (١٠) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) موجودة بين A و I' يكون معنا:

$$AB_1 + CB_1 < I'A + I'C$$

وإذا كانت النقطة I' بين A و B_1 يكون معنا:

$$AB_1 + CB_1 > I'A + I'C$$

وفي هاتين الحالتين، تكون المساواة مستحيلة.

[٢٣، ٧ - ٨] فالدراسة التي سبق أن أجراها ابن سهل على الانعكاس أثناء درسه النظري للقطع الناقص - والتي فقدت - جعلته ينهي هنا بسرعة.

[٢٣، ١١] «البُور أو البُلُور» هذا التعبير العربي هو نقل عن $\beta\alpha\beta\rho\alpha\delta\alpha\varsigma$ مع تبديل واضح للحرفين ρ و λ ؛ يدل إذاً التعبير اليوناني على الزمرد الريحاني الشفاف أو الزمرد المصري (béryl). والمقصود هو البلور الصخري الشفاف (الصوّان) ذو قرينة الانكسار $1,544 < n < 1,553$ وذو الثقل النوعي 2,65 والتركيب الكيميائي SiO_2 [انظر الجداول المثبتة من حسن وخفاجي في: شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف التيفاشي، أزهار الأفكار في جواهر الاحجار، تحقيق م. ي. حسن وم. ب. خفاجي (القاهرة: [د.ن.]، ١٩٧٧)].

نستعيد هنا أوصاف هذا البلور بلغة معدنية عربية إذ لا نحفظ إلا أقوال البيروني، خليفة ابن سهل ومعاصر ابن الهيثم والتيفاشي حيث أعطى تركباً متأخراً قليلاً.

وبالفعل فقد خصص البيروني صفحات عدة في الجماهر في معرفة الجواهر (ص ١٨١-١٨٩) لهذا البلور ولاستعمالاته وخواصه. فالمقصود، بحسب البيروني، هو المَهْمَا أو المِهْمَا أي من مادة مركبة، كما يدل الاسم العربي نفسه، من عنصري الحياة: الماء والهواء. وكهذين العنصرين تكون هذه المادة شفاقة ولا لون لها. ويذكر البيروني عندئذ شعراء من ذلك العصر كالبحثري والصاحب بن عباد... تغنو بصفاء البلور الصخري وبشفافيته. كما يشير أيضاً إلى صناعة حرفية مزدهرة وذات قيمة للبلور الصخري هذا في البصرة في ذلك العصر. كان هذا الحدث ذا أهمية كبرى بالنسبة إلى ابن سهل وابن الهيثم حيث انتقلا في وقت من الأوقات إلى البصرة أو بغداد.

يركز عالم المعادن التيفاشي (١١٨٤-١٢٥٣) من بين خواص هذا البلور على منفعته: «إنه يستقبل به الشمس ثم ينظر إلى موضع الشعاع الذي خرج من الحجر فيستقبل به خرقه سوداء فتحترق». [انظر: ٢٠٣، مصححة عن: أبو العباس أحمد بن يوسف التيفاشي، الاحجار الملوكية، استانبول، حسن حسنو باشا، ٦٠٠ (القاهرة: دار الكتب، مجموعة طبيعيات، تيمور ٩١)، ورقة ٩٢].

شهادة التيفاشي هذه تجعل من وجود العدسة المستوية المحدبة أمراً ممكناً من البلور الصخري في ذلك العصر. مع هذا تنقصنا بعض المعطيات الأثرية كي نثبت بشكل أكيد هذا الافتراض.

تبدو، مع ذلك، نصوص أخرى وكأنها تثبت هذا التخمين. زد على ذلك أن احداها يظهر أن أصحاب الإرصاء أنفسهم استعملوا عدسات مماثلة في ملحوظاتهم: وهكذا فإن تقي الدين بن المعروف كان قد كتب في نهاية كتابه في المناظر بعنوان: كتاب نور حدقات الأبصار ونور حدقات الأنظار والذي أنهاه سنة ٩٨٢ هجرية (١٥٧٤م) ما يلي: «ومن ههنا، استقام لنا أن نعمل بلورة نرى بها الأشياء التي تحتفي من البعد كأدق الأهلة وقلوع المراكب الكائنة في أبعاد مسرفة ولا يدركها الطرف بأحد الأبصار كالتي عملها حكماء اليونان ووضعوها في منارة الاسكندرية؛ وإن من الله تعالى بفسحة في العمر، ألّفت رسالة <في>

عملها وطريقة الإبصار بها، إن شاء الله تعالى^١.

انظر: تقي الدين بن المعروف، كتاب نور حدقات الأبصار ونور حدقات الأنظار (اوكسفورد، مكتبة بودلين، مارش ١١٩)، ورقة ٨٣^٢.

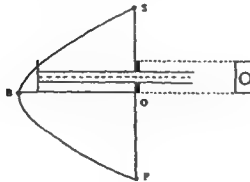
[٢٥، ٥] فللقطع الزائد المحدد هكذا البورتان A و L. انظر: أبولونيوس، المخروطات، المقالة الثالثة، القصبتين ٤٥ و ٥١.

[٢٥، ٩] فالهدفان هما، كما أشرنا سابقاً، في مستويين عموديين على محور مجسم القطع الزائد. أحدهما مثقوب بثقب محدد بدائرة، وعلى الثاني رُسمت دائرة مساوية للدائرة الأولى، أما خط مركزيهما فهو مواز لمحور مجسم القطع الزائد الذي يعطي منحنى الشمس. فإذا اجتازت الأشعة الثقب، فإنها تطبع بقعة مضيئة تغطي تماماً دائرة الصفيحة الثانية.

يجب إذا الافتراض ان هذه الأشعة لم تتلق أي انكسار، في حين أن المسار بين الدائرتين هو كله في الهواء أو كله في البلور. تستبعد بقية النص الفرضية الأولى؛ يبقى إذا أن نتخيل ان الهدف الأول هو على السطح المستوي O وان الهدف الثاني موجود في البلور بجوار B.

الشكل رقم (٢)

هدف على مجسم القطع الزائد



[٢٥، ١٢] اعتبر. يستعمل هنا ابن سهل، كما سيأتي لاحقاً وبالمفهوم نفسه -[٣٩، ٤] و[٥٠، ٣]- الفعل اعتبر بمعنى اختبر أو جَرَّب. إن أهمية هذا الفعل

في المصطلح البصري عند ابن الهيثم لاحقاً، وكذلك هذه الترجمة^(١)، وإن أعطت المعنى الذي يقصده المؤلف، فهي ليست حرفية، ولهذا السبب فإنهما يستدعيان تفسيراً.

إن المعاجم العربية، كتلك التي هي لابن فارس، وابن سيدي، وابن منظور، والزاهدي وكي لا نسمي إلا البعض منهم بين القرنين العاشر والثامن عشر تتوافق جميعها مع أدب ما قبل الإسلام ومع الاستعمال القرآني على أن الجذر «عبر» يدل على الانتقال من شيء ما إلى غيره، كما يحتوي الفعل اعتبر من بين معانيه العديدة: تفحص شيئاً أو تفحص عملاً لكي نستنتج خلاصة ما، أو نستدل على معنى مجهول أساساً. وبشكل عام فاسم الفعل «اعتبار» كما نقرأه في معجم أبي البقاء - الكليات - ما معناه^(٢): «هو تفحص الأشياء ودالاتها لاستقراء الكامن من المنظور». فهذا التعبير، يقول أبو البقاء نفسه، له معنى الامتحان. [انظر: أبو البقاء، الكليات، تحقيق أ. درويش وم. المصري، ٥ ج (دمشق: [د. ن.]، ١٩٧٤)، ج ١، ص ٢٣٥]. نشير بالمقابل إلى أن المعاجم [انظر: الطحناوي، كشاف اصطلاحات الفنون، تحقيق مولوي محمد وجيه، عبد الحق وغلام قادر، ٢ ج (كالكوته: [د. ن.]، ١٨٦٢)، ج ٢، ص ٩٥٩ مثلاً] تعطي معاني كثيرة لهذه الكلمة ولاستعمالات شتى في الفلسفة، وفي القضاء، وفي السيرة النبوية الشريفة... الخ.، حيث إن بعضها يقترب، ولو من بعيد، من معنى الاستنتاج عن طريق الملاحظات أو عن طريق الأحكام الصادرة سابقاً. ومن دون إطالة هذا العرض بشواهد من مصادر أدبية ومعجمية، نقول بأن التفحص الذي نستطيع إجراءه يدل على معنى عام، بما فيه الكفاية، لقبول قرارات عدة. فاستعمال ابن سهل كلمة «اعتبار» هو في المقابل، أدق من ذلك بكثير. فهو يستعمله بمفهوم التجربة والاختبار في البصريات. وبالفعل، بعد أن نحت قطعة من البلور الصخري الشفاف والمتجانس ذات سطح مستو لإقرار قانون سنيلليوس، ونكي يحدد بذلك قرينة الانكسار، يعود إلى استعمال هذا الفعل في المناسبتين الأوليين إلى العدسة المستوية المحدبة، وفي المناسبة الثالثة إلى العدسة محدبة الوجهين، ويفرض كل مرة بأن تكون العدسة المستعملة منحوتة من المادة نفسها التي استعملت أثناء

(١) يقصد المؤلف الدكتور رشدي راشد هنا الترجمة من العربية إلى الفرنسية (الترجم).

(٢) تُرجمت هذه الجملة عن الفرنسية (الترجم).

التجربة المخصصة لتحديد قرينة الانكسار - «من نفس الجوهر الذي اعتبرنا به...». ومن الجلي أن ابن سهل استعمل هنا فعل «اعتبر» بمعنى جَرَبَ أو اختبر أي في المناسبات التي يبدو فيها هذا الاستعمال ضرورياً لا غنى عنه. ولسوء الحظ لم تصلنا نصوص أخرى لهذا المؤلف والتي تسمح لنا من ناحية أولى بمعرفة ما إذا كان القصد تعبيراً تقنياً واستعمالاً شائعاً أم لا، ومن ناحية أخرى أي دور كان ابن سهل يعطي لهذه التجربة في منهجيته العلمية. أما في رسالته الثانية، حول الفلك، وكما نعلم، لم يلجأ إلى أية تجربة؛ وتكمن أهمية هذه التساؤلات في فهم الأفكار التي تركز عليها الطريقة العلمية، ليس فقط أفكار ابن سهل بل أفكار خليفته ابن الهيثم أيضاً، والذي استعمل بكثرة هذا التعبير حيث أعطاه معاني عديدة ومن بينها معناه التقني.

وبالفعل، فمنذ نصف قرن مضى، أشار مصطفى نظيف إلى أن الفعل «اعتبر» مع مشتقاته المختلفة تنتمي في الواقع إلى مصطلح البصريات التقني لابن الهيثم. وأبدى فيدمان (Wiedemann)، وبشكل مستقل، ملاحظة مشابهة، كما أن كثيرين من المؤلفين الآخرين لفتوا النظر إلى الترجمة اللاتينية للعبارات التالية: اعتبر (experiri)، اعتبار (experimentatio)، معتبر (experimentator). ولنز ما كتبه مصطفى نظيف: «تجب الإشارة إلى أن ابن الهيثم استعمل تعبيراً خاصاً عبّر فيه عن معنى التجربة [experiment]، مذكورة بالانكليزية في النص] بحسب المصطلح الحديث. لقد أشار إليها بكلمة «الاعتبار». وسمى الشخص الذي يجري التجربة: «المعتبر». وقال عن الشيء المطابق للحقيقة: الصادر عن التجربة «الاثبات الاعتبار» كي يميزه عن الإثبات بالقياس. إضافة إلى ذلك فقد تبين «للاعتبار» مهمتين في البحث العلمي؛ الأولى هي استقراء القواعد والقوانين العامة، والثانية هي التحقق من أن النتائج المستنتجة هي صحيحة»^(٣). [انظر: مصطفى نظيف، «الحسن بن الهيثم والنهاية العلمية منه وأثره المطبوع على علم الدواء»، محاضرة أقيمت في ١٢ نيسان/ أبريل ١٩٣٩، ص ١٤]. ثم يعيد مصطفى نظيف تفسيره هذا بتعابير مشابهة لهذه التعابير بعد بضع سنين. [انظر: مصطفى نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣)، ص ٤٣ - ٤٨]. لقد قُبلت تأكيدات مصطفى نظيف من قبل دارسي تاريخ ابن

(٣) أعدت صياغة هذه الفقرة إلى العربية عن الفرنسية (الترجم).

الهيثم كما هي أو مع بعض التعديلات تبعاً للحالة. [انظر: Saleh Beshara Omar, *Ibn al-Haytham's Optics* (Chicago: Bibliotheca Islamica, 1977); Rushdi Rashid: «Optique géométrique et doctrine Optique chez Ibn al-Haytham.» *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, no. 4 (1970), et «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'Alhazen.» dans: *Roemer et la vitesse de la lumière* (Paris: Ed. R. Taton, 1978); Matthias Schramm, *Ibn al-Haythams Weg zur Physik*, Boethius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd.1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), and A. I. Sabra, «The Astronomical Origin of Ibn al-Haytham's Concept of Experiment.» papier présenté à: *Actes du congrès international d'histoire des sciences, Paris, 1968* (Paris: [s. n.], 1971).]

فمصطلح ابن الهيثم التقني بديهي لدرجة أن أحداً لا يستطيع الاعتراض عليه. يأتي إثبات إضافي من القرنين الثاني عشر والثالث عشر، أي من مترجم كتاب المناظر إلى اللاتينية ومن شارحه في نهاية القرن الثالث عشر، كمال الدين الفارسي. لقد وجد الأول بدوره مصطلحاً آخر كي يعبر عن هذه التعابير: *experire, experimentator, experimentare, experimentatio*,... بينما استعمل الثاني وبكثرة هذا التعبير وطوّع معناه التقني باستعمال منهجي. لكن هذا المصطلح لم يخص للاستعمالات التقنية فقط عند ابن الهيثم وكذلك عند كمال الدين الفارسي، بل اشتمل على مداليل أخرى للمعنى الشائع. وباختصار، فقد أبرز هذا المصطلح التقني مسألتين متلازمتين، الأولى هي فقهية لغوية، والأخرى منطقية، ومن الضرورة تفحصهما، باقتضاب على الأقل، لكي نفهم بشكل أفضل المعاني التي يعلقها باصطلاحاته.

لقد بيّنا في: Rashid, «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'Alhazen.» بصريات ابن الهيثم والفارسي جملة من المعاني المتعلقة بطبيعة العلاقات بين الهندسة والفيزياء، أي بحسب قدرة تطابق المعلومات الفيزيائية مع الرياضيات. وهكذا يتغير معنى المصطلح في أعمال ابن الهيثم وخلفائه بتغير الموضوع، فمن البصريات الهندسية، إلى البصريات الفيزيائية، إلى البصريات الارصادية أو إلى نظرية الابصار. لقد استطعنا تبيان أن التجربة، في البصريات الهندسية، هي عبارة عن تركيب تجريبي معقد نوعاً ما ومخصص للمراقبة التقنية للإثباتات المجربة سابقاً على المستوى

اللغوي بواسطة الهندسة؛ أما في البصريات الفيزيائية التي يعترها الغموض والتباس دلالة الألفاظ للمفاهيم، فترى أن ابن الهيثم يعني بـ «التجربة» إرجاع هذه المفاهيم الناقصة والمشوهة، بواسطة الهندسة إلى الحقل التجريبي الذي يشكل وحده مكان وجودها؛ هذه هي مهمة النموذج الميكانيكي مثلاً لتفسير ظاهرة الانعكاس أو الانكسار؛ أو هدف التجارب المخصصة لبيان أن الألوان تنتشر مثل الضوء. بينما تغطي كلمة «تجربة» في نظرية الابصار، في الأساس مراقبة بسيطة. هذا التنوع في المعنى الذي يبدأ بالمراقبة البسيطة، ثم بالتجربة بمعنى المراقبة التجريبية، وحتى بمعنى إنتاج نموذج مختصر للظاهرة. كما حدث في ما بعد مع الفارسي لتفسير ظاهرة قوس قزح- هذا التنوع هو أساسي لفهم مصطلح العصر، حيث يجد منشأه في العلاقات بين الرياضيات ونظرية الحدث. فإذا أردنا إذاً التخلص من الوهم الفيلولوجي، الذي يرى في دوام الاصطلاحات رسوخاً واستمراراً للمعنى، فيجب علينا التيقظ الشديد إلى تركيب هذه الاصطلاحات وإلى تحولاتها.

نتساءل بادئ ذي بدء هل سبق لهذه الاصطلاحات، أو للرئيسة منها على الأقل، أن استعملت ليس فقط قبل ابن الهيثم، ولكن قبل ابن سهل في البصريات أولاً ثم في بقية العلوم التي اتخذت طابعاً رياضياً واستطاعت أن تشكل مصدراً لابن سهل؟ في الحالة هذه، وباعتراف ابن سهل نفسه، نعرف بأنه قد أطلع على الترجمة العربية لكتابات بعض علماء الانعكاس القدماء، والذين لم يسمهم، كما أطلع على المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس. لذلك أصبح من الجائز الافتراض أنه كان على علم مسبق بأعمال أسلافه العرب في البصريات.

إن تفحص أعمال الانعكاسيين اليونان والتي ترجمت إلى العربية، أو التي عُرفت بطريقة غير مباشرة من الانعكاسيين العرب -إقليدس، ديوقليس، هارون، ثايون، أنثيميوس التراقي، ديديم وآخر يُدعى «دترموس»... - يظهر لنا أن الاصطلاح كان غائباً، حتى في الأماكن التي نترقب وجوده فيها. فمثلاً في مقدمة كتاب ثايون الاسكندري تنقيح المناظر فقد كتب: «تُلاحظ جميع هذه الأحداث بالشكل الأكثر وضوحاً في الظروف الاصطناعية $\epsilon\kappa\phi\alpha\upsilon\sigma\epsilon\tau\alpha\tau\alpha$...» [٧/٤٧]. يرجع ثايون هنا إلى الظواهر المراقبة كالظلال أو التي جرت عليها التجربة كالضوء الساقط من خلال شق، كي يتحقق من الانتشار المستقيم. فلم يذكر أي اصطلاح خاص يعبر به عن هذه التجربة؛ كذلك فإن الانعكاسيين وعندما فكروا بصنع المرايا المحرقة انطلاقاً من النماذج المدروسة هندسياً، لم يستعملوا اصطلاحاً خاصاً

عند شروعههم بعملية الإحراق، أي عندما كانوا يشرون بالتجربة. إن تفحص النصوص اليونانية التي بقيت أو الترجمة العربية للبعض منها يثبت غياب هذا الاصطلاح. فلا يحق لابن سهل أن يستعير من مجموعة النصوص الانعكاسية هذه اصطلاح «التجربة» هذا.

لنعود إذاً إلى كتابات أسلافه العرب. إن ضياع النص العربي الأصلي لكتاب المناظر (*De aspectibus*) للكندي يحرمنا من مصدر مهم غني بالمفردات. لكن تفحص الترجمة اللاتينية لهذا الكتاب لا يوحي أبداً بوجود اصطلاح مماثل لهذا في النص العربي. حتى في المكان الذي يعيد فيه تجربة ثايون الاسكندري المذكورة آنفاً فإنه لم يستعمل هذا الاصطلاح. كما أن بقية كتابات الكندي العربية التي سلمت وبصورة خاصة كتابه المرايا المحرقة لم تحتو على اصطلاحات مماثلة أيضاً.

واستناداً إلى لغة بصريات القرن التاسع فإننا نجد أنفسنا أمام مفردات لغة مختلفة كل الاختلاف عن هذه الأخيرة، ومن المحتمل جداً أن تكون مستعارة من لغة ترجمات كتب علم النجوم، ككتاب المجسطي (*Almageste*) مثلاً لبطليموس ومن لغة أصحاب الارصاد العرب. وبالفعل ففي رسالة لم تُدرس قط حتى الآن وعنوانها: «في علل ما يعرض في المرايا»، [انظر: قسطا بن لوقا، كتاب في علل ما يعرض في المرايا المحرقة من اختلاف المناظر (مشهد، اسطان قدس، ٣٩٢)، ورقة ٧]، فقد استعمل قسطا بن لوقا، معاصر الكندي، ولمرات عدة الاصطلاحين «امتحن» و«محنة» كي يحقق بالتجربة المبنية على الملاحظة والاختبار بعض المعلومات الانعكاسية. وهكذا لمعرفة ما إذا كانت المرأة مستوية تماماً، فأول امتحان يقضي بملاحظة شكل الجسم الذي يجب أن يبقى من دون تغيير إذا ما تغيرت المسافة بين المرأة والجسم؛ أما الامتحان الثاني فهو تفحص كيفية ارتداد أشعة الشمس على المرأة. وفي هذا المثل كما في الكثير من أمثاله المطبقة ليس فقط على المرأة المستوية بل وأيضاً على المرأتين المقعرة والمحدبة، يشير الفعل «امتحن» والاسم «محنة» إلى نوع من التحقق والمراقبة بالحواس لحقيقة المعلومات. إذاً استعمل هذان الاصطلاحان في ذلك العصر وبهذا المعنى في المفاهيم المتغيرة جداً، كما تشهد على ذلك كتابة ثابت بن قرة في: الرسالة المشوقة إلى العلوم (طهران، مالك، ٦١٨٨)، ورقة ٧ وما بعدها.

ويقودنا استقصاؤنا، الذي لم نذكر منه سوى بعض الدلائل، إلى الاستنتاج انطلاقاً من النصوص الانعكاسية التي وصلتنا، بأن المصطلحين «الاعتبار» و«الامتحان» لا يدلان على الشيء نفسه، ومن ناحية أخرى لم يُعرف الاعتبار لا في المدارس الانعكاسية اليونانية أو العربية حتى أوائل القرن العاشر، نضيف إلى ذلك أن هذا الغياب هو مثبت في أعمال علماء الانعكاس في القرن العاشر مثل عطار د [Rushdi Rashid, Dioclès, Anthémios de Tralles, Didyme et al.: *Sur les miroirs ardents*] ومصنف النخب أحمد بن عيسى في كتاب المناظر والمرايا المحرقة على مذهب اقليدس في علل البصر، ومن المحتمل جداً أن يكون من القرن العاشر لأنه يقتبس قضايا من رسالة الكندي حول المرايا المحرقة. استعمل أحمد بن عيسى مرة واحدة الاصطلاح «اعتبر» في معناه العام وليس في معناه التقني.

لنرجع الآن إلى كتاب المناظر لبطليموس. فالحالة هي دقيقة للغاية هنا، لأن هذا الكتاب قد وصلنا بترجمته اللاتينية المأخوذة عن العربية والمفقودة حتى الآن، كما أن الأصل اليوناني مفقود أيضاً. وهذا يعني أنه لا يوجد تحليل فيلولوجي يستطيع الزعم بالتوصل إلى نتائج أكيدة لأنه يفترض أن المترجم العربي أعطى اصطلاح بطليموس نفسه، وبدوره فقد تصرف المترجم اللاتيني بالشيء نفسه. وبعد الأخذ بهذا التحفظ، نشير أولاً إلى أنه في مقطع من المقالة الخامسة يذكرنا به ابن الهيثم نقراً: «ثم يقول [بطليموس] في آخر المقالة الخامسة: نصنع ثلاثة أوعية من الزجاج النقي والشفاف. شكل أحدها مكعب، وشكل الثاني أسطواني محدب، أما الثالث فسطحه أسطواني مقعر. ثم يقول [بطليموس]: نملؤها ماء، ونغمس فيها مساطر و«نعتبر» أشكالها»^(٤). [انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، الشكوك على بطليموس، تحقيق عبد الحميد صبره ونبيل الشهابي، ؛ تصدير إبراهيم مذكور (القاهرة: مطبعة دار الكتب، ١٩٧١)، ص ٦٩]. فمن البديهي أن تعني «اعتبر»: تفحص بالتجربة وهذا التفحص مرتبط بجهاز مصنع لهذه الغاية. ومن الجلي أن ابن الهيثم يلخص هنا نص بطليموس بتعابير من الترجمة العربية. فالمترجم اللاتيني يعيد بدوره الجملة، الأهمية ذاتها بالنسبة إلينا: «considerantes de Claudius Ptolemaeus, *L'Optique de Claude* diversitatibus formarum...» [انظر Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile, éd.

(٤) أعدت هذه الفقرة لابن الهيثم إلى العربية عن الفرنسية (المترجم).

par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'Université, bureaux [du recueil, 1956], p. 261. فإذا تُرجمت «اعتبر» (considérer) هنا، فلقد استعمل experimentum خمس مرات ليعبر عن المصدر «اعتبار»، مرة واحدة إبان دراسته عن الانعكاس، وأربع مرات عن الانكسار، فلهذه المناسبات الخمس معنى مشترك مع المناسبة التي أثارها استشهاد ابن الهيثم: ألا وهي التجربة التي تحصل بآلة مصممة لهذه الغاية.

وهكذا يكتب بطليموس في كتابه المناظر [٩١، ١٣]: «ولكن هذا يكون أكثر ظهوراً ووضوحاً للبصر، وما قلناه يظهر أكيداً بالتجربة [experimentum].» يصف هنا بطليموس جهازه التجريبي الشهير [٩٢] كي يحقق قوانين الانعكاس. ثم يكتب في [٢٢٧، ٢] «تحدث كمية الانكسار التي تحصل في الماء والمرئية بحسب هذه التجربة التي تتم بواسطة صفيحة من النحاس كنا قد أعدناها لنلاحظ الذي جرى للمرأيا». وهنا كما في [٢٣٢، ١] و[٢٣٦، ٦] أي الاختبار بواسطة الجهاز الشهير والمصمم لدراسة الانكسار. ويمكن القول إنه في جميع هذه المناسبات حيث يستدعي الاختبار استعمال الجهاز الشهير ذكر الاصطلاح، وإن أكثرية المناسبات مرتبطة بدراسة الانكسار.

ولكن ما هو الاصطلاح العربي الذي نقله المترجم -الأمير اوجين الصقلي- إلى اللاتينية وعبر عنه بكلمة experimentum؟ التخمين الأكثر احتمالاً هو كلمة «اعتبار» أولاً لأن هذه الكلمة تنتمي إلى مفردات لغة الترجمة وقد شهد بذلك، كما يبدو، ابن الهيثم في استشهاد؛ ثم بسبب استعمال العصر: فقد لجأ المترجم اللاتيني لكتاب المناظر لابن الهيثم إلى هذا المصطلح للدلالة على الكلمات العربية؛ وأخيراً بسبب ملاءمة المعنى بين experiri وبين ما ترمي إليه الكلمة العربية. ومهما يكن، فإذا صح هذا التخمين، يكون التاريخ قد سار بحسب البيانة التالية: يكون ابن سهل قد استعار الاصطلاح من كتاب المناظر لبطليموس في المعنى الذي أورده هذا الكتاب أي مرتبطاً باستعمال جهاز (organon) الذي باستطاعته تجديد إحداث، أو على الأقل تجزيء ظاهرة الانتشار الضوئي للتحقق من عمله والمعروف قبلاً بواسطة الهندسة. فقد لجأ ابن سهل إلى هذا المصطلح كما فعل بطليموس أيضاً في هذا الوضع، وهذا ما يفسر كثرة استعماله في الانكساريات. فابن الهيثم المطلع على أعمال بطليموس وابن سهل استعار هو أيضاً هذا المصطلح ليصف هذه

الأوضاع ونظراءها. لكن بما أن التجربة تدخل في إصلاحه كمعيار أو كجزء من نظرية الإثبات، فلقد أدخلها في مختلف القطاعات البصرية - الفيزيائية والارصادية ونظرية الإحصار... أي هنالك، حيث تكون العلاقات بين الرياضيات ونظرية الظواهر لم ترقَ بعد إلى مستوى البصرييات الهندسية، فلقد أكثر من معاني هذا الاصطلاح نظراً إلى هذه العلاقات في مختلف الميادين البصرية، ولهذا فاصطلاح «اعتبار» يعني تجربة بالمعنى الحقيقي كما يعني تجربة فكرية أو ملحوظة مباشرة تثبت القاعدة. ونفهم عندئذ لماذا أصبح هذا المصطلح ذا استعمال كبير أكثر بكثير من استعمال أسلافه له. كما نفهم أيضاً غياب هذا المصطلح قبل الترجمة العربية لكتاب المناظر لبطليموس. فلم نَرِ لا الكندي ولا قسطابن لوقا قد استعملاه قط من قبل.

[٢٨، ١٥] يظهر هذا المقطع أن ابن سهل يعرف تكافؤ تحديدي القطع الزائد، بالقطر والضلع القائم من جهة وبخاصة ذات البؤرتين من جهة أخرى، وكذلك خاصة المماس التي لا يلحظ أي ضرورة لبرهنتها.

[٣١، ٢] يأخذ ابن سهل معطية أن النقاط A, K, B, L هي على خط مستقيم محققة $BL = BK$ وأن AK/AB تساوي عكس قرينة انكسار البلور.

[٣١، ٦] وهكذا تحقق النقطة N المنشأة $NA - NL = AK$ حيث إن AK هو طول معطى. ومعنا أيضاً $BA - BL = AK$ ، فإذا N و B تنتمي إلى القطع الزائد ذي البؤرتين A و L وذى الرأس B.

[٣٤، ١٤] يفسر ابن سهل، في هذه الفقرة بأن الجزء متغير الشكل مثبت في النقطة P إلى الدائرة ذي المركز A والتي هي ثابتة، وفي النقطة T على المقطع UT المتصل بالمقطع LU، والنقطة L هي ثابتة أيضاً.

[٣٦، ٧] يثبت ابن سهل في هذا البرهان بالخلف أن الفرضيات الثلاث التالية هي متعارضة:

- تنتمي N إلى المنحني المسمى «الانتقال من B إلى N».

- تنتمي B_K إلى المنحني نفسه.

- NB_K متعامد مع AL.

[٣٦، ١٦] «خط ل بك بث»؛ كما في دراسة N، $LB_K B_V = UT$.

[٣٨، الشكل رقم (١٥)] رسم الناسخ الشكل رقم (١٥)، من دون أن يضع الأحرف، على الورقة ١٨ ط، ويستعيده على الورقة ١٩ ط.

[٤٠، ٢] «خط بك بخ». يفترض هذا أن B_K موجودة على القوس BN وأن B_W هي نقطة التقاطع بين المستقيم AB_K والدائرة (A, AK) ، يكون معنا عندئذ $LB_K = B_K B_W$ لأن $LB_K = AK$. $AB_K - LB_K = AK$.

[٤٠، ٤] انظر الصفحة ٣٦.

[٤٠، ٤] $AC_g - LC_g = AC_i = AK$ لأن A و L هما البؤرتان.

[٤٣، ٦] بالفعل، كون C_n على القوس BC_h ، يكون معنا $C_m C_n = LC_n$. لكن C_n هي بين C_m و C_k ، لذلك:

$$C_m C_n = C_m C_k - C_n C_k,$$

لكن:

$$AC_k = AC_m + C_m C_k < AC_i + C_k C_i,$$

لذلك:

$$C_m C_k < C_k C_i$$

وأيضاً:

$$C_m C_k < LC_k.$$

يكون معنا إذاً:

$$C_m C_n < LC_k \cdot C_n C_k,$$

ومعنا في المثلث $LC_k C_n$:

$$LC_k - C_n C_k < LC_n,$$

لذلك:

$$C_m C_n < LC_n.$$

[٤٥، ٢] وبالفعل $C_r C_s > LC_s$ وبحسب ما تقدم لذلك، يكون معنا:

$$C_r C_s + C_s C_t > LC_s + C_s C_t$$

$$C_1 C_2 > LC_1$$

[٥٣، ٧] أما بالنسبة إلى الترجمة العربية لكتاب المناظر لبطليموس أو لتاريخ إنجازها أو هوية المترجم فإننا نكاد لا نعرف شيئاً عنها. وفي الواقع كان قدر هذا الكتاب فريداً: فقد ضاع الأصل اليوناني، كما فقدت ترجمته العربية المنقولة عن اليونانية ولم يبق سوى الترجمة اللاتينية التي أنجزها الأمير اوجين الصقلي عن العربية في النصف الثاني من القرن الثاني عشر. وبحسب أقوال هذا الأمير فلقد حقق ترجمته مستعيناً بمخطوطتين عربيتين ينقصهما الفصل الأول ونهاية المقالة الخامسة والأخيرة من كتاب المناظر [Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, pp. 3 et 8]. أيسدت شهادات عربية أخرى كذلك التي لابن الهيثم تأكيدات الأمير اوجين هذه، ولم يدحض أحد هذه المزاعم في الواقع، فالتساؤل هنا عن سبب ضياع هذه الأجزاء من المخطوطة -أو المخطوطات- اليونانية التي وصلت إلى المترجم العربي. نعلم الآن عن هذا الأخير أنه عاش ما بين السنوات السبعين من القرنين التاسع والعاشر. كما يذكر ابن سهل كتاب المناظر هذا في كتابته ٩٨٣-٩٨٥ ميلادية؛ هذا التاريخ متأخر للذين يلمون بتاريخ حركة الترجمة للنصوص العلمية اليونانية. لكن تفحصاً لأعمال الكندي وابن لوqa البصرية من جهة أخرى، يبين عكس ما تأكد، [انظر: Al-Kindī, «Al-Kindi, Tideus und Pseudo-Euclid. Drei Optische Werke,» Herausgegeben und Erklärt von Axel A. Björnbo und Seb. Vogl, *Abhandlung zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (Leipzig, Berlin), vol. 26, no. 3 (1912), p. 70 sq. and Ptolemaeus, *Ibid.*, p. 29 de l'introduction]. بأنهما لم يعرفا كتاب المناظر لبطليموس. فتفحص معرفتهما في الانكسار يكفي لإثبات ذلك. ومن المحتمل أن تكون هذه الترجمات قد حصلت بين جيل الكندي وابن لوqa وجيل ابن سهل، إذاً خلال الفترة التي ذكرناها آنفاً. تبقى فترة الغموض هذه طويلة ولكننا لا نستطيع اختصارها الآن نظراً إلى امكانية معرفتنا المحدودة في هذا الموضوع.

لنعود الآن إلى ابن سهل. لقد عقد النية، كما يقول نفسه، على كتابة نوع من الشرح للمقالة الخامسة من كتاب المناظر لكي يجمع مساهماته المختلفة إبان

«تصفحه» هذا الكتاب. موضوع هذه الرسالة هو شفافية الفلك ويبدو أنه مرتبط بالمسائل المثارة في الفقرات من ٢٣ إلى ٣٠، مع الفارق أن ابن سهل يستبعد مسألة الابصار ولا يأتي على ذكر «الشعاع البصري» أبداً.

[٧٠، ٤] لقد حدد ثابت بن قرة في رسالته حول «قطوع الأسطوانة وسطحها الجانبي» الإسقاط الأسطواني- القضية ٧. أي الإسقاط الأسطواني لشكل مستوي على سطح مستوي مواز لهذا الشكل. لجأ ابن قرة إلى هذا الإسقاط في القضية ٨ من الرسالة المنوه عنها آنفاً ليبرهن أن القطوع المستوية لأسطوانة ما بواسطة مستويين متوازيين هي أشكال متساوية. في القضية ١٠ والتي أثارها ابن سهل في الصفحة ٧٢، والتي ترجمناها^(٥) - الصفحة ٧٠، الملاحظة ٥ - نجد إسقاطاً أسطوانياً لدائرة على مستوي غير مواز لمستوي الدائرة.

فإشارة ابن سهل لنص ثابت بن قرة هذا تثبت، من دون حاجة إلى شرح إضافي، تسلسل الأفكار. يبقى علينا أن نذكر أن القوي وابن سهل قد درسا بطريقة أكثر شمولية هذا الإسقاط الأسطواني ليس فقط للأشكال المستوية، بل وأيضاً للأشكال الفراغية، حتى وإن اقتصرنا دراستها على إسقاط خطوطها المرسومة على الكرة لمقتضيات الاسطربلاب.

[٧٠، ٣] يتفحص هنا القوي، كما يذكر ابن سهل، حالة الإسقاط التسطيحي وفيه إسقاط لكل نقطة من الدائرة ما عدا القطب. يعتبر ابن سهل هذه النتيجة معلومة. كما يعرفها، كما نعلم، الصاغاني معاصره. نشير أنه في حالة الاسطربلاب، يحول الإسقاط المخروطي الكرة S؛ ذات قطب معلوم، إلى مستواها الاستوائي؛ إذاً فهو إسقاط تسطيحي ذو قدرة $2R^2$ ، حيث R هو نصف قطر دائرة كبرى من S. لاحظنا في الفصل الثالث أن المؤلفين استعملوا في دراستهم هذه القضية ١، ٥ المتعلقة بالمخروطات (قطوع المخروط المستوية بمستويات مضاة للمتوازي). كما يبدو لنا التكلم هنا بلغة التعاكس (inversion) مغلوطة تاريخياً. وبالفعل فقد حصل المؤلفون على خاصيتين للتعاكس ونعني: ١ - إن إسقاط الدائرة هو دائرة إذا كان القطب خارج المستوي؛ ٢ - إذا كان القطب نقطة من مستوي الدائرة يكون إسقاط هذه الدائرة المستقيم الذي يشكل تلاقي هذا المستوي مع

(٥) يقصد المؤلف أنه ترجمها إلى الفرنسية (الترجم).

مستوي الإسقاط. لكنهم لم يعرفوا، بحسب ما نعلم، على الخاصة التالية: يحافظ التعاكس على قيم الزوايا ويصورة خاصة الزوايا القائمة.

[٧٥، ٩] يوضح بيان القوهي لهذه القضية [انظر الملحق رقم (٣)] بأن المقصود هو إنشاء الاسطرلاب لأفق محدد. أي أنه معلوم بخط عرضه. إذا ما علمنا الإسقاط A للنقطة معلومة P من الكرة التي تمثل الفلك، وقطب هذه الكرة B. فللنقطة P إذا إحداثيات معلومة. السم والارتفاع بالنسبة إلى هذا الأفق. فإشاء الاسطرلاب يرجع إلى تحديد مركزه. نستنتج من تحليل القوهي أنه إذا كانت B هي القطب، و A هي الإسقاط و G هي مركز الاسطرلاب، يكون المثلث ABG ذا شكل معلوم أي أنه محدد بتشابه ما. ينطلق ابن سهل عندئذ من دائرة ذات مركز E تمثل النقطة C عليها القطب وينشئ للأفق ذي خط العرض المعطي الإسقاط F للنقطة P₁ التي يكون لها إحداثيات P نفسها؛ عندها واستناداً إلى تحليل القوهي، يكون المثلث المنشئ CEF مشابهاً للمثلث ABG المطلوب. وهكذا نرى أن إنشاء مركز الاسطرلاب G هو مباشر.

[٧٧، ١٧] نكتب هذه القضية على الشكل التالي: لتكن التقطعتان C و D من المقطع AB، عتین النقطة K من المقطع CD، بحيث:

$$\frac{AK \cdot KD}{BK \cdot KC} = \frac{E}{F}, \text{ هي نسبة معلومة.}$$

فلتكن G وسط المقطع AD [انظر الشكل رقم (٨) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية]، و H وسط المقطع BC، نأخذ النقطة I على العمود في H على المستقيم AB بحيث:

$$\frac{DG^2}{CI^2} = \frac{E}{F},$$

$$\text{ونأخذ النقطة L على المستقيم GI بحيث: } \frac{CG^2}{CL^2} = \frac{E}{F}.$$

عندها نخرج المستقيم IK موازياً لـ CL. ولنبهرن أن K هي النقطة المطلوبة. يفترض الاستدلال أن النقاط الأربع موجودة على الترتيب التالي A، C، D و B؛ فإذا كانت K ∈ [CD]، K ∈ [AD] و K ∈ [BC] البرهان:

$$IK // CL \Rightarrow \frac{GK}{IK} = \frac{GC}{CL},$$

إذاً يكون معنا:

$$\frac{GK^2}{IK^2} = \frac{E}{F}.$$

لكن النقطة G هي في وسط المقطع AD ومعنا $K \in]AD[$ ، لذلك يكون معنا:

$$(1) KA \cdot KD + KG^2 = GD^2,$$

ومن ناحية ثانية، بما أن H هي في وسط BC وكما أن $K \in]BC[$ ، فيكون معنا:

$$(2) KB \cdot KC + KH^2 = HC^2.$$

لنضف HI^2 إلى طرفي المعادلة (2)، فنحصل على:

$$(3) KB \cdot KC + IK^2 = IC^2.$$

نستنتج من المعادلتين (1) و (3):

$$\frac{KA \cdot KD + KG^2}{KB \cdot KC + IK^2} = \frac{E}{F}.$$

لكنه معنا:

$$\frac{CK^2}{IK^2} = \frac{E}{F},$$

فإذاً يكون:

$$\frac{KA \cdot KD}{KB \cdot KC} = \frac{E}{F},$$

والنقطة K هي إذاً النقطة المطلوبة.

نشير إلى أن بيان القضية لا يحدد المواضع النسبية للنقطتين D و H من جهة، والنقطتين C و G من جهة أخرى.

تحدد النقطة I على العمود في النقطة H على المستقيم AB بالمعادلة:

$$\frac{DG^2}{CI^2} = \frac{E}{F}.$$

ولكي تكون النقطة I موجودة، يجب أن تتحقق المتباينة:

$$CI > CH;$$

$$DG = \frac{1}{2} AD \quad \text{ولكن}$$

$$CH = \frac{1}{2} BC \quad \text{وكذلك}$$

يجب إذاً:

$$AD^2 > \frac{E}{F} \cdot BC^2.$$

إذا وجدت I، بإمكاننا إنشاء النقطة L على CG، وموضعها مرتبط بـ $\frac{E}{F}$.

ليس الإنشاء، الذي أشار إليه ابن سهل، ممكناً دائماً. ومع ذلك، فللقضية دائماً حل وحيد إذا كانت النقاط الأربع بالترتيب التالي: A و C و D و B.

وبالفعل، إذا أخذنا النقطة A كأصل على المستقيم المعطى وإذا اعتبرنا القيم c و d و b و x على التوالي الفواصل للنقاط D و C و B و k. ولنفترض:

$$b > d > x > c > 0.$$

فيكون حل القضية هو حل للمعادلة التالية:

$$\frac{x(d-x)}{(b-x)(x-c)} = \frac{E}{F} \Leftrightarrow x^2(E-F) + x[Fd - E(b+c)] + Ebc = 0.$$

$$\text{فلنضع: } f(x) = x^2(E-F) + x[Fd - E(b+c)] + Ebc$$

يكون معنا إذاً:

$$f(c) = Fc(d-c) > 0$$

وكذلك:

$$f(d) = E(d-b)(d-c) < 0;$$

فيكون للمعادلة من الدرجة الثانية جذران، بحيث أحدهما يحقق $c < x < d$ وبذلك نستنتج أن للقضية إذاً حلاً واحداً دائماً.

[٧٩، ٥] تُكتب هذه المسألة بالشكل التالي: لتكن النقطة C (الشكل رقم

(٩) من النص الرابع، انظر ملحقات الأشكال الأجنبية) على المقطع المعطى AB،

المطلوب هو تحديد النقطة L على المقطع CB بحيث:

$$\frac{CA \cdot CL}{AL \cdot BL} = \frac{D}{E} \quad \text{هي نسبة معطية.}$$

لتكن النقطة K في وسط المقطع AB، ثم نحدد على التوالي النقطة G،
والمقطع H والنقطة I والنقطة L بالمعادلات التالية:

$$\frac{AC \cdot CG}{BK^2} = \frac{D}{E}, \quad \frac{AC}{KG} = \frac{D}{H}, \quad \frac{GI^2}{KI^2} = \frac{H + (E/4)}{E/4}, \quad IL = IK,$$

ولنبرهن أن L هي النقطة المطلوبة.

تبيّن العلاقة التي تحدد النقطة I أن $GI > IK$ ، إذاً تكون النقطة L بين G و I، ولذلك نستطيع أن نكتب:

$$GK \cdot GL + KI^2 = GI^2,$$

عندئذ يكون معنا:

$$\frac{GK \cdot GL + KI^2}{KI^2} = \frac{H + (E/4)}{E/4},$$

وبذلك نحصل على:

$$\frac{GK \cdot GL}{KI^2} = \frac{H}{E/4}$$

ونحصل أيضاً على:

$$\frac{GK \cdot GL}{KL^2} = \frac{H}{E}.$$

ولكن:

$$\frac{D}{H} = \frac{AC}{KG} = \frac{AC \cdot GL}{GK \cdot GL},$$

فإذاً، تكون المعادلة:

$$(1) \quad \frac{AC \cdot GL}{KL^2} = \frac{D}{E}.$$

معنا أن النقطة K هي في وسط المقطع AB، فإذا كانت L بين A و B،
يكون معنا إذاً:

$$AL \cdot BL + LK^2 = BK^2,$$

ونحصل على المعادلة:

$$(2) \quad \frac{D}{E} = \frac{AC \cdot CG}{AL \cdot BL + LK^2} = \frac{AC \cdot CL + AC \cdot GL}{AL \cdot BL + LK^2}.$$

نستخرج من المعادلتين (1) و (2):

$$\frac{AC \cdot CL}{AL \cdot BL} = \frac{D}{E},$$

تستجيب النقطة L إذا للمسألة المطروحة.

نلاحظ أولاً أن موضع النقطة G هو محدد بالطول CG الذي يرتبط بالنسبة $\frac{D}{E}$. بإمكاننا افتراض وجود النقطة G على امتداد المقطع AC، لكن إذا كانت المتباينة $CG < CB$ محققة، عندها يمكن للنقطة G أن تكون بين C و B، أما إذا كانت المتباينة $CG > CB$ فتكون G وراء النقطة B. وإذا افترضنا أن النقطة I بين النقطتين G و K، عندها تكون النقطة L بين G و I.

أخذ ابن سهل G بين C و B، عندها أضحت L على المقطع BC، وبذلك يتحقق البرهان والنقطة L تستجيب للمسألة.

لكن المؤلف لا يبرهن أبداً أن النقطة L، التي هي على المقطع GI، هي بالضرورة على المقطع BC.

نشير بالتالي إلى إنه يمكن حل هذه المسألة بمعادلة من الدرجة الثانية.

وبالفعل، فلنأخذ على نصف المستقيم Ax النقاط B، C و L ذات الفواصل الإيجابية على التوالي b، c و x والتي تحقق المتباينات: $0 < c < x < b$. لنفترض أن $\frac{D}{E} = K$ تكون بذلك معادلة المسألة المطروحة هي التالية:

$$\frac{c(x - c)}{x(b - x)} = K,$$

والتي تكتب بالشكل التالي:

$$Kx^2 + x(c - bK) - c^2 = f(x) = 0.$$



تعطي هذه المعادلة جذرين $x' < 0 < x''$. يجب على الجذر الموجب أن يحقق المتباينة $b > x' > c$ لذلك يجب إذا أن يكون معنا:

$$f(c) < 0 \Leftrightarrow Kc(c - b) < 0 \Leftrightarrow c < b,$$

$$f(b) > 0 \Leftrightarrow c(b - c) > 0 \Leftrightarrow b > c.$$

فهذان الشرطان هما محققان، وللمسألة حل دائماً.

[٣، ٨١] معطيات هذه المسألة هي: دائرة L، نقطة A خارج هذه الدائرة، زاوية $\angle DEM$ والنسبة $\frac{DE}{EM}$ [انظر الشكل رقم (١٠) من النص الرابع، انظر ملحق

الأشكال الأجنبية]. المطلوب هو إخراج مستقيمين من النقطة A يلاقيان الدائرة في B و C بحيث تكون الزاوية $\angle BAC$ تساوي الزاوية $\angle DEM$ و $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{EM}$.

لتكن النقطة G على امتداد ED، نعين على القوس الكفوء HIN للزاوية MDG على الدائرة، ثم ننشئ، على نصف المستوي HIN، وعلى HN قوساً كفوءاً للزاوية DEM.

لتكن K النقطة المشتركة لهذا القوس والدائرة (L, LA). يلقي المستقيم HK هذه الدائرة L على النقطة I. ثم نُخرج من L نصفي مستقيمين اللذين يلقيان الدائرة على النقطتين B و C بحيث إن:

$$\angle ALC = \angle KLN \text{ و } \angle ALB = \angle KLI.$$

حيث يكون معنا: $AL = KL$ ، $BL = IL$ و $\angle ALB = \angle KLI$ ويكون المثلثان ALB و KIN متساويين بالقياس، ولذلك يكون:

$$AB = KI \text{ و } \angle BAL = \angle IKL$$

كما نبرهن بالطريقة نفسها أن:

$$AC = KN \text{ و } \angle CAL = \angle NKL$$

ونستنتج من ذلك الزوايا التالية:

$$\angle BAC = \angle IKN = \angle MED.$$

ومن ناحية أخرى بما أن:

$$\angle NIK = \angle MDE \text{ ، لذلك نحصل على } \angle HIN = \angle MDG$$

لكن مساواة الزاويتين $\angle IKN = \angle MED$ تعطينا أن المثلثين KNI و EMD هما متشابهان، إذاً يكون معنا:

$$\frac{KI}{KN} = \frac{ED}{EM}.$$

لكن بما أن $AB = KI$ و $AC = KN$ ، إذاً نحصل على النسبة:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{EM}.$$

فإذا وُجدت النقطة K، يحدّد هذا الإنشاء النقطتين B و C اللتين تستجيبان للمسألة.

لتكن النقطة P نقطة التقاء وسيط المقطع HN والقوس الكفوء، يكون إذا:

إذا $LA > LP$ ، تكون النقطة K غير موجودة.

إذا $LA = LP$ ، عندها $K = p$ ؛ وللمسألة حل واحد.

إذا $LA < LP$ يكون للمسألة حلّان.

نشير إلى أن النقطة I، وهي نقطة التقاء المقطع HK بالدائرة ذات المركز L، بإمكانها أن تكون على أحد القوسين المفصولين بالمقطع HN، أو على النقطة H عندئذ يكون المستقيم KH، في هذه الحالة الأخيرة، مماساً للدائرة L. ويكون معنا في الحالات الثلاث $\angle KIN = \angle MDE$.

[٨٢، ١٥] معطيات هذه المسألة هي: الدائرة K والنقطة A خارج هذه الدائرة والزاوية $\angle DEM$ وطول G. المطلوب هو إخراج مستقيمين من A [الشكل رقم (١١)] من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية] واللذين يلقيان الدائرة على B و C حيث إن:

$$\angle BAC = \angle MEN \text{ و } BC = G.$$

لنخرج وتراً حيثما اتفق HI ذا طول G، ولننشئ على HI قوساً كفوءاً للزاوية MED. ولنخرج الدائرة (K, AK). ولتكن N، إذا وُجدت نقطة مشتركة لهذه الدائرة وللقوس الكفوء. وليكن المستقيمان KB و KC مخرجين من K بحيث إن $\angle AKB = \angle NKH$ و $\angle AKC = \angle NKI$.

عندها يكون المثلثان NHK و ABK متساويين بالطول، وكذلك المثلثان NIK و ACK من جهة، والمثلثان HKI و BKC من جهة أخرى. فإننا نستنتج من ذلك أن:

$$BC = HI = G \text{ و } \angle BAC = \angle HNI = \angle MED.$$

نشير إلى أن وسيط المقطع HI يقطع القوس الكفوء على النقطة N_1 .

فإذا كان معنا $AK > AN_1$ ، تكون المسألة من دون حل.

أما إذا كان معنا $AK = AN_1$ ، يكون المثلث HN_1I متساوي الضلعين وكذلك المثلث ABC والمحور هو AK .

وإذا كان معنا $AK < AN_1$ ، فعندها تلتقي الدائرة (K, AK) القوس الكفوء على نقطتين N و N' متناظرتين بالنسبة إلى وسيط المقطع KN_1 . وفي هذه الحالة يكون للمسألة حلان متناظران بالنسبة إلى AK .

[٨٣، ١٠] «صورة»، بالنسبة إلى معنى هذا المصطلح في كتاب المناظر لابن الهيثم [انظر: Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al- Haytham», pp. 278-280]

[٨٥، ١٠] «زاوية ك ه أ أصغر من زاوية ك ه ط». الانكسار الحاصل من الوسط الكثيف إلى الوسط اللطيف، يعطي بحسب ابن الهيثم $d < (i + d)/2$. إلا أن هذه الحالة ليست دائماً محققة [انظر: Rushdi Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique», *Revue d'histoire des sciences*, no. 21 (1968), p. 204]، فهذا البرهان غير صحيح دائماً مع أن الشرط $d < i/2$ هو محقق في حالة التجارب والأجهزة المستعملة. فقد تفحص مصطفى نظيف هذه الحالات المختلفة [انظر: نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ص ٧٤٤ - ٧٧٣].

[٩١، ٩] إذا كانت النقطة A مرئية والنقطة B هي العين، فالانكسار لا يحصل إلا في مستو قطري، كما في السابق.

يطبق ابن الهيثم مبدأ الرجوع المعاكس للضوء (العودة المتطابقة) ويستنتج منه أن لنقطتين معطيتين A و B ، تكون النقطة E وحيدة في الحالة الثانية كما في الأولى.

[٩٢، ١١] وبالفعل فالمقصود هو الحد الأقصى للنسبة i/d . إلا أن هذه النسبة هي دالة متناقصة مع i في المجال $[0, i'_0]$ ، i'_0 هي القيمة الحد لـ i [المصدر نفسه، ص ٢٠٣-٢٠٤]. عندما تكون i قريبة من الصفر، تكون النسبة i/d في حدها الأقصى. يكون معنا إذاً في هذه الحالة:

$$i \approx nr, \quad d = r - i \approx \frac{1}{n} i - i = i \left(-\frac{1}{n} - 1 \right) = i \cdot \frac{1-n}{n},$$

وعندما تميل $i \rightarrow 0$ ، $\frac{i}{d} \rightarrow \frac{n}{1-n}$ ، وهو حددا الأقصى.

إذا $n = \frac{2}{3}$ ، تكون القيمة القصوى لـ $\frac{i}{d}$ تساوي ٢، لذلك يجب أن تكون في هذه الحالة:

$$\angle GEK = 4 \angle KEL.$$

[٩٣، ٩] يجب أن نفترض هنا، وكما فعل ابن الهيثم ضمناً، أن i قريبة من الصفر وأن $\angle GKE = i/d$. لكن i/d تظل أصغر من حددا الأقصى، إذاً $d > \angle GKE$. وهكذا فالشعاع المنشأ EA لا يعطي إلا على وجه التقريب الشعاع المنكسر المقرون بـ BE. وكلما اقتربت E من C، كلما تحسنت المقارنة. فالزاوية $\angle HEA$ التي حصلنا عليها يقسمها الخط EL في النسبة.

$$m = \frac{\angle HEL}{\angle LEA} \text{ وهو الحد الأقصى لـ } \frac{i}{d}.$$

تجدر الإشارة إلى أن الفارسي، في شرحه كتاب المناظر لابن الهيثم [انظر: كمال الدين الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر، مج ٢، ص ١٧٤]، لاحظ أن زاوية الانحراف لا تستطيع أن تكون أصغر من الزاوية $\angle LEA$.

وبالعكس، إذا كانت النقطة A ثابتة، فلكل نقطة E نقرن زاوية AEH. إذا كان القوس CE صغيراً بما فيه الكفاية وإذا قسمنا $\angle HEA$ في النسبة m ، نحصل على المستقيم LE الذي يلقي امتداد AD في النقطة B. وهكذا نحصل لكل نقطة E قريبة من C، على نقطة B وحيدة بحيث إن الشعاع BE ينكسر باتجاه A.

[٩٥، ١] «... المبصر». يميز ابن الهيثم هنا بين صورة B، التي هي تقاطع الأشعة الصادرة عن B بعد انكسارها مع الشعاع BC العمودي على الكرة والتي تستطيع العين رؤيتها.

[٩٧، الشكل رقم (٦)] باستثناء الأحرف، فهذا الشكل موجود في النص اللاتيني.

[٩٩، ٣] D هي في داخل كل من الزاويتين ACB وAMB، والنقطتان C وM تقعان في الجهة نفسها بالنسبة إلى AB؛ لذلك يكون معنا:

$$\angle BCA = \angle U - \angle A,$$

$$\angle BMA = \angle U + \angle B$$



حيث نستنتج إن:

$$\angle BMA > \angle BCA.$$

[٩٩، ٦] انظر الملاحظة السابقة.

[٩٩، ١٠] وبالفعل $\angle ACH = r$ و $\angle AMH = r_1$ ، والافتراض $i_1 < i$ كل هذا يعطينا:

$$r_1 - d_1 < r - d \Leftrightarrow d - d_1 < r - r_1.$$

[١٠١، الشكل رقم (٧)] باستثناء الأحرف، هذا الشكل موجود في النص اللاتيني.

[١٠٢، ٨] تقع النقطة M بين C و D، معنا $\angle BMA < \angle BCA$ ، إذا فالشرط المزدوج $\angle BCA \leq \angle BMA$ هو مستحيل.

[١٠٤، ٤] انظر الشكل رقم (٢) من النص الخامس والصفحة ٩١.

[١٠٦، الشكل رقم (١) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية] دراسة الكاسر تبين أنه إذا كان القوس BI أصغر من القوس BC، حيث يكون $EL > EH$ ، إذا يتلاقى المقطعان CH و IL. وكذلك يتلاقى المقطعان MK و NO، ويكون معنا $DK < DO$. تجدر الإشارة إلى أن الشكل يعطي في المخطوطة بأن $EH > EL$ ، هذا ما صححناه. فهذا الخطأ موجود في النسخة التي اشتغلها الفارسي. وقد لاحظ هذا الأخير في شرحه، [الفارسي، تنقيح المناظر لنوي الأبيصار والبصائر، مج ٢، ص ٢١٥ - ٢١٦] أن الشكل غير صحيح واقترح تصحيحاً مشابهاً للشكل المقترح هنا.

[١١٠، ٦] إذا بدلنا الكرة بأسطوانة من البلور ذات دائرة دليمة BCDG

وراسمات عمودية على مستوي هذه الدائرة، يظل البرهان السابق صحيحاً للأقواس CI و MN. لكن المنطقة الكروية المرسومة من القوس IC تلتقي فقط مع السطح الأسطوانى بواسطة القوس IC ونظيره I_1C_1 . ونرى المستقيم KO مزدوجاً، كما نرى أن كل واحدة من الصورتين بقطر ظاهري غير منعقد، ويساوي الزاوية CAI.

وهكذا نفهم شرح الفارسي [المصدر نفسه، مج ٢، ص ٢١٦] عندما يكتب ما معناه: «أقول أن الفائض في مقدار الطول ممنوع دائماً، بينما الفائض في مقدار العرض مسموح به إذا كان لـ KO عرض، وهذا مبرهن بخصوص الكرة المحرقة»^(٦).

[١١١، ١٣] «المقالة السابعة من كتابنا في المناظر» [انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر، للمقالة السابعة (استانبول، سليمانبة، فاتح، ١٣١٦)، ص ٢٧ - ٢٨؛ ٣٤ - ٣٤ ط و ص ٥٦].

«وإذا صادفت الأضواء الممتدة في الجسم المماس للضوء الذي هو مبدأها جسماً يخالف الشفاف لشفاف الجسم الذي هي فيه، فإن ما كان منها على خطوط قائمة على سطح الجسم الثاني امتد على استقامته في الجسم الثاني، وما كان منها على خطوط مائلة على سطح الجسم الثاني انعطف في الجسم الثاني ولم ينفذ [ص ٢٨] على استقامته وامتد في الجسم الثاني على سموت خطوط مستقيمة غير الخطوط الأولى التي كان ممتداً عليها في الجسم الأول. وأن الضوء إذا كان منعطفاً يكون الخط الذي امتد عليه الضوء في الجسم الأول والخط الذي انعطف عليه في الجسم الثاني في سطح واحد مستو، وأن انعطف الضوء إذا خرج من الجسم الألف إلى الجسم الأغظ يكون إلى جهة العمود الخارج من موضع الانعطف القائم على سطح الجسم الأغظ على زوايا قائمة، وإذا خرج من الجسم الأغظ إلى الجسم الألف كان انعطفه إلى ضد الجهة التي فيها العمود الخارج من موضع الانعطف القائم على سطح الجسم الألف على زوايا قائمة». [انظر أيضاً: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique»].

[١١١، ١٤] المصطلح «سَبَر» مستعمل هنا كمرادف لـ «اعتبر» - انظر الملاحظة الإضافية [٢٥، ١٢]. هذا الاستعمال هو مبرر. وقد أكد هذا المعنى

(٦) ترجم هذا النص عن الفرنسية (المترجم).

شعراء النصف الأول من القرن السابع [انظر: أبو عريان الثقفي، ديوان أبي عريان الثقفي (حلب: منشورات م. فاخوري، ١٩٨٢)، ص ١٦٥ - ١٦٦]. في شرح هذا الديوان من قِبَل لغوي القرن العاشر أبو هلال العسكري (المتوفى بعد ٣٩٥)، الكلمة «مسابر» (ج. مسبر) تشير إلى المجسات التي تقيس عمق الجروح.

بهذا المعنى التقني نلقي هذه الكلمة: سَبَر وقاسَ قبل أن نأخذ المعنى العام لاكتشف وتفحص؛ أو، كما كتب العسكري، أصبح الاستعمال شائعاً ثم كثر حتى جعلت التجربة سبراً». [انظر: المصدر نفسه، ص ١٦٦].

[١١١، ١٤-١٥] وبالفعل، تقرأ في مناظر بطليموس (§ ٣١، ص ٢٤٣)

بخصوص انكسار الشعاع المرئي:

«In transitu enim eius a subtiliori corpore ad grossius declinat ad perpendiculararem; in transitu autem eius a grossiori corpore ad subtilius declinat ad diversam perpendicularari partem».

[١١٢، ٦-٨] يعطي بطليموس (§ ١٨، ص ٢٣٤) الجدول التالي لانكسار

هواء/زجاج:

الانحراف	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠
٧	١٣٣٠	١٩٣٠	٢٥	٣٠	٣٤٣٠	٣٨٣٠	٤٢	

[١١٢، ٨] تجدر الإشارة إلى أن ابن الهيثم يحدد زاوية الإسقاط بـ «الزاوية

المحددة بالشعاع والناظم». بينما يسميها الفارسي «العطفية». أما زاوية الانكسار، «الانعطاف»، التي تقابل زاوية الانحراف بمصطلحنا الحديث؛ وهي الزاوية التي يُحدِّثها الشعاع المنكسر مع امتداد الشعاع الساقط. فزاوية الانكسار، بالمعنى الحديث، تقابل زاوية الشعاع المنكسر مع الناظم، الزاوية التي أشار إليها ابن الهيثم بـ «الزاوية التي تبقى بعد الانكسار» يعني $r = i - d$.

[١١٢، ١٥] هذه المقالة لابن الهيثم عن «المزولة»، غير المدروسة سابقاً،

سُئِلت وترجم في [أعمال ابن الهيثم الرياضية لرشدي راشد]. نذكر هنا التحليل للمقدمة ٣ من هذه المقالة التي يستند إليها ابن الهيثم. هذه المقدمة كما نصها المؤلف مفادها:

«إذا فصلنا عن دائرة قوسين مختلفين وإذا قسمنا القوسين وفق النسبة نفسها

بشكل أن القسم الأكبر من القوس الأكبر لا يكون أكبر من ربع الدائرة، عندئذ تكون نسبة جيب القسم الأكبر للقوس الصغير على جيب القسم الصغير لهذا أكبر من جيب القسم الكبير للقوس الكبير على جيب القسم الصغير لهذا القوس^(٧).
[انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، خطوط الساعات (استانبول، المتحف العسكري، ٣٠٢٥)، صفحات غير مرقمة، و(عاطف، ١٧١٤/٧)، ص ٦٠ ظ].

نستطيع إعادة كتابة هذه المقدمة:

المقدمة ٣ - لتكن على دائرة النقاط A, B, C بحيث يكون:

$$\frac{\pi}{2} \geq \widehat{AB} > \widehat{BC},$$

والنقطة D على BA و E على BC بحيث يكون:

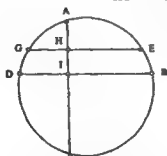
$$\frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} = \frac{\widehat{BA}}{\widehat{BC}} \quad \text{عندئذ:}$$

$$\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}$$

لبرهان هذه المقدمة، يبين ابن الهيثم أولاً مقدمتين اثنتين أخريين وهما:

المقدمة ١ - لنأخذ على دائرة وترين متوازيين EG و BD من جهة واحدة بالنسبة إلى المركز، $\widehat{EG} < \widehat{BD} < \pi$. يقطع الخط العمودين على هذين الوترين القوس EG في A، والوتر EG في H والوتر BD في I، عندئذ:

$$\frac{AI}{AH} > \frac{AD}{AG} \quad \text{و} \quad \frac{AI}{IH} < \frac{AD}{DG}$$



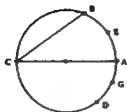
المقدمة ٢ - لنأخذ على دائرة الأقواس AB و AD بحيث يكون:

$$\widehat{AB} \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{و} \quad \widehat{AD} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

إذا كانت E على AB و G على AD بحيث يكون $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AG}$ ، عندئذ:

$$\frac{\sin \widehat{AD}}{\sin \widehat{AG}} > \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{AE}}$$

(٧) ترجم هذا النص عن الفرنسية (الترجم).

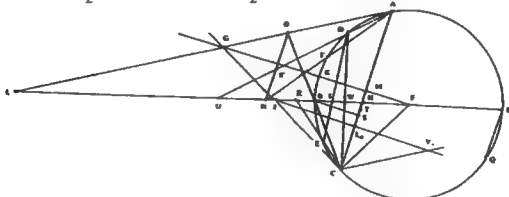


وهكذا، إذا وضعنا $\widehat{AD} = \alpha_1$ و $\widehat{AG} = \alpha_2$ وإذا كانت $\frac{\pi}{4} < \alpha_1 < \alpha_2$ ، عندئذٍ نكتب العلاقة السابقة على الشكل التالي:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} > \frac{\sin 2\alpha_1}{\sin 2\alpha_2}.$$

عندها نكتب برهان ابن الهيثم مجدداً للمقدمة التالية:

لتكن F مركزاً للدائرة، فالمستقيم FB يقطع AC في H، و DE في I والدائرة P. يلتقي المماسان في A و C على الدائرة في النقطة G لأن $\angle ABC < \pi$. يكون عندنا حالتان: الحالة الأولى: لنفترض أن $\widehat{AB} < \frac{\pi}{2}$ عندئذٍ تكون $\widehat{AP} > \frac{\pi}{2}$.



لنرسم FG الذي يقطع الوتر AC في وسطه M والقوس \widehat{AC} في وسطه K. معنا $\widehat{CP} > \widehat{AP}$ لأن $\widehat{BC} < \widehat{AB}$. لتكن Q حيث إن $\widehat{CQ} = \widehat{AP}$ ، عندئذٍ $PQ \parallel AC$ ، وبالتالي $\angle BHC = \angle BPQ$. معنا $\widehat{QC} = \widehat{AP} > \widehat{AB}$ ، إذاً يكون $\widehat{QB} > \widehat{AC}$ ، وبالتالي $\angle BPQ > \angle GAC$ (زوايا محوطة)، إذاً $\angle BHC > \angle GAC$ وبالتالي يلاقي المستقيم AG امتداد HB في L ويقطع HL المستقيم CG في J. عندنا:

$$\frac{DI}{IE} = \frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} \quad \text{و} \quad \frac{AH}{HC} = \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{BC}}$$

لكن:

$$\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} > \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{BC}}$$

وبالفعل، إذا اعتبرنا الأقواس المضاعفة $\widehat{BA}' = 2\widehat{AB}$ و $\widehat{BC}' = 2\widehat{BC}$ وأوتارها، يكون معنا:

$$\frac{\widehat{BA}'}{\widehat{BC}'} > \frac{BA'}{BC'} \quad \text{و} \quad \widehat{BC}' < \widehat{BA}' < \pi$$

والحال أن بطليموس قد أثبت هذه الخاصة [انظر : Claudius Ptolemaeus
Composition mathématique de Claude Ptolémée, trad. de N. Halma, 2 vols.
 (Paris: [s. n.], 1813), vol. 1, pp. 34-35].

يتبع من ذلك أن: $\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} > \frac{AH}{HC}$ ؛ وكذلك $\frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} > \frac{DI}{IE}$.
 ليكن BS عمودياً على AC ، عندئذ تكون معنا المتباينة $\frac{MC}{CS} > \frac{KC}{BC}$.
 وذلك استناداً إلى المقدمة الأولى ، ويتبع من ذلك :

$\frac{AS}{CS} > \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}}$ و $\frac{AC}{CS} > \frac{\widehat{AC}}{\widehat{BC}}$.
 ولتكن النقطة T من AC حيث إن $\frac{AT}{TC} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}}$ ولذلك فهي واقعة بين H و S .
 ليكن JL₂ عمودياً على AC ، وتكون النقطة L₂ واقعة بين S و C فنحصل
 على :

$$\frac{AL_2}{L_2C} > \frac{AS}{SC} > \frac{AT}{TC} .$$

لنفرض CV موازٍ لـ AG₁ ، والنقطة V موجودة على JL₂ ، فيكون معنا :

$$\angle ACV = \angle CAG = \angle ACG ,$$

ويتبع من ذلك أن :

$$CV = CJ \text{ و } L_2V = L_2J$$

يقطع المستقيم VT المستقيم AG في O ، فيكون معنا :

$$\frac{AO}{CV} = \frac{AT}{TC} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}}$$

وبذلك يكون :

$$\frac{AO}{CJ} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} = \frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} = \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CE}} .$$

إن الموازي لـ AC ، المُخرج من النقطة O ، يلقي المستقيم FL في النقطة N ، ويكون
 معنا $AT > TC$ ، وينتج من ذلك $AO > CJ$. وتكون إذاً النقطة N وراء
 النقطة J . وتكون $\angle ANO = \angle NAC$ زاوية حادة ، ولذلك تكون $\angle AON$ زاوية
 منفرجة .

لتكن النقطة I' هي التقاء المستقيم AN مع الدائرة . فتكون هنالك ثلاث

حالات ممكنة للنقطة D:

(أ) موضع النقطة D بين النقطتين A و I'.

يقطع المستقيم AD المستقيم ON في S' والمستقيم FL في U. فيكون معنا:

$$\frac{AU}{CJ} > \frac{AO}{CJ} \text{ و } AU > AS' > AO$$

ويستج من هذا ان:

$$\frac{AU}{CJ} > \frac{\widehat{AD}}{CE}$$

يقطع المستقيم CE المستقيم FL في النقطة R؛ فتكون الزاوية $\triangle CBH$ حادة، ويستج من ذلك أن الزاويتين $\triangle CBR$ و $\triangle CRJ$ هما منفرجتان، ويكون معنا المتباينة $CJ > CR$ وكذلك:

$$\frac{AU}{CR} > \frac{AU}{CJ} > \frac{AD}{CE} > \frac{\widehat{AD}}{CE} \Rightarrow \frac{AU}{AD} > \frac{CR}{CE} \Rightarrow \frac{UD}{AD} > \frac{RE}{CE} \Rightarrow \frac{DU}{UA} > \frac{ER}{RC}$$

يلقى المستقيم DC المستقيم BH في النقطة W. تعطينا مبرهنة مينلاؤس مطبقة على المثلث ADC وعلى الخط المعترض UWH:

$$\frac{HC}{HA} \cdot \frac{UA}{UD} \cdot \frac{WD}{WC} = 1;$$

وبإمكاننا أن نكتب:

$$\frac{CW}{WD} = \frac{CH}{HA} \cdot \frac{UA}{UD} \text{ و } \frac{CH}{HA} = \frac{CW}{WD} \cdot \frac{DU}{UA}$$

كما يعطينا تطبيق المبرهنة نفسها على المثلث DEC وعلى الخط المعترض RIW:

$$\frac{WD}{WC} \cdot \frac{RC}{RE} \cdot \frac{IE}{ID} = 1,$$

ويستج من ذلك ان:

$$\frac{WC}{WD} = \frac{IE}{ID} \cdot \frac{RC}{RE}$$

فيكون معنا إذا:

$$\frac{ID}{IE} \cdot \frac{ER}{RC} = \frac{AH}{HC} \cdot \frac{DU}{UA}$$

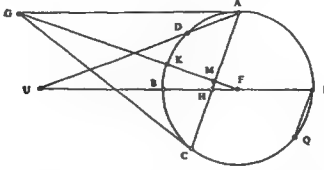
ولكن بما ان:

$$\frac{DU}{UA} > \frac{ER}{RC},$$

ويكون بإمكاننا إذاً أن نكتب:

$$\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BD'}}{\sin \widehat{BE'}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}.$$

الحالة الثانية: إذا كانت $\widehat{AB} = \frac{\pi}{2}$ ، عندها تكون $\widehat{AP} = \widehat{QC} = \frac{\pi}{2}$.



في هذه الحالة يصبح المستقيم GA المماس في A موازياً لـ FB. ومهما يكن موضع النقطة D، فالمستقيم AD يلقى FB في نقطة U. ويجري البرهان كالسابق.

وهكذا أعطى ابن الهيثم البرهان لهذه المقدمة الثالثة. أي أن لكل نقطة D حيث تكون $\widehat{BA} < \widehat{BD}$ ، يمكننا إثبات أن:

$$\frac{ID}{IE} = \frac{RE}{RC} = \frac{HA}{HC} \cdot \frac{UD}{UA}.$$

لكن ولكي نتوصل إلى الاستنتاج، يجب أن نبرهن أن $\frac{UD}{UA} > \frac{RE}{RC}$.

عندئذ يميز ابن الهيثم ثلاث حالات:

1- $D \in \widehat{AI'}$ ، في هذه الحالة يكون $AU > AO$ ،

2- $D = I'$ ، يكون معنا أيضاً $AU > AO$ ؛

ونستطيع في هاتين الحالتين الاستنتاج.

3- لكن إذا كانت $D \in \widehat{I'B}$ ، فالنقطة S' هي على امتداد ON، والنقطة U هي بين N وB، يكون معنا $AN > AO$ ، ولكن بما أن $AU < AN$ ، فباستطاعتنا الحصول على $AU < AO$ ، $AU = AO$ ، أو $AU > AO$ وبذلك يكون متعذراً تطبيق استدلال الحالة الأولى. لهذا السبب رأينا ابن الهيثم يذلل الصعوبة كما رأينا في الحالة (ج).

إن وجود العدد الصحيح n يطرح صعوبة جديدة. وبالفعل، إذا افترضنا \widehat{BA}

$\alpha = \beta$ و $\widehat{BI} = \beta$ (بحيث إن $\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta$) و $BD = \gamma$. فإذا كانت $\gamma < \beta$ نفترض
عن عدد صحيح n حيث إن: $\gamma_n = 2^n \cdot \gamma$. وتحقق γ المتباينة الزوجية: $\beta < \gamma_n < \alpha$
(mod 2π).

فالمسألة ليست ممكنة دائماً عكس ما تصور ابن الهيثم. ولنأخذ مثلاً $\gamma = 3^\circ$
فالتتالية (3.2^n) تعطينا $3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, \dots$ فتكون $\gamma_7 = 3.2^7 = 24$ (mod 360) وكذلك $\gamma_8 = 48$ (mod 360).
فإذا لحظنا D_n النقطة المقرونة بـ γ_n ، يكون معنا:

$$D_3 = D_7, D_4 = D_8, \dots, D_n = D_{n+4}$$

إذاً مهما يكن انتماء β إلى المجال $[48, \alpha]$ مع العلم أن $\alpha \leq 90$ ، فمن غير الممكن
إيجاد D_n بين I' و A .

بإمكان هذه الصعوبات أن تفسر تلك التي صادفها لاحقاً الفارسي في تحرير
هذه القضية وكما يكتب [انظر: الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر،
ص ١٣٤، الأسطر ١٣ - ١٦/١٥ - ١٧]:

«لكن بما أن النسخة كانت متلفة جداً، لم أستطع قراءتها، ولذلك اكتفيت
بذكر النص. وإذا ما استطعت قراءتها لاحقاً سأزيد التحرير في هذا المكان»^(٨).

ثم توقف الفارسي في شرحه عند الشرط الذي صاغه ابن الهيثم في مقالته
هذه خطوط الساعات أو الموزونة^(٩)، ولكن الغريب في الأمر أنه لم يذكره في مقالته
للكرة المحرقة والذي هو:

$$\widehat{BC} < \widehat{AB} \leq \frac{\pi}{2}.$$

في حين أن هذا الشرط ليس ضرورياً. أضف إلى ذلك أن ابن الهيثم نفسه طبق
مقدمته الثالثة في القضيتين ٣ و ٤ التابعتين لـ الكرة المحرقة حيث اعتبر القوس \widehat{TJ} ،
الذي بإمكانه أن يكون أكبر مقداراً من $\frac{\pi}{2}$ لبعض قيم i ، لأن $\widehat{TJ} > 4d$ وهذا ما
ليس من الممكن أن يفوت ابن الهيثم.

وبالفعل، لنسترجع النص ولنفرض $\widehat{BD} = \beta_1$ ، $\widehat{BE} = k\beta_1$ ، $\widehat{BA} = \alpha_1$

(٨) نقلت هذه الجملة عن الترجمة الفرنسية (لترجم).

(٩) (لترجم).

$\widehat{BC} = k\alpha_1$ ، مع $1 < k$ ؛ فنكتب شرط ابن الهيثم مجدداً:

$$\beta < \alpha_1 < \frac{\pi}{2}.$$

يكفي، بالفعل، أن نأخذ $\alpha_1 = 120^\circ$ ، $\beta_1 = 90^\circ$ و $k = 1/2$ ، لكي نحصل على:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin k \alpha_1} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin k \beta_1} = \sqrt{2}$$

لنر أن الشرط $\alpha_1 < \frac{\pi}{2}$ هو محدد.

بإمكاننا من جهة أخرى أن نبرهن أن القضية تبقى صحيحة في حال $\beta_1 < \alpha_1 < \pi$. وبالفعل، لنفرض أن:

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sin k x} \quad \text{مع} \quad 1 < k$$

ولنبرهن أن الدالة f المحددة على المجال $]0, \pi[$ هي متناقصة في هذا المجال. إننا نحصل على الدالة المشتقة التالية:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\cos x \cdot \sin k x - k \cos k x \cdot \sin x}{\sin^2 k x}, \\ &= \left\{ \sin(kx - x) + \frac{1-k}{2} [\sin(x+kx) + \sin(x-kx)] \right\} \frac{1}{\sin^2 k x}, \\ &= \left[\frac{1+k}{2} \sin(kx - x) + \frac{1-k}{2} \sin(x+kx) \right] \frac{1}{\sin^2 k x}, \\ &= \frac{1-k^2}{2 \sin^2 x} \left[\frac{\sin x (1+k)}{1+k} - \frac{\sin x (1-k)}{1-k} \right]. \end{aligned}$$

ولنفرض أن:

$$g(x) = \frac{\sin x (1+k)}{1+k} - \frac{\sin x (1-k)}{1-k},$$

يكون معنا: $g(0) = 0$ و $g'(x) = -2 \sin x \cdot \sin k x$.

ولكن $x \in]0, \pi[$ و $k < 1$ ، لذلك $kx \in]0, \pi[$ وبالتالي $g'(x) < 0$ على المجال $]0, \pi[$ فإذاً g تتناقص ابتداء من $g(0) = 0$. يكون معنا إذاً $g(x) < 0$ ، ولذلك $f(x) < 0$ ، وبالتالي تكون الدالة f متناقصة على المجال $]0, \pi[$. وبذلك تكون المتباينة:

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} > \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

محقة إذا كانت $\beta_1 < \alpha_1 \leq \pi$.

نشير أخيراً إلى ان ابن الهيثم وسّع، في مقالته خطوط الساعات، القضية السابقة لكي تشمل قوسين متشابهين في دائرتين مختلفتين. لكنه لم يأخذ بهذا الاتساع في مقالته الكرة المحرقة، بينما يُذكر بها الفارسي عند شرحه لها.

[١١٣، ٢] سيتحدد لاحقاً موضع الدائرة على الكرة. أي أن محور الدائرة هو المستقيم الذي يصل مركز الكرة مع مركز الشمس.

[١١٨، ٣ - ٤] "... زاوية \widehat{AM} م. يفترض هذا أن $\widehat{AN} > \widehat{AM}$ ، إذا $i_N > i_M$.

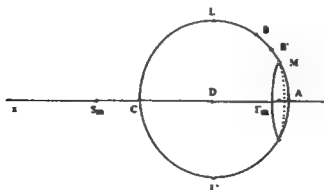
[١١٨، ٤ - ٥] «تمام النصف». يعني هذا التعبير الفرق $(-\frac{i}{2} - d)$ ؛ فانطلاقاً من المساواة $i - d = r$ ، نكتب $-\frac{i}{2} - d = r - \frac{i}{2}$ ، و $i - 2d = 2r - i$.

[١٢٠، ٩] فمن جهة ينتمي القوسان JO و TJ، ومن جهة ثانية ينتمي القوسان BO و TB إلى دائرتين مختلفتين. لم تُثر هذه الحالة في التمهيدات، ولكنها درست، كما ذكرنا، في المقالة خطوط الساعات.

[١٢٣، ١٥] نقرن بكل نقطة M من نصف الدائرة LAL' المواجهة للشمس:

- دائرة Γ_m ذات المحور DH.

- نقطة S_m من نصف المستقيم Cx التي تشكل البؤرة المقرونة بهذه الدائرة.



يثبت ابن الهيثم في القضية الرابعة أنه عندما تبتعد M من A، عندها تقترب S من C.

في القضية الخامسة، يرمي ابن الهيثم إلى تحديد المقاطع التي تحوي النقط S

تبعاً للأقواس التي ترسمها النقطة M . ويأخذ نقطتين فارقتين بحيث إنهما تناظران القوسين $AB = 50^\circ$ و $AB' = 40^\circ$ ؛ وتقسم الدائرتان Γ ، اللتان تناظرهما، نصف الكرة المواجه للشمس إلى ثلاث مناطق: رأس كرة مرسوم من AB ، ومنطقتين كرويتين ترسم الأولى من القوس BB' والثانية من القوس $B'L$. ثم يدرس المقاطع الحايية للبؤر التابعة لهذه المناطق.

[١٢٤، ٥] انظر ملاحظات الصفحتين ١١١ و ١١٢.

[١٢٥، ١٧] «الشكل الأول». المقصود في الفرضية $i > 50^\circ$ ، $\widehat{AP} > \widehat{AB}$.

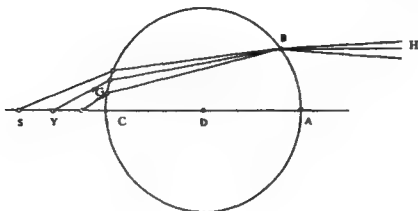
[١٢٨، ١٤] «الشكل الرابع». درس ابن الهيثم الأشعة التابعة إلى $i > 50^\circ$ ، واستنتج أن لكل شعاع نقطة من القوس KC مقرونة به ونقطة من المقطع CN ، حيث أن N هي البؤرة التابعة لـ $i = 50^\circ$.

نشير من ناحية أولى إلى أن ابن الهيثم لم يميز البؤرة $N' \neq N$ والتابعة لزاوية السقوط $i = 40^\circ$ ، كما أنه لم يتفحص من ناحية أخرى الأشعة التابعة لزاويا السقوط $50^\circ < i < 40^\circ$ ؛ وهكذا فإنه لم يبرهن أن لكل شعاع من هذه الأشعة شعاعاً منكسراً أولاً يسقط بعد K وبؤرة تنتمي إلى المقطع NN' . والحال أن ابن الهيثم قد برهن هنا في هذا النص بأنه عندما تزيد زاوية الإسقاط، تنتقل البؤرة على مقطع حاول ابن الهيثم تحديد طرفيه، مما يعني أنه كان يعرف النتيجة السابقة حتى ولو لم يذكرها.

في هذه الحال يلوم الفارسي ابن الهيثم [انظر لاحقاً ص ١٥٠، السطر ١] لأنه قسم، ومن دون سبب، المجال [٤٠°، ٩٠°] إلى قسمين. ولا يبدو هذا اللوم مبرراً ولا سيما أن الفارسي نفسه يبين في ما بعد أهمية زاوية السقوط i_0 الموجودة بين ٤٠° و ٥٠° والتي يسميها «الفصل» [انظر لاحقاً ص ١٥٢].

[١٣١، ٢٠١] إذا أخذنا بعين الاعتبار القطر الظاهري للشمس، تشكل الأشعة الشمسية الساقطة في نقطة B من الكرة، غروطاً ذا زاوية رأسية صغيرة جداً، و BH هو الشعاع المركزي لهذا المخروط. تنكسر هذه الأشعة في B ونحصل في داخل الكرة على غروط يحيط بـ BG ، ذي زاوية رأسية أيضاً صغيرة جداً، ويمجدد هذا المخروط على الكرة سطحاً صغيراً حول النقطة G . حيث ينكسر كل شعاع

ساقط على هذا السطح ويبقى بجوار الشعاع GY وهذه الحزمة من الأشعة تحيط بالنقطة Y من المقطع CS.



[١١، ١٣١] لقد أثبت أن الإحراق يحدث على مقطع CS يساوي ربع القطر مع تركيز أقوى للحرارة على المقطع $CN' = \frac{1}{3} R$.

[٣، ١٣٣] وكما ذكرنا في الفصل الرابع من تحليلنا، فإن فيدمان (E. Wiedemann) قد ترجم هذا النص سنة ١٩١٠ من دون أن يشبته أولاً. وهذا ما جعل الترجمة مشوشة. لكنها أدت خدمة جلي لمؤرخي علم البصريات؛ كما أنها لا تقل مستوى عن أكثرية ترجمات النصوص العلمية العربية المعروفة حالياً وتتفوق حتى على الكثير منها. يبقى أن نضيف أنها تشتمل على الكثير من المعاني المعكوسة وعدم الدقة مما يجعلها أحياناً غير موثوق بها.

[٩، ١٣٣] «العطفية». يستنبط الفارسي بعض التعابير الأكثر بساطة من تلك التي استعملها ابن الهيثم. وهكذا فإنه يشير إلى زاوية السقوط بكلمة واحدة «العطفية» وإلى الانكسار بكلمة «البقية». كما يرمز إلى المستوي الذي يشمل الشعاع الساقط والشعاع المنكسر والناظم في نقطة السقوط بـ «سطح الانعطاف» [انظر: الفارسي، تقطيع المناظر للنوي الأبصار والبصائر، لا سيما ج ٢، ص ١٣٣].

[٩، ١٣٦] «مبدأ انعطاف أول». يشير هذا المصطلح الجديد هنا إلى الدائرة ذات المحور DI والمتولدة من النقطة M، نقطة الانكسار الأول.

كل شعاع ساقط على نقطة من الدائرة المرسومة بالنقطة M والموازي لـ AC ينكسر باتجاه نقطة من الدائرة المرسومة بالنقطة B، حيث ينكسر ثانية نحو النقطة S

من المستقيم AC. لجميع هذه الأشعة زاوية السقوط نفسها. فلكل سقوط معطى يقابله نقطة S أي بؤرة معينة.

أن الاستدلال صحيح لأي زاوية سقوط i مهما كانت؛ $i < \frac{\pi}{2}$. نقرن كل سقوط i بنقطة S وبيهرن ابن الهيثم في القضية الثالثة ان النقطة S نفسها لا تستطيع أن تُقرن بسقوطين مختلفين.

[١٣٧، الشكل رقم (١)] قد أعيد رسم الجزء المهم من الشكل على الصفحة التالية في المخطوطات A، L و S.

[١٣٩، ٢] «نصفها» تبين دراسة d/i بأنها تكبر مع i إذا انتهت i إلى $0, \frac{\pi}{2}$ [انظر: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique,» pp. 202-204]

[١٤١، ٩] نشير إلى المقدمة، كما رأيناها، إنها صحيحة إذا $0 < \widehat{TJ} < \pi$ ، وبذلك تُطبق هنا من دون مناقشة.

[١٤٤، ٧] «نهايات» يعرف الفارسي هنا البؤرة بـ «نهاية».

[١٤٨، ١٥] يكون معنا:

$$\widehat{IK} < \widehat{IJ} \text{ أو } \widehat{IK} - \widehat{ZJ} < \widehat{IZ} \Leftrightarrow \widehat{IK} < \widehat{IZ} + \widehat{ZJ}$$

ونستنتج من هذا أن J بين K و C.

لكن موضع النقطة K بالنسبة إلى Z و J متعلق بالزاوية i . وبالفعل يكون معنا:

$$\widehat{CJ} < \widehat{CZ} = \widehat{AF} = i.$$

لنفترض $10^\circ = \widehat{CK}$ ، فنحصل بذلك على:

إذا كانت $10^\circ < i$ ، فإن $\widehat{CJ} < \widehat{CZ} < \widehat{CK}$ ، وتكون Z بين J و K،

أما إذا كانت $10^\circ = i$ ، تكون Z و K منطبقين،

أما إذا كانت $40^\circ > i > 10^\circ$ ، فإن $\widehat{CJ} < \widehat{CK} < \widehat{CZ}$ ، وتكون K بين J و Z.

وبذلك تكون ملاحظة الفارسي مبررة.

[١٤٩، ٢] بالمقابل لا تبدو ملاحظة الفارسي هذه مبررة. وبالفعل يبرهن

ابن الهيثم في هذه الفقرة بأنه إذا كانت $40^\circ > i$ ، يحصل عندها الانكسار الأول

نحو نقطة من القوس KC، كما لو كانت $i > 50^\circ$ ، وهذا الاستنتاج لم يُذكر سابقاً.

[١٥٠، ٣.٢] يجب هنا قراءة CN' و N'V، مع ذلك لا يحسب ابن الهيثم إلا طول CN.

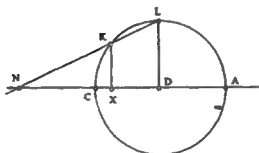
[١٥٠، ٦] وبالفعل لتحديد طول CN، حيث N هي التقاء المستقيمين AC و KL، وعلى افتراض أن نصف قطر الدائرة يساوي 60° ، فابن الهيثم لا يعطي أي تفسير لهذا الحساب. بعد أن يشير إلى أن:

$$(1) \frac{LD}{KX} = \frac{DN}{NX}$$

$$(2) KX = KD \cos 10^\circ = 10,416 \approx 10,5;$$

ثم يعطي من دون أي تبرير:

$$(3) CX > 0,5.$$



نستطيع الحصول على هذه النتيجة غير المباشرة بالشكل التالي: نشير إلى أن $CX = KX \cdot \tan \angle CKX$. فإذا كانت $\angle CDX = 10^\circ$ ، وكذلك $\angle KCX = 5^\circ$ و $\angle KDA = 85^\circ$ ، $\frac{1}{2} \angle KCX$ ، وبذلك يكون:

$$CX = 10,5 \cdot \tan 5^\circ \approx 10,5 \cdot 0,09 \approx 0,9,$$

وهكذا يكون CX أكبر من 0,5 بشكل جلي.

نستج من (1) و (2):

$$NX = \frac{1}{6} \text{ ND، ولذلك يكون } \frac{NX}{ND} = \frac{10,5}{60}$$

ويكون الفرق $CX = NX - NC$ كبيراً كفاية، لكي نستطيع أن نكتب:

$$NC < \frac{1}{6} ND \text{ أي } NC < 12$$

نتج إذا هذه النتيجة من الشروط (1)، (2) و (3) التي أعطاه ابن الهيثم منذ ابتداء حسابه. ويتج من ذلك أن:

$$NC < \frac{1}{6} (NC + CD) \text{، وبذلك يكون } NC < \frac{1}{5} CD$$

نشير إلى أن ابن الهيثم قد أثبت (القضية ٢) أن الزاوية $\angle KND$ هي مضاعفة للانحراف، ويكون معنا:

$$\angle KND = 2d_{50} = 40^\circ.$$

فإذاً يكون معنا:

$$ND = LD \cotg 40^\circ = CD \tg 50^\circ,$$

وبذلك يكون:

$$NC = ND - CD = CD (\tg 50^\circ - 1) - CD \cdot 0,1917... < \frac{1}{5} CD,$$

وهذه الطريقة أسرع وأدق من سواها.

لم يحدد ابن الهيثم موضع N' المقرون بالزاوية $i = 40^\circ$. معنا:

$$\angle KN'C = 2d_{40} = 30^\circ \text{ مع } XN' = KX \cdot \cotg \angle KN'C,$$

فلذلك:

$$XN' = 10,416 \cdot \sqrt{3} = 18,04$$

وكذلك أيضاً:

$$CN' = XN' - XC \approx 18,04 - 0,91 \approx 17,13.$$

يكون إذاً:

$$\frac{1}{4} R < CN' < \frac{1}{3} R.$$

إذا كانت S وسط CV ، يكون معنا $SC = 1/2 R$. يستنتج ابن الهيثم مؤكداً أن «الأشعة المنكسرة على CS هي أكثر عدداً بكثير من الأشعة المنكسرة على SV » ويحدث الاحتراق على CS .

بإمكاننا مواجهة الحالات الثلاث:

$$\Delta d' > \Delta i' \text{ و } \Delta d' = \Delta i', \Delta d' < \Delta i'$$

[١٥٣، ٢] انظر الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر، ج ٢،

ص ١٣٤.

[١٥٣، ٥] «قوس الخلاف». يمكننا الإشارة أولاً إلى المطابقة شبه التامة بين إسم طريقة الاستكمال التي اقترحها الفارسي والاسم الذي استعمله في ما بعد الكاشي في كتابه زيچ الخاقاني، يطبق الكاشي بالفعل في هذا الزيچ طريقة الاستكمال المعروفة «بقوس الاختلاف» [انظر: E. S. Kennedy, «A Medieval Interpolation Scheme Using Second Order Differences», in: A. Locust's Leg, *Studies in Honour of S. H. Taqigadeh* (London: [n. pb.], 1962)] حيث يرجع الأصل إلى القرن العاشر. يبدو أن نسخه لهذه الطريقة كان قد عرفها قبلاً الخازن [انظر: J. Hamadanizadeh: «Interpolation Schemes in Dustūr al-Munajjimīn», *Centaurus*, vol. 22, no. 1 (1978)]. لذلك، فعندما يتكلم الفارسي عن هذه الطريقة يبدو وكأنه يشير إلى خوارزمية معروفة عند الرياضيين وكأنه يطبق نسخة خاصة منها. فهو يكتب بما معناه: «اتبعتنا طريقة ذكية هي من نوع قوس الاختلاف»^(١٠). المقصود إذاً هو طريقة معروفة جيداً في عصر الفارسي والتي ترجع احتمالاً إلى القرن العاشر. لنذكر باختصار هذه الطريقة كما عرضها الكاشي ونبرهن في ما بعد بأنها شبيهة بتلك التي استعملها الفارسي. نشأت هذه الطريقة في الأصل لتحديد دوائر الطول للكواكب كتوابيع للزمن ونعرضها كالتالي:

نفرض أن x تنتمي إلى $[x_{-1}, x_p]$ ، حيث إن $y_{-1} = f(x_{-1})$ و $y_0 = f(x_0)$ و $y_p = f(x_p)$ هي معروفة والمجالات $[x_{k-1}, x_k]$ علماً أن $p = 0, 1, \dots, p$ هي مجالات متساوية. ونريد أن نعرف قيم f لكل من x_1, x_2, \dots, x_{p-1} . لنفترض:

$$\Delta y_k = y_k - y_{k-1} \text{ و } \Delta y_k = \frac{y_p - y_0}{p}$$

وهذا الأخير هو الوسط الحسابي للزيادات من المنزل الأولى على المجال $[x_0, x_p]$.

إذا افترضنا أن الزيادة في المنزل الأولى ثابتة وهي تساوي الوسط الحسابي على

(١٠) نقلت هذه الجملة عن القرنية (المترجم).

المجال $[x_0, x_p]$ يكون معنا الاستكمال الخطي :

$$(1) \quad k = 0, 1, \dots, p \text{ مع } y_k = y_0 + Km (\Delta y_k)$$

لكن إذا كانت $m(\Delta y_k) \neq \Delta y_{k-1}$ ، نواجه عندها استكمالاً من المنزلة الثانية.

وهكذا ففي طريقة الكاشي نحدد العدد e الذي هو تصحيح للوسط :

$$e = \frac{m(y_k) - \Delta y_{k-1}}{n} \quad \text{مع} \quad q = \frac{p+1}{2}$$

ونفترض أن :

$$\Delta^2 y_k = \Delta y_{k+1} - \Delta y_k = e;$$

ولجميع الأعداد k ، $k = 0, 1, \dots, p$ ، تكون الزيادة في المنزلة الثانية عندئذ ثابتة ونأخذ :

$$\Delta y_m = \Delta y_{k-1} + (m+1)e;$$

ونحصل من جراء ذلك على :

$$y_k = y_0 + \sum_{m=0}^{k-1} \Delta y_m,$$

وبذلك يكون :

$$(2) \quad y_k = y_0 + k \Delta y_{k-1} + \frac{k(k+1)}{2} \cdot e;$$

ومن البديهي أننا نعرف y_p في حال كانت $k = p$.

لنعود الآن إلى حساب $f(i) = d/i$ عند الفارسي. فالمجال لزاوية السقوط i هو $[40^\circ, 90^\circ]$ ، والمقسوم إلى مجالات متساوية من 5° ، بحسب الفارسي عندها الزيادة الوسطى على مجال مقداره 5° ويجد :

$$m(\Delta y_k) = 45'' = \frac{1}{80}.$$

وبما أن :

$$f(40^\circ) = y_0 = \frac{3}{8} \quad \text{و} \quad k = \frac{i - 40}{5}$$

تعطي الصيغة (1) عندئذ:

$$f(i) = \frac{i + 110}{400}$$

ولنفرض على المجال $[0^\circ, 40^\circ]$ أن:

$$k = \frac{40 - i}{5} \text{ و } x_p = 0^\circ, x_0 = 40^\circ, x_1 = 45^\circ$$

وضع الفارسي $1/80 = 45'' = \Delta y_1$ ، والتي كانت قيمة الوسط السابقة، ولحظ أنها تفرق عن الوسط على المجال $[0^\circ, 40^\circ]$ الذي هو: $m(\Delta y_k) = 56'' 15''$. ويستتج من ذلك:

$$e = \frac{(56'' 15'' - 45'').8}{8(8+1)/2} = 2'' 30'' = \frac{5}{7200}.$$

كما تكتب الصيغة (2) مجدداً مع $y_k = f(i)$:

$$f(i) = \frac{3}{8} - \frac{40 - i}{5} \cdot \frac{1}{80} - \frac{(40 - i)(45 - i)}{50} \cdot \frac{5}{7200},$$

$$f(i) = \frac{1}{4} + \frac{265}{72000}i - \frac{i^2}{72000}.$$

نرى إذاً ان المقصود من الطريقة نفسها المطبقة مع ضوابط المعطيات الفيزيائية.

[١٥٥، ٣] «تجاوز الربع» يقصد الفارسي بهذه العبارة: بما أن النسبة الكبرى من الانحراف على السقوط تزيد النسبة الصغرى بمقدار أقل من ربع، كما أن هذه النسبة الأخيرة هي أكثر من ربع...

[١٥٦، ٢] «مثلث»، المقصود هو العدد المثلث، أي مجموع الأعداد الصحيحة الأولى n ، وهو $n(n+1)/2$.

[١٥٩، ٥] إن كلمة «تركيب»، عندما تكون مقرونة بكلمة «تحليل»، يجب أن تترجم بمعنى التركيب. فللمزيد من المعلومات حول تاريخ التركيب والتحليل في الرياضيات عند العرب وبصورة خاصة في هذا العصر، انظر دراستنا «التحليل والتركيب عند ابن الهيثم» في: Rushdi Rashid, éd., *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique* (Paris: Centre national de la recherche scientifique, 1991), pp. 131-162.

[١٥٩، ٦] لقد تساءلنا عن هوية مراسل ابن سهل، ص ١٦٣، لكي نوحى بوصف ما: وجيه مثقف، مطلع على الرياضيات. فهذا النوع من الأشخاص كان شائعاً في ذلك العصر، بحيث بدت لنا تسمية مراسل ابن سهل والشني نوعاً من المغامرة نظراً إلى المعلومات القليلة عنه والتي أوردها الشني في كتابته. لكن من بين الأشخاص الذين نستطيع التفكير بهم، ويشكل ظني، أردنا لفت النظر إلى نظيف بن يمن المتطبب. فهذا الطبيب، واللاهوتي المسيحي، كان ضليعاً بالرياضيات، كما كان هليينستياً، نعرف له ترجمة لبعض الإضافات في المقالة العاشرة من كتاب الأصول لإقليدس: «ما نقله... مما وجد في اليوناني من الزيادة في أشكال المقالة العاشرة» والتي نسخها السجزي، رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل إلى أبي علي نظيف بن يمن المتطبب في عمل مثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين (باريس، المكتبة الوطنية، ٢٤٥٧)، ص ٨٠ - ٨٢. فنظيف بن يمن هذا كان معاصراً لابن سهل ومطلعاً على أعماله، كما يشهد السجزي بذلك وهذا الأخير هو معاصر ومراسل لابن سهل. ولنتنظر ما كتبه السجزي جواباً على رسالة نظيف بن يمن:

«سألت أدام الله سعادتك عن عمل المثلث الحاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين، وذكرت أن أبا سعد العلاء بن سهل عمل ذلك من القطع الناقص من الشكل <...> من المقالة الثالثة من كتاب أبلونيوس في المخروط على طريق القسمة والتحديد». [انظر: السجزي، المصدر نفسه، ص ١٣٦ ظ - ١٣٧].

نفهم من هذه الرسالة أن نظيفاً بن يمن كان يعرف أعمال ابن سهل وكان يرأسل رياضي عصره ليسألهم عن براهين القضايا. فهو يسأل السجزي، في هذه الرسالة، أن يعطيه البرهان عن قضية كان ابن سهل قد برهنها. وبالفعل أعطاه السجزي البرهان المطلوب من دون أن يستعين بالمخروطات وبحسب رأيه (السجزي) إنه أبسط من برهان ابن سهل.

ومن المؤكد فإن سلوك نظيف بن يمن هذا ليس معزولاً أبداً. ودائماً بحسب السجزي فإن ابن يمن كتب له أيضاً بموضوع برهان مقدمة إنشاء المخمس في الدائرة. يكتب السجزي بخصوص الرسالة حول القضية العاشرة من المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول ما معناه: «هذه هي الرسالة التي كتبها نظيف بن

يمن بخصوص طلبه لبرهان هذه القضية^(١١)؛ ويتابع السجزي: «لقد سألت، أعزك الله، بالنسبة إلى مقدمة إنشاء الخمس في الدائرة...»^(١٢) [انظر: السجزي: المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول، الشكل العاشر (استانبول، راش، ١١٩١)، ص ٩٣].

تبيّن شهادتنا السجزي هاتان بأن هذا المثقف والطبيب والفيلسوف والمضطلع بالرياضيات كان يرسل معاصريه لكي يسألهم البراهين الجديدة. أضف إلى ذلك بأن المثليين اللذين ذكرناهما سابقاً يتعلّقان بالتحليل الهندسي. وفي الواقع هذا هو سلوك مراسل الشني الذي يملك برهان ابن سهل يكتب إلى الشني طالباً منه التركيب. وهكذا فإن ابن يمن يمكن أن يكون مرشحاً لمراسل الشني وابن سهل. ومن جهة ثانية فهو الوحيد عندنا حتى الساعة والذي نعرف عنه هذه المعطيات.

[١٦٣، ١٠] نكتب هذه المقدمة ٦ مجدداً: a معطية، أحسب x كي توفي بالمعادلة:

$$(1) (a + x) x = H.$$

لنفرض أن AB يساوي a و x يساوي BE و BC متعامداً مع AB بحيث إن $BC^2 = H$.

ليكن القطع الزائد ذو المحور AB ، والرأس B والضلع القائم مساوياً لـ AB . فالمستقيم الذي يمر بالنقطة C والموازي لـ AB ، يقطع القطع الزائد في النقطة D التي تُسقط في E على المستقيم AB .

يكون معنا إذاً:

$$\frac{EB \cdot EA}{DE^2} = 1,$$

$$DE = BC \quad \text{وبالإنشاء:}$$

$$DE^2 = H \quad \text{لذلك يكون:}$$

(١١) نُقلت هذه الجملة عن الفرنسية (الترجم).

(١٢) انظر الملاحظة السابقة.

ونتيجة لذلك: $EB \cdot EA = H$

فيكون المقطع المطلوب هو BE إذاً.

ملاحظة: لنضع $H = \alpha^2$ ، فإن المعادلة $\alpha^2 = x(a + x)$ نكتبها مجدداً:

$$y = \alpha \quad (\text{معادلة مستقيم})$$

$$y^2 = x(a + x) \quad (\text{معادلة قطع زائد قائم}).$$

فالمستقيم هو مواز للمحور ويقطع القطع الزائد القائم في نقطتين حيث لإحدهما فاصلة (abscisse) موجبة وتعطي الحل (الشكل رقم ٢) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

بينما هناك حل آخر لهذه المسألة نفسها في مقالة ابن الحسين حول البركار التام [انظر: M. F. Wœpcke, «Trois traités arabes sur le compas parfait,» *Bibliothèque impériale et autres bibliothèques*, vol. 22 (1874), p. 26] وهو التالي:

لتكن النقطة I في وسط AB، نفتش عن النقطة E بحيث:

$$AE \cdot EB = BC^2.$$

بينما يكون معنا لجميع النقاط E من Bx:

$$AE \cdot EB = IE^2 - IB^2,$$

ولذلك:

$$IE^2 = IB^2 + BC^2 = IC^2,$$

النقطة E موجودة على الدائرة ذات المركز I ونصف القطر IC.

نلاحظ من جهة أخرى بأن هذه المسألة التي عالجها المؤلف، قاطعاً القطع الزائد القائم بمستقيم مواز للمحور، نستطيع حلها بواسطة قطع زائد كيفما كان ونستطيع إنشاء بؤرتيه.

وبالفعل فإن H و a هما مقداران معطيان، وبذلك نستطيع تحديد p إذا كتبنا $H = a \cdot p/4$. نأخذ عندئذ القطع الزائد ذا المحور المعترض $AB = a$ ويضلع قائم p، فتكون المعادلة المنسوبة إلى AB وإلى المماس في B مثلاً:

$$\frac{D}{\text{aire } ABC} = \frac{E}{G}.$$

ننشئ مستطيلاً مساحته H بحيث تكون:

$$\frac{D}{H} = \frac{E}{G},$$

ثم ننشئ على المستقيم AB متوازي الأضلاع ABIC ذا الزاوية α ، بحيث إن:

$$\text{aire } ABIC = 2H$$

وهكذا تكون:

$$\text{aire } ABC = H$$

وهكذا تكون النتيجة.

نلاحظ أن المؤلف لم يشر إلى طبيعة السطح H. أما شكل المخطوطة فهو مستطيل. لم يفسر المؤلف لا إنشاء H ولا إنشاء متوازي الأضلاع ABIC. يبدو، من دون أدنى شك، إن هذين الإنشاءين هما عاديان بالنسبة إليه.

[١٦٦، ٨] ليكن BD متعامداً على AC، فإذا كانت الزاوية Δ BAC معلومة تكون الزاوية Δ BAD معلومة أيضاً، و $\text{aire } (ABC) = \frac{1}{2} AC \cdot BD$ ، لكن:

$$\frac{AB \cdot AC}{\text{aire } (ABC)} = \frac{2 AB \cdot AC}{AC \cdot BD} = 2 \cdot \frac{AB}{BD},$$

فالنسبة $\frac{BA}{BD}$ هي معروفة عندما تُعرف الزاوية Δ BAD، وبذلك تكون النتيجة.

نلاحظ أن المؤلف، من دون أن يسمي جيب الزاوية Δ BAC فإنه يميز هذه الزاوية بالنسبة $\frac{BA}{BD}$ والتي هي عكس الجيب، وهذا يقودنا إلى:

$$\frac{\text{aire } (ABC)}{AB \cdot AC} = \frac{1}{2} \sin \Delta A.$$

[١٦٧، ٨] نحصل على النتيجة مباشرة من المقدمة ٩.

$$\frac{\text{aire } (ABC)}{AB \cdot AC} = \frac{1}{2} \sin \Delta A, \quad \frac{\text{aire } (DEG)}{DE \cdot DG} = \frac{1}{2} \sin \Delta D;$$

وبما أن: $\sin \Delta A = \sin \Delta D$

لذلك نكتب:

$$\frac{\text{aire } (ABC)}{\text{aire } (DEG)} = \frac{AB \cdot AC}{DE \cdot DG}$$

[١٨٠، ٦] للتعبير عن «خط التقارب» انظر المؤلف الرياضي لشرف الدين الطوسي في: *Rushdi Rashid, Sharaf al - Dīn al - Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII^{ème} siècle* (Paris: Les Belles lettres, 1986), vol. 1, remarque [8,3], p. 126.

[١٨٤، ١٢-١٩] كتب ابن سهل هذه الفقرة، وكما أشرنا في الفصل الرابع من تحليلنا، بلغة تتسم بالفخامة اللفظية وكان هذا سبب كاف لجعلها ضحية الناسخين. لقد أعدنا بناءها بإنشاء ابن سهل وعصره. وهكذا بدل «لزمنا بسبابه» وهي غلطة واضحة فقد اخترنا «لزمنا بسببه». كما أنه من المحتمل أن تكون في الأصل بصيغة الجمع «بأسبابه». أما بالنسبة لكلمة عن فإنها تعني «قصر» أو «عجز» ويقال «رجل عثين» أي عاجز. ونقرأ أيضاً: «من لم يعرف التنجيم والتشريح فهو عثين في معرفة الله تعالى». [مخطوطة استانبول، مجموعة حسن حُسنو باشا رقم ٦٠٠، ص ١٠٣].

[١٨٩] يشكل هذا النص جزءاً من كتاب: السجزي، كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهتمسي شيراز وخراسان وتعليقاته (دبلن، نشستر بيتي، ٧٦٥٢؛ استانبول، سليمان، راش، ١١٩١). يستعيد السجزي في هذا الكتاب بعض المسائل التي درسها رياضيون عدة، كالقوهي وأبو الحسن الإقليديسي.

فالنص المثبت والمترجم هنا هو إذاً استشهد للسجزي لتحليل ابن سهل. ومع ذلك، فهذا الأخير لا يعطينا شيئاً عن مصدر هذا الاستشهد، بل يعطينا فقط تاريخ تأليفه هذا الكتاب في شهر ذي الحجة سنة ٣٨٦ هجرية (٩٩٦م).

لقد أثبتناه استناداً إلى مخطوطتين مذكورتين في مراجع البحث، إحداها في دبلن (Dublin)، تم نسخها في بغداد صبيحة نهار الجمعة الواقع فيه ٧ من شهر رمضان سنة ٦١١ (١٢١٥).

كما نعرف، إضافة إلى هذا النص، وجود كتابة أخرى ذكرها نظيف بن يمن والسجزي حول «عمل المثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين».

نضيف إلى هذا، مسألة أخرى أثارها السجزي أيضاً: إذا كان معنا مقطعان AB و BC، أخرج من النقطة C مقطعاً لـ AB حيث أن نسيته إلى ما يفصل من AB من جهة A أو من جهة B تكون مساوية لنسبة معطية.

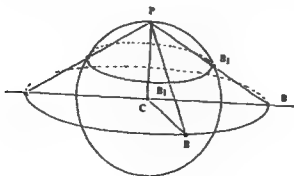
يذكر السجزي أن ابن سهل قد برهن هذه القضية في: السجزي، جواب أحمد بن محمد بن عبد الجليل عن مسائل هندسية (استانبول، راش، ١١٩١)، ص ١١١.

يمكننا التساؤل إذا كانت هذه المسائل تنتمي إلى كتاب ابن سهل نفسها، أو إلى كتابات عدة، وما هي. كما يمكننا أن نستفسر عن الروابط التي تجمعها برسالة ابن سهل حول تحليل المسائل الهندسية والتي اشتغل الشني قسماً منها. ليس عندنا أي رد على هذه التساؤلات. تبدو هذه المؤشرات وكأنها تثبت فرضياتنا على اتساع إنجاز ابن سهل الرياضي ومكانته المرموقة في أواخر القرن العاشر.

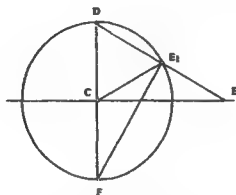
[١٧، ١٩٥] يعتبر هنا القوهي إسقاطاً تسطيحياً ذا قطب N أو S . فسطح الاسطرلاب P هو عمودي على NS ، إذاً فهو مواز للسطح الاستوائي أو إنه هو ذاته هذا السطح. ويتعلق اختيار القطب بالجزء من الفلك الذي نريد تمثيله على الاسطرلاب.

[٤، ٢٠٤] يستخدم القوهي، في هذه المقالة الثانية، نتيجة المقالة الأولى؛ فهو يُرجع بالتالي كلاً من المسائل الست التي عالجها إلى تحديد مركز ونصف قطر الكرة. فهذا المركز هو مركز الاسطرلاب أيضاً. نستطيع بالتالي تحديد إسقاط كل نقطة من الكرة على مستوى الاسطرلاب.

[١٤، ٢٠٨] كل نقطة، حيث تكون ممائلتها هي على مسافة معلومة من قطب الكرة، فإنها تنتمي إلى دائرة يكون مركزها منطبقاً مع مركز الاسطرلاب. يمكننا إذاً أن نعتبر أن المسافة BC المعطية هي الطول الفاصل بين مركز الاسطرلاب C ونقطة كيفية من الدائرة المقرونة بالمسافة الزاوية المعطاة؛ فمائلتها هي النقطة B_1 ، والقوس PB_1 هو المسافة الزاوية المعلومة و PC هو نصف القطر D المطلوب. يرجعنا كل هذا إلى الإنشاء المساعد الذي يستعمل القضية الثانية من هذا الفصل.



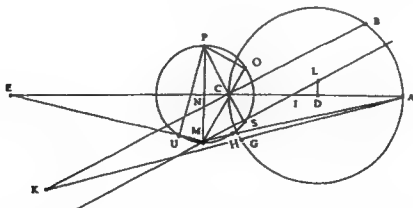
[٢١٨، ٥] المعطيات هي: الدائرة ABC في مستوي الاسطرلاب، ومسافة قطب مائله إلى قطب الكرة، وطول المقطع DE الذي يصل قطب الكرة بالنقطة التي تكون مائلتها على مسافة معلومة من هذا القطب.



ليكن C مركز الكرة، و D قطبها، و E نقطة من الاسطرلاب حيث E_1 هي مائلتها. إننا نعلم الطول DE والقوس DE_1 . إذا فإننا نعلم الزاوية $\angle DCE_1$ والزاوية $\angle CDE$. يكون نصف القطر المطلوب هو $CD = G$ الذي نحصل عليه بإنشاء المثلث قائم الزاوية ذي الوتر DE والزاوية المعلومة CDE.

فإذا عرفنا الدائرة ABC، والمسافة من قطب مائله إلى قطب الكرة، ونصف قطر هذه الكرة G، نكون في الحالة نفسها من المسألة السابقة.

[٢٢١، ١٥] إذا كانت المسافة المعطاة هي أصغر من الأولى، فإننا نجعلها تساوي $\widehat{AB} - \widehat{CG}$. عندئذ نأخذ النقطتين B و G كل واحدة من ناحية بالنسبة لـ AC، أما النقطة K فهي في خارج الدائرة ABC.



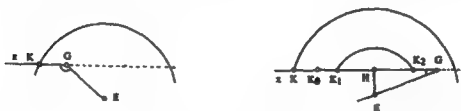
يتم الاستدلال بالطريقة ذاتها ونبرهن أن القوس \widehat{MS} هو متشابه مع القوس \widehat{AB} ، وكذلك بالنسبة للقوسين \widehat{MU} و $\widehat{CG} - \widehat{AB}$.

وبالفعل فالزوايا $\angle MPS = \angle NIM = \angle BCA$ و \widehat{MS} هو إذاً متشابه مع القوس \widehat{AB} . من ناحية أخرى، لدينا الزوايا التالية: $\angle UPM = \angle E = \angle BKA$ ؛ $\angle BCA - \angle CAG = \angle MU$ إذاً متشابهاً مع $\widehat{AB} - \widehat{CG}$ ، فرق القوسين المعطيين.

وبذلك تكون الكرة ذات المركز N ، ونصف القطر NM ، والقطب M هي الكرة المطلوبة.

[٢٢٦، ١١] إن معرفة $K = EG/EK$ و $\alpha \in]0, \pi[$ $\angle EGK$ لا نحولنا دائماً تحديد أي مثلث متشابه مع EGK .

نفترض أنه معنا المقطع $EG = a$ ونصف المستقيم Gx حيث إن الزاوية $\angle EGK$ تساوي α . فيجب على النقطة K المطلوبة أن تنتمي إلى نصف المستقيم Gx وإلى الدائرة ذات المركز E ونصف القطر a/K (الشكل رقم (١٦) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، حيث α هي حادة و (الشكل رقم (١٧) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، عندما تكون α منفرجة كما هو مبين أدناه.



(١) إذا كان $K < 1$ ، يكون معنا $a(a/K) > a$ مهما تكن α ، حادة، قائمة أو منفرجة، فالدائرة $(E, a/K)$ تقطع نصف المستقيم Gx في نقطة واحدة K . ويجيب المثلث EGK عن المسألة.

(٢) إذا كان $K = 1$ ، فليس للمسألة حل إذا كانت $\alpha \geq \frac{\pi}{2}$. فالحل $K = K_0$ عندما تكون α حادة والمثلث المتساوي الضلعين EGK_0 هو المثلث المطلوب.

(٣) إذا كان $K > 1$ ، يكون معنا $a(a/K) < a$. فإذا كانت $\alpha \geq \frac{\pi}{2}$ ، فليس للمسألة حل. وإذا كانت $\alpha < \frac{\pi}{2}$ ، ليكن $EH \perp Gx$ ، $\sin \alpha = EH/E$ ، $K = 1/\sin \alpha$ ، ويجيب المثلث قائم الزاوية EHG عن المسألة.

إذا كان $\alpha < 1/\sin K < 1$ ، تقطع الدائرة $(E, a/K)$ المقطع GK_0 في نقطتين K_1 و K_2 ، لكن المثلثين EGK_1 و EGK_2 ليسا متشابهين لأن الزاويتين الحادتين

GEK₂ و EK₁G ليستا متساويتين .

وبالفعل فإن الزاوية $\angle EK_1G = \angle K_1K_2E > \angle K_2EG$

واختصاراً إذا كانت $K < 1$ ، يكون الحل صحيحاً مهما تكن α ، وإذا كانت $K = 1$ فهو صحيح فقط عندما تكون α حادة ويكون المثلث متساوي الضلعين ، وإذا كانت $K > 1$ فالحل يكون فقط إذا كانت α حادة وتحقق $K \sin \alpha = 1$ ، يكون عندها المثلث قائم الزاوية . فإننا نتساءل : هل وضع القوي نفسه بالفرضية $k < 1$ من دون أن يوضح ذلك ؟ إنه في النص يؤكد فقط أن K هو عدد معلوم .

[٢٢٦ ، ١٤] لتكن C نقطة على المقطع المعطي AB ، المطلوب هو إيجاد نقطة D على المقطع CB حيث إن (الشكل رقم (١٨) من الملحق رقم (٣) ، انظر ملحق الأشكال الأجنبية):

$$K = \frac{AC \cdot CD}{AD \cdot DB} \text{ ، عدد معلوم .}$$

معنا:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{CA \cdot CD}{CB \cdot CD}$$

نستنتج من هذا:

$$\frac{BC \cdot CD}{DA \cdot DB} = k \cdot \frac{CB}{CA} = \frac{1}{k'}$$

لتكن E وسط المقطع AB ، والنقطة D هي بين A و B ، يكون معنا:

$$(1) \quad DA \cdot DB + ED^2 = EB^2,$$

لكن:

$$(2) \quad BC \cdot CD + BC \cdot BD = BD^2.$$

وإذا أخذنا بعين الاعتبار أن $k' = \frac{DA \cdot DB}{BC \cdot CD}$ ، نميز عندها حالتين:

$$(أ) \quad \text{إذا: } \frac{EB^2}{BC^2} = k' \text{ ، عندئذٍ } \frac{ED^2}{BC \cdot BD} = k'$$

لكن: $\frac{CB \cdot BD}{EB \cdot BD} = \frac{CB}{EB}$ هي معلومة ، إذاً $\frac{EB}{CB} = k' \cdot \frac{EB \cdot BD}{EB \cdot BD}$ هي معلومة .

لتكن I وسط DE ، يكون معنا $ED^2 = 4 ID^2$ والنقطة B هي خارج المقطع

$$DE \text{ ، فيكون معنا: } EB \cdot BD + DI^2 = BI^2$$

إذا تكون النسب: $\frac{ID^2}{IB^2}$ معلومة، $\frac{ID}{IB}$ معلومة أيضاً، وكذلك $\frac{ID}{BD}$ و $\frac{ED}{BD}$ ؛
إذا النقطة D هي معلومة.

(ب) إذا كانت $k' \neq \frac{BC^2}{EB^2}$ ، عندئذٍ $k' \neq \frac{ED^2}{BC \cdot BD}$.

لنفترض: $EB^2 > k' BC^2$ ، عندها يكون: $ED^2 > k' BC \cdot BD$. فيكون
معنا امتداداً إلى (1) و (2):

$$ED^2 - k' BC \cdot BD = EB^2 - k' BC^2.$$

لنضع عندها:

$$EB^2 - k' BC^2 = k' CB \cdot BK,$$

وهذا يحدد المقطع BK، والنقطة K هي على امتداد AB. فنحصل على:

$$ED^2 = KD \cdot CB \cdot KD \text{ مع } KD > BD.$$

$$\frac{BC}{EK} = \frac{BC \cdot KD}{EK \cdot KD} = k'' \quad \text{لكن:}$$

هذه النسبة هي نسبة معلومة لأن EK هو معلوم،

$$ED^2 = k' k'' EK \cdot ED \quad \text{لذلك:}$$

وبما أن I هي وسط ED، يكون معنا $ED^2 = 4 EI^2$

$$\text{و } EK \cdot KD = KI^2 - EI^2$$

نستج من هذا أن: $KI^2 = k' k'' (4 + k' k'')$

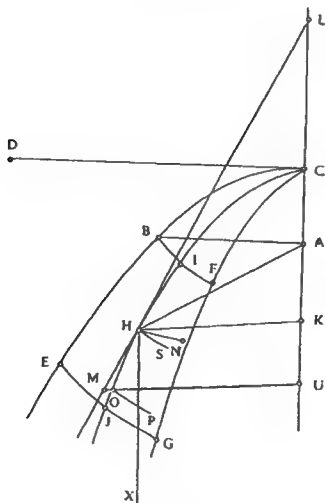
$$\text{فالنسبة } \frac{EI}{KI} \text{ هي إذا معلومة، وكذلك النسبة } \frac{ED}{KE} = \frac{2 EI}{KI + IE} \text{ وأيضاً } \frac{KD}{KE}$$

فالنقطتان E و K هي إذا معلومة؛ إذا النقطة D معلومة والمستقيم KD معلوم
أيضاً.

ملحق الأشكال الأجنبية(*)

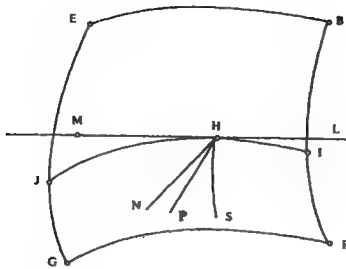
١ - أشكال النص الأول

الشكل رقم (١)

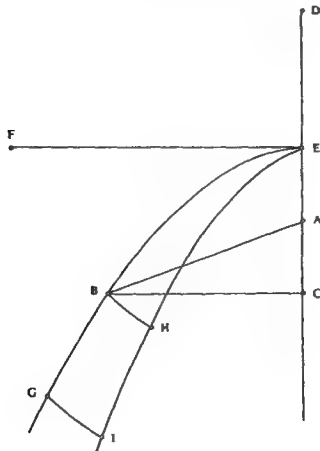


(*) يقتصر الملحق على الأشكال التي تمت الإحالة إليها في النص، لذا سيلاحظ القارئ عدم تسلسلها (المحرر).

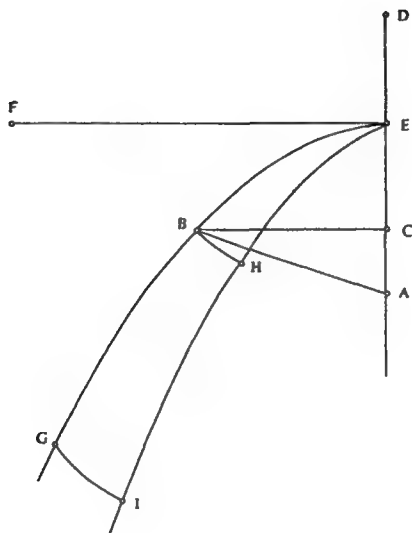
الشكل رقم (٢)



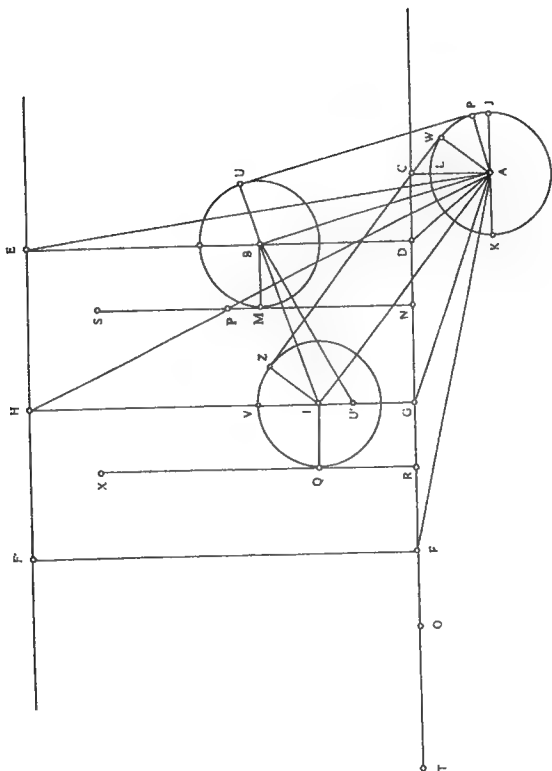
الشكل رقم (٣)



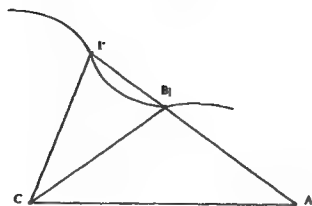
الشكل رقم (٤)



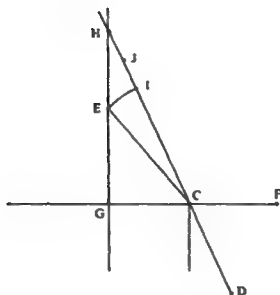
الشكل رقم (٥)



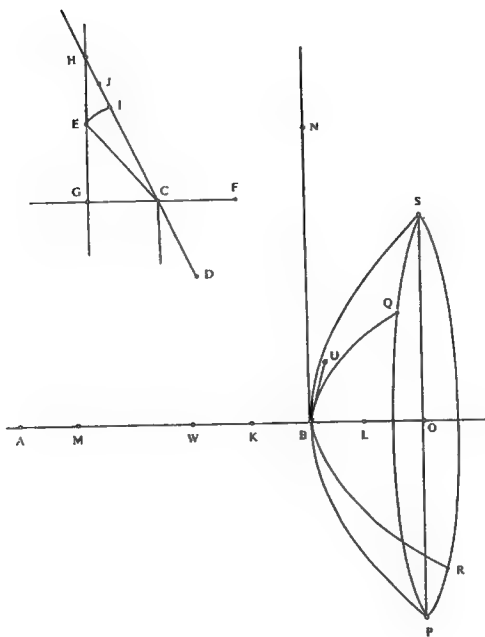
الشكل رقم (١٠)



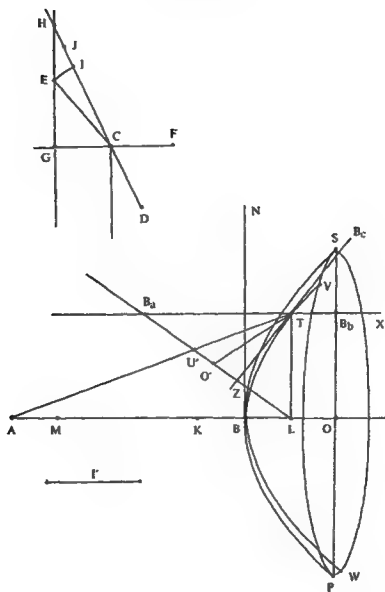
الشكل رقم (١١)



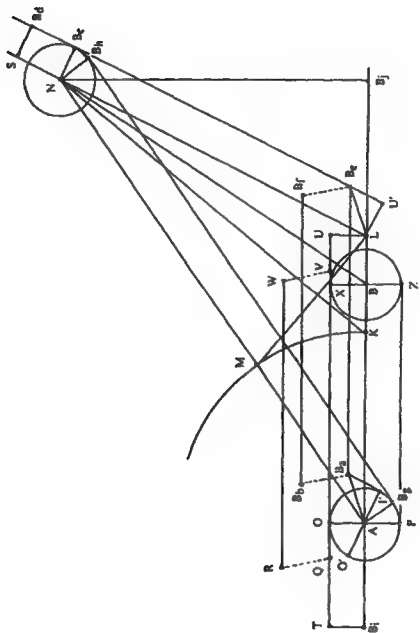
الشكل رقم (١٢)



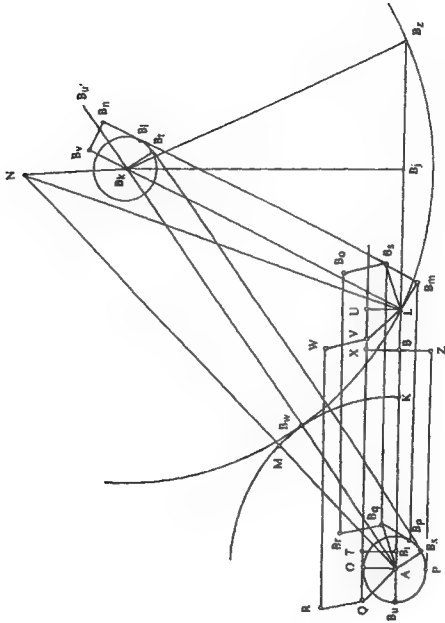
الشكل رقم (١٣)



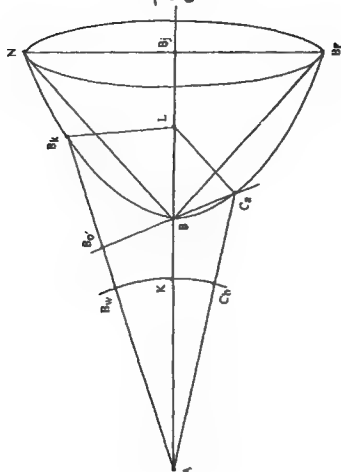
الشكل رقم (١٤)



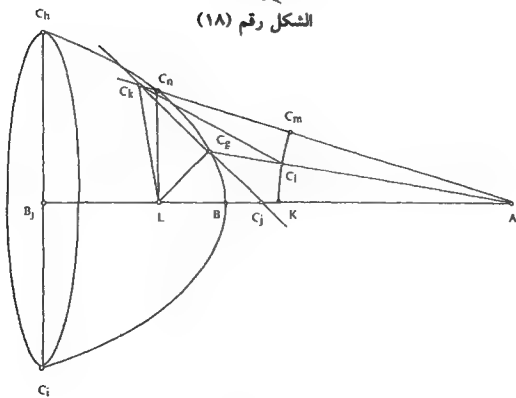
الشكل رقم (١٥)



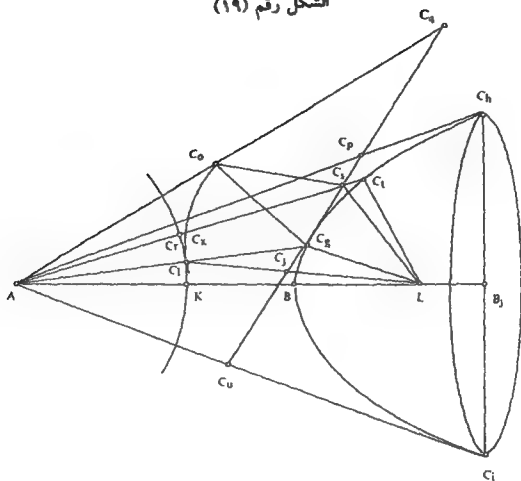
الشكل رقم (١٦)



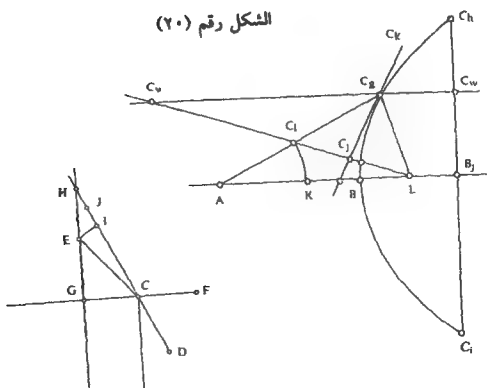
الشكل رقم (١٨)



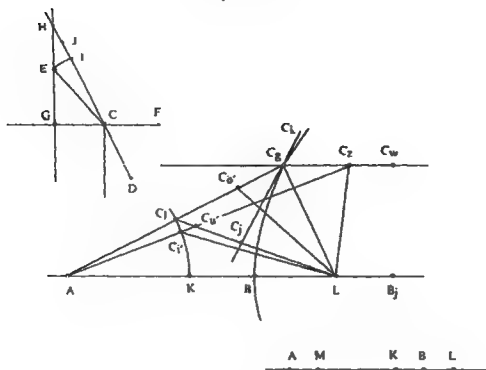
الشكل رقم (١٩)



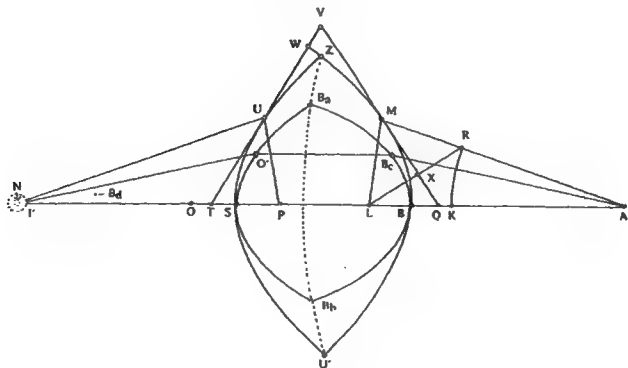
الشكل رقم (٢٠)



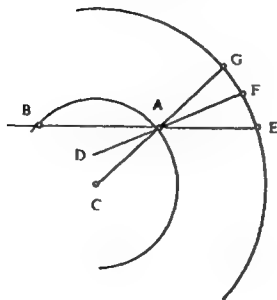
الشكل رقم (٢١)



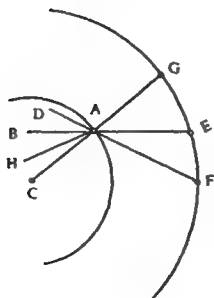
الشكل رقم (٢٢)



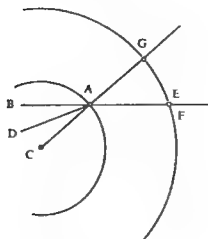
٢ - أشكال النص الثاني
الشكل رقم (١)



الشكل رقم (٢)

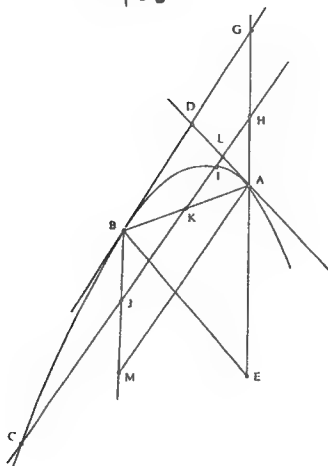


الشكل رقم (٣)

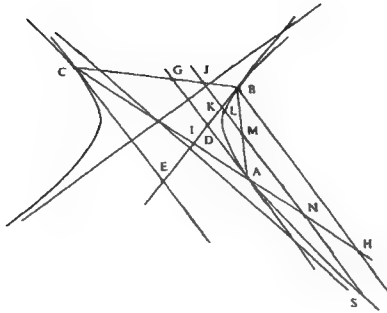


٣ - أشكال النص الثالث

الشكل رقم (١)

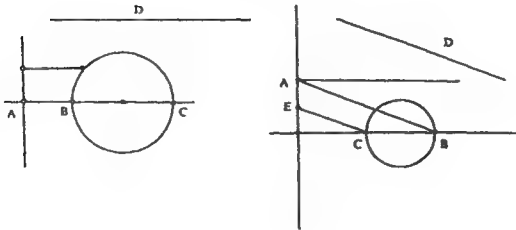


الشكل رقم (٢ - ج)

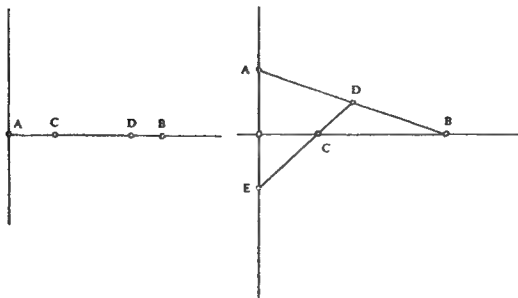


٤ - أشكال النص الرابع

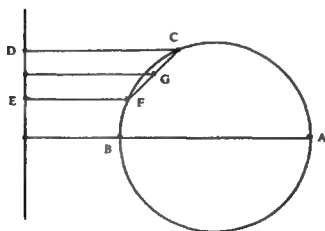
الشكل رقم (١)



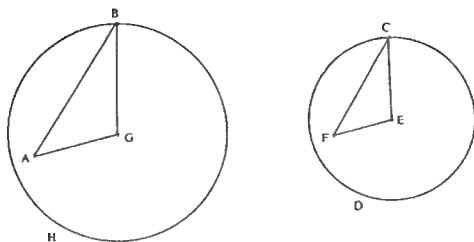
الشكل رقم (٢)



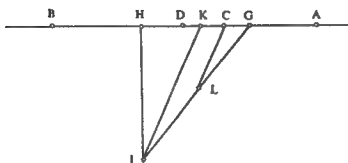
الشكل رقم (٤)



الشكل رقم (٧)



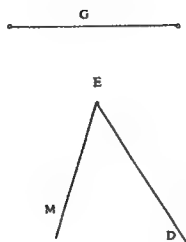
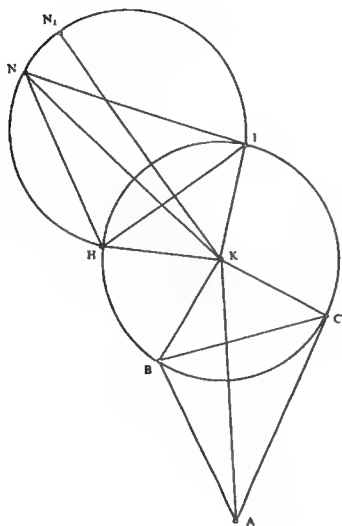
الشكل رقم (٨)



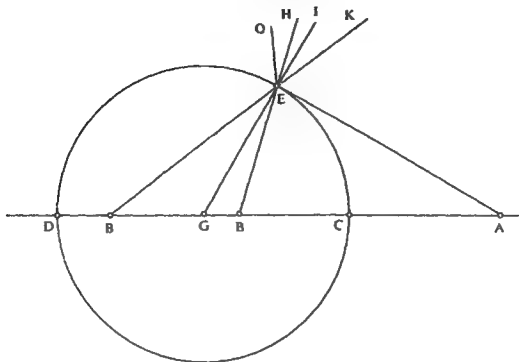
الشكل رقم (٩)



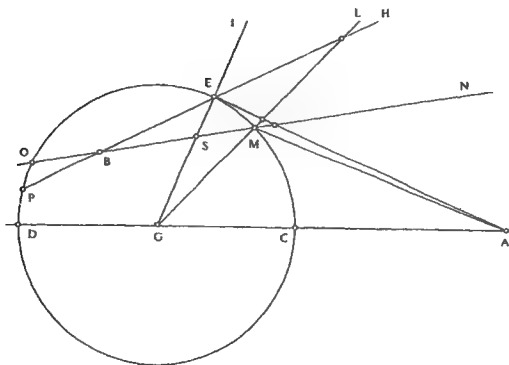
الشكل رقم (١١)



• - أشكال النص الخامس
الشكل رقم (١)

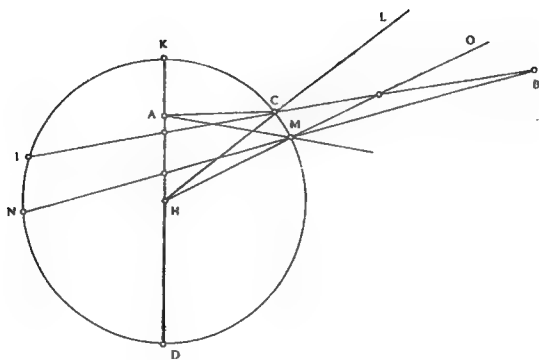


الشكل رقم (٢)

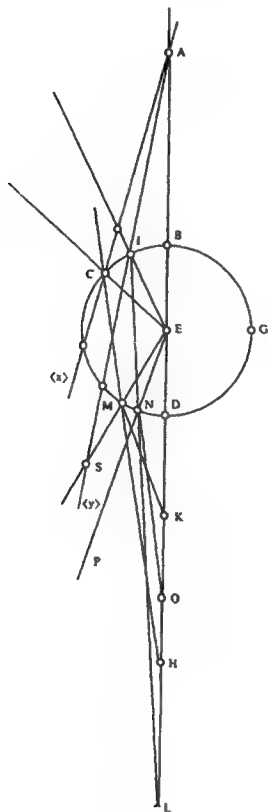




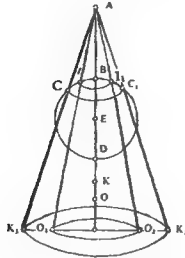
الشكل رقم (٧)



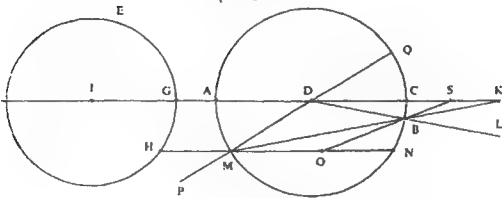
٦ - أشكال النص السادس
الشكل رقم (١)



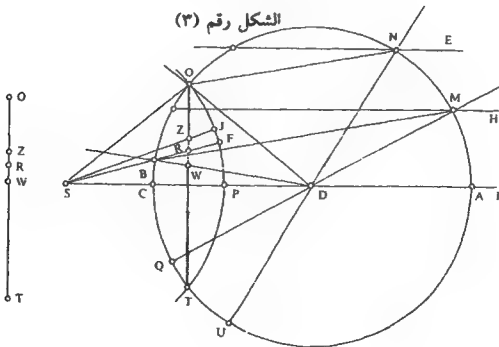
الشكل رقم (٢)



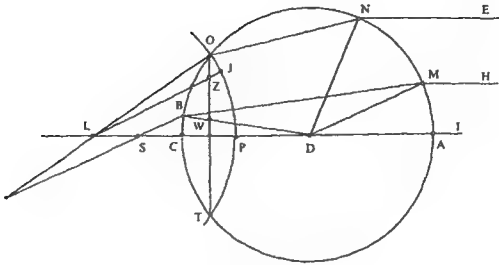
٧ - أشكال النص السابع
الشكل رقم (١)



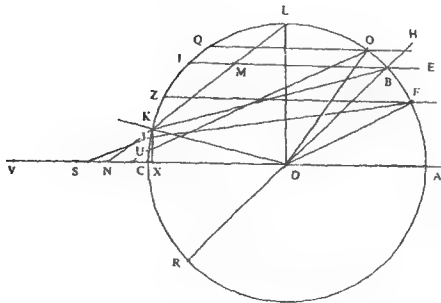
الشكل رقم (٣)



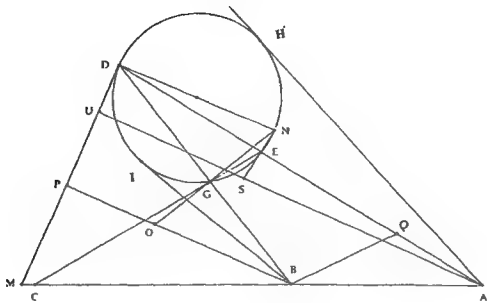
الشكل رقم (٤)



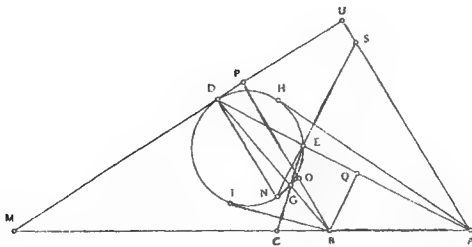
الشكل رقم (٥)



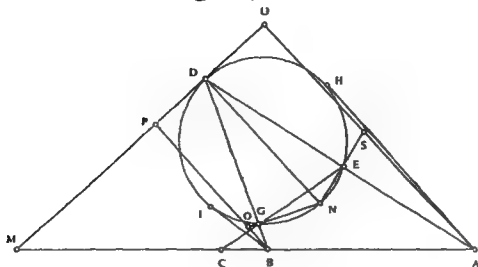
الشكل رقم (٧ - و)



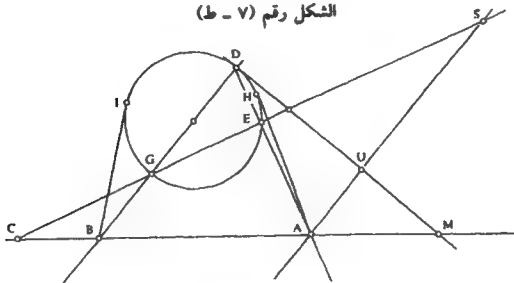
الشكل رقم (٧ - ز)



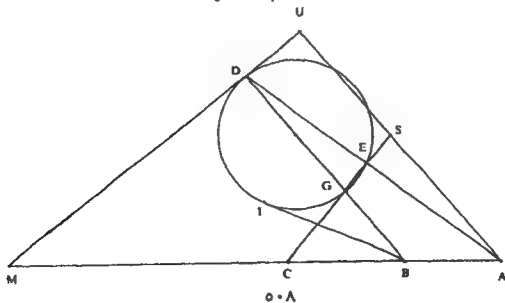
الشكل رقم (٧ - ح)



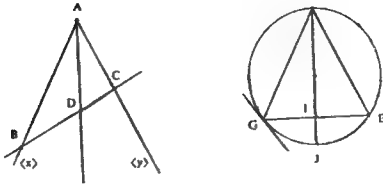
الشكل رقم (٧ - ط)



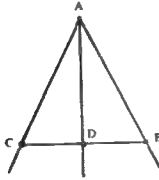
الشكل رقم (٧ - ي)



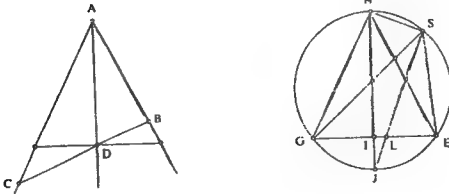
الشكل رقم (٨ - ١)



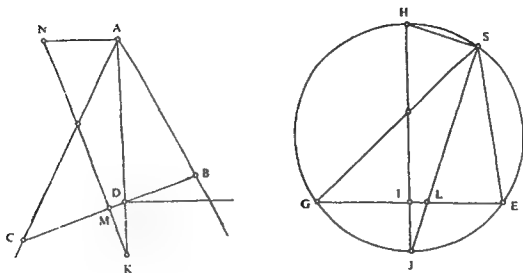
الشكل رقم (٨ - ب)



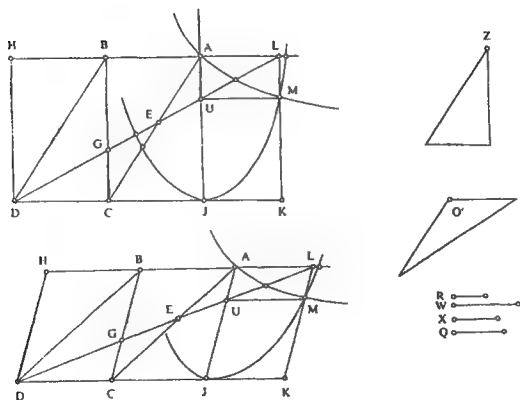
الشكل رقم (٨ - ج)



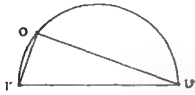
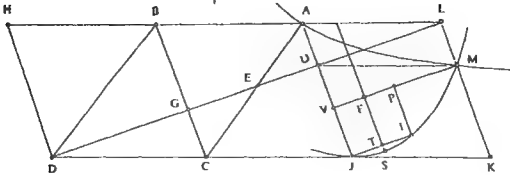
الشكل رقم (٨ - د)



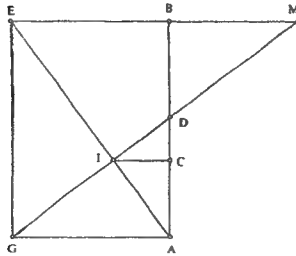
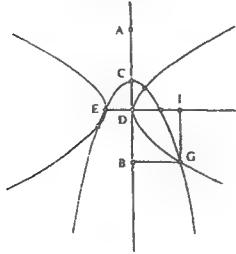
الشكل رقم (٩)



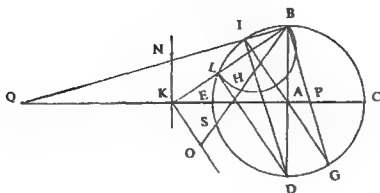
الشكل رقم (١٠)



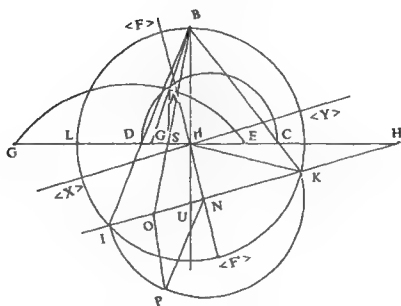
الشكل رقم (١١)



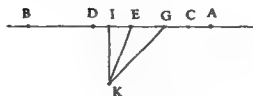
الشكل رقم (٤)



الشكل رقم (١٦)



الشكل رقم (١٧)



الشكل رقم (١٨)



قائمة المصطلحات (*)

(A)		(C)	
Aberration	: الزيغ البصري	Cadran solaire	: مزولة - ساعة شمسية
Abscisse	: فاصلة (على محور السينات)	Calotte sphérique	: قبة كروية
Algorithme	: خوارزمية	Catoptrique	: علم الانعكاس
Angle inscrit	: زاوية محوطة	Cercle circonscrit	: دائرة محيطة
Antiparallèle	: مضاد للمتمازي	Cercle de hauteur	: دائرة الارتفاع
Apogée	: أوج	Cercle inscrit	: دائرة محوطة
Arc capable	: قوس كفوء الزاوية	Confondu	: متطابق
Ascension	: مطلع	Coniques	: قطع مخروطية، مخروطيات
Astre	: كوكب	Conjonction	: اقتران
Astres errants	: كواكب حائرة	Constellation	: كوكبة
Astrologie	: تنجيم	Construction	: إنشاء
Asymptôte	: خط مقارب	Coordonnées éclip-tiques	: احداثيات برجية
Axe	: محور	Coordonnées hori-zontales	: احداثيات أفقية
Axes de coordon-nées	: محوري الاحداثيات	Côté droit	: ضلع قائم
Azimet	: السم	Grépuscule du matin	: السحر
(B)		Grépuscule du soir	: الفسق
Bissectrice	: منصف		
Branche d'hyper-bole	: فرع القطع الزائد		

(*) تسهيلاً للقارئ، وُضعت هذه القائمة بالمصطلحات (الترجم).

(D)	
Démonstration par l'absurde :	برهان الخُلف
Dérivée :	المشتق
Déviation :	زاوية الانحراف
Diagonal :	خط الزاوية
Dièdre :	زوجي السطح
Dioptrique :	علم الانكسار
Direction :	منحى
Directrice :	دليل
Distance angulaire :	البعد الزاوي أو المسافة الزاوية
Diurne :	يومي
Division harmonique :	قسمة توافقية

(E)	
Ecliptique :	فلك البروج
Ellipse :	قطع ناقص، اهليلج
Ellipsoïde :	مجسم ناقص
Excentricité :	اختلاف مركزي
Extrapolation :	الاستكمال الخارجي

(F)	
Fonction :	دالة
Fonction de second degré :	دالة درجة ثانية
Fonction monotone :	دالة وحيدة التغير
Fonction offine :	دالة أفينية
Fonction polynôme :	دالة متعددة الحدود
Foyer :	بؤرة

(G)	
Génératrice :	راسمة

(H)	
Homologue :	مماثل
Hyperbole :	قطع مكافئ
Hyperbole équilatère :	قطع زائد قائم
Hyperboloïde :	مجسم زائد
(I)	
Incidence :	سقوط
Inclinaison :	انحراف
Indice de réfraction :	قرينة الانكسار
Inégalité :	المثابنة
Interpolation linéaire :	الاستكمال الخطي
Inversion :	تعاكس

(L)	
Lemme :	مقدمة

(M)	
Médiatrice :	وسيط
Méridien :	خط الزوال
Miroir concave :	مرآة مقعرة
Miroir convexe :	مرآة محدبة

(O)	
Obliquité de l'écliptique :	ميل فلك البروج
Opacité :	كمدة
Ordonnée :	إحداثية
Orthogonalité :	تعامد

(P)	
Parabole :	قطع مكافئ
Paraboloïde :	مجسم مكافئ

Paramètre	:	وسيط	Sections coniques	:	قطع مخروطية
Périgée	:	حضيض	Écrite	:	متسلسلة
Plan	:	مستوي	Signes zodiacaux	:	صور البروج
Plan tangent	:	مستوي مماس	Similitude	:	تشابه
Planète	:	كوكب	Sommet de la parabole	:	رأس القطع المكافئ
Points alignés	:	نقاط على خط مستقيم	Sous - normale	:	تعمودي
Pôle	:	قطب	Sous - tangente	:	تحت مماس
Postulat	:	مصادرة، مسلمة	Sphères concentriques	:	كرات متحدة المركز
Précession	:	المبادرة	Sphères excentriques	:	كرات مختلفة المركز
Premier ordre	:	المرتبة الأولى	Stigmatisme	:	تسديد النظر
Progression	:	متوالية	Surface	:	سطح
Projection cylindrique	:	اسقاط اسطواناني	Surface de révolution	:	سطح دوراني
Projection stéréographique	:	اسقاط تعطيحي	Symétrie	:	تماثل، تناظر
Projection zénitale	:	اسقاط سمتي	(T)		
Projetante	:	المقط	Tangente	:	مماس
Proposition	:	قضية	Terme	:	حد
Puissance de l'inversion	:	قدرة التماكس	Théorème	:	مبرهنة
(R)			Triangle rectangle	:	مثلث قائم
Référence	:	إسناد	(V)		
Retour inverse de la lumière	:	العودة المطابقة للضوء	Le Vertical	:	المتساعة
(S)			(Z)		
Séculaire	:	قرني	Zénith	:	سمت الرأس

المراجع

١ - العربية

كتب

- ابن الأثير، أبو الحسن علي بن محمد. **الكامل في التاريخ**. تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ. ليدن: بريل، ١٨٥١ - ١٨٧٦. ١٢ ج.
- ابن الجوزي، أبو الفرج عبد الرحمن بن علي. **المنتظم في تاريخ الملوك والأمم**. حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧ - ١٣٥٩ هـ/ ١٩٣٨ - ١٩٤٠ م. ١٠ ج.
- ابن خلكان، أحمد بن محمد. **وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان**. تحقيق محمد محيي الدين عبد الحميد. القاهرة: مكتبة النهضة المصرية، ١٩٤٨ - ١٩٤٩. ٦ ج.
- ابن عراق، أبو نصر منصور بن علي. **رسائل أبي نصر بن عراق إلى البيروني**. حيدرآباد - الدكن: مطبعة جمعية دائرة المعارف، ١٩٤٨.
- ابن النديم، أبو الفرج محمد بن اسحق. **الفهرست**. تحقيق رضا تجدد. طهران: [د.ن.]، ١٩٧١.
- ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن. **الشكوك على بطليموس**. تحقيق عبد الحميد صبره ونيل الشهابي؛ تصدير ابراهيم مذكور. القاهرة: مطبعة دار الكتب، ١٩٧١.
- _____. **مجموع الرسائل**. حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧ هـ/ ١٩٣٨ - ١٩٣٩ م.
- _____. **الناظر، المقالات الأولى، الثانية والثالثة**. تحقيق عبد الحميد صبرا. الكويت: [د.ن.]، ١٩٨٣.
- أبو البقاء. **الكلديات**. تحقيق أ. درويش وم. المصري. دمشق: [د.ن.]، ١٩٧٤.
- ج ٥.
- أبو حيان التوحيدي، علي بن محمد بن علي بن العباس. **الامتناع والمؤانسة**. تحقيق أحمد أمين وأحمد الزين. [القاهرة]: مطبعة بولاق، [د.ت.].

أبو عريان الثقفي. ديوان أبي عريان الثقفي. حلب: منشورات م. فاخوري، ١٩٨٢.
أعمال إبراهيم بن سنان. تحقيق أحمد سليم سعيدان. الكويت: [د.ن.]، ١٩٨٣.
(السلسلة التراثية؛ ٦)

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. الجماهر في معرفة الجواهر. حيدرآباد: جمعية المعارف العثمانية، ١٣٥٥هـ/١٩٣٦م.

التيفاشي، شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف. أزهار الأفكار في جواهر الأحجار. تحقيق م. ي. حسن وم. ب. خفاجي. القاهرة: [د.ن.]، ١٩٧٧.
الحرثاني، أبو اسحق إبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة. رسائل ابن السنان. حيدرآباد- الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٩٤٨.

———. المسائل المختارة. الكويت: دار نشر سعيدان، ١٩٨٣.
داناسرشت، أكبر. رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية. طهران: [د.ن.]، ١٩٧٣.

الطحنائي. كشف اصطلاحات الفنون. تحقيق مولوي محمد وجيه، عبد الحق وغلام قادر. كالكوٲا: [د.ن.]، ١٨٦٢. ٢ ج.

القلقشندي، أبو العباس أحمد بن علي. صبح الاعشى في صناعة الانشا. القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣.

ميتز، أ. الحضارة الإسلامية، عصر النهضة في الإسلام. ط ٢. القاهرة: [د.ن.]، ١٩٤٨.

نظيف، مصطفى. الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية. القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣. ٢ ج.

ياقوت الحموي، شهاب الدين أبو عبد الله. معجم البلدان. تحقيق فرديناند وستنفلد. غوتنجن: [د.ن.]، ١٨٦٦ - ١٨٧٣. ٦ ج.

مخطوطات

ابن البناء. رفع الحجاب. استانبول، وهي، مخطوط ١٠٠٦.
ابن سهل. البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء. دمشق، الظاهرية، ١٨٧١؛ ١٧٠٦؛ لينينغراد، المؤسسة الشرقية ٨٩، مجموعة B، ١٠٣٠؛
اوكسفورد، مكتبة بودلين، مارش ٧١٣، واوكسفورد، مكتبة بودلين، دارست ٣.

———. شرح كتاب صنعة الاسطرلاب لأبي سهل القوي. ليدن، شرقيات ١٤.

- . في خواص القطوع الثلاثة. باريس، المكتبة الوطنية، ٢٩/٢٤٥٧.
- . كتاب تركيب المسائل التي حلها أبو سعد العلاء بن سهل. القاهرة، دار الكتب، م. رياضة، ٨/٤١.
- . كتاب الخواص. دمشق، الظاهرية، ٤٨٧١، وطهران، ملى، ٨٦٧.
- . مسألة هندسية. دبلن، تشستر بيتي، ٣٦٥٢، واستانبول، سليمان، راش، ١١٩١.
- ابن عيسى، أحمد. كتاب المناظر والمرايا المحرقة على مذهب إقليدس في علل البصر. استانبول، راغب باشا، ٧٩٩ - ٩٣٤.
- ابن محمد، عطارد. الأنوار المشرقة في عمل المرايا المحرقة. استانبول، لالوي، ٢٧٥٩ (١).
- ابن المعروف، تقي الدين. كتاب نور حدقات الابصار ونور حدقات الأنظار. اوكتفورد، مكتبة بودلين، مارش، ١١٩.
- ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن. خطوط الساعات. استانبول، المتحف العسكري، ٣٠٢٥ وعاطف ٧/١٧١٤.
- . رسالة في الكرة المحرقة. برلين، ستانس بيلوتك، Oct. ٨/٢٩٧٠، واستانبول، عاطف ١٠/١٧١٤.
- . تحرير كمال الدين الفارسي. كولومبيا، شرقيات ٣٠١، ٨٨ - ٢٥٢٦؛ استانبول، سليمان، آيا صوفيا، ٢٥٩٨؛ استانبول، توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٤٠؛ خودا - بخش ٢٩٤٥؛ ليدن، رقم ٢٠١، وطهران، مجلس شورى ٦٢٤٥١.
- . كتاب المناظر، المقالة السابعة. استانبول، سليمان، آيا صوفيا، ٢٢٤٨؛ استانبول، سليمان، فاتح، ٣٢١٦، واستانبول، كوبرولو، ٩٥٢.
- . المناظر. توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩. المقالة الأولى: استانبول، فاتح، ٣٢١٢؛ المقالة الثانية: استانبول، فاتح، ٣٢١٣، توكاي سراي، أحمد III، ١٨٩٩؛ المقالة الثالثة: استانبول، فاتح، ٣٢١٤، توكاي سراي، أحمد III، ١٨٩٩؛ المقالة الرابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٥، والمقالة السابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٦ و ٣٢٦١؛ استانبول، آيا صوفيا، ٢٢٤٨.
- البوزجاني، أبو الوفاء. رسالة في جمع أضلع المربعات والمكعبات. مشهد، اسطان قدس ٣٩٣.
- البيروني، أبو الریحان محمد بن أحمد. استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الاسطرلاب.

ليدن: مكتبة جامعة ليدن، ١٩٧١. مخطوط رقم ١٠٦٦.

——. تطبيع الصور وتبليط الكور. ليدن، ١٠٦٨.

التيفاشي، شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف. الأحجار الملوكة. استانبول،

حسن حسنو باشا، ٦٠٠، والقاهرة: دار الكتب، مجموعة طبعات، تيمور ٩١.

ثابت بن قرة. الرسالة المشوقة إلى العلوم. طهران، مالك، ٦١٨٨.

دترومس. كتاب ابلونيوس في أشكال الصنوبرية. المكتبة البريطانية، ٧٤٧٣.

السجزي. جواب أحمد بن محمد بن عبد الجليل عن مسائل هندسية. استانبول،

راشت، ١١٩١.

——. رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل إلى أبي علي نزيل بن يمن المتطبب في عمل

مثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين. باريس، المكتبة الوطنية، ٢٤٥٧.

——. كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين

مهندس شيراز وخراسان وتعليقاته. دبلن، تشستر بيتي، ٧٦٥٢؛ استانبول،

سليمانية، راشنت، ١١٩١.

——. المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول، الشكل العاشر. استانبول،

راشت، ١١٩١.

الشئي. كشف غمويه أبي الجود في أمر ما قدمه من المقدمتين لعمل المسبع بزعمه.

القاهرة، دار الكتب، مجموعة فاضل ٤١ رياضة، مخطوطة رقم ٧٨٠٥.

الفندجاني. القبلية. اوكسفورد، مكتبة بودلين، ذارست ٣.

الفارسي، كمال الدين. تنقيح المناظر لنوي الابصار والبصائر. الهند، باتنا، خودا -

بخش، ٢٤٥٥ و ٢٤٥٦؛ الهند، متحف مهراجا منسنگ جابور؛ الهند، راذا،

رامبور، ٣٦٨٧ و ٦٤٤٤؛ ايران، اسطان قدس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران،

سياسالار، ٥٥١ و ٥٥٢، وروسيا، كييشيف.

الفرغاني. الكامل.

قسطنطين لوقا. كتاب في حلل ما يعرض في المرايا المحرقة من اختلاف المناظر. مشهد،

اسطان قدس، ٣٩٢.

القوهي. رسالة في عمل المسبع المتساوي الاضلع في دائرة معلومة. باريس، المكتبة

الوطنية، ٤٨٢١.

——. كتاب صنعة الاسطرلاب بالبرهان. كولومبيا، شرقيات ٤٥، سميث، وليدن،

شرقيات ١٤.

الكندي. كتاب الشعاعات. خودا - بخش، ٢٠٤٨.

المجسطي. كتاب كامل الصناعة الطبية. استانبول، مكتبة الجامعة، ٦٣٧٥.
اليزدي. عيون الحساب. استانبول، هزيناسي، ١٩٩٣.

دوريات

انبويا، عادل. «تسبيع الدائرة.» (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية).
Journal for the History of Arabic Science: vol. 1, no. 2, 1977.

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. «الآثار الباقية عن القرون الخالية.»
ed. by C.E. Sachau. *Chronologie Orientalischer Völker* (Leipzig): 1923.

———. «تسطيح الصور وتبطين الكور.» تحقيق أ. سعيدان. المجلة العلمية (الجمعية
الأردنية - الأردن): السنة ٣، العددان ١ - ٢، ١٩٧٧.

الروذرواري، أبو شجاع. «ذيل كتاب تجارب الأمم.» تحقيق وترجمة ه. ف. امدروز
ود.س. مرجوليوث في: *The Eclipse of the Abbasid Caliphate*. Oxford: [n.pb.], 1921.

كرد علي. «مخطوط نادر.» مجلة المجمع العلمي العربي: العدد ٢٠، ١٩٤٥.
نظيف، مصطفى. «الحسن بن الهيثم والنهاية العلمية منه وأثره المطبوع على علم
الدواء.» محاضرة أقيمت في ١٢ نيسان ١٩٣٩.

———. «كمال الدين الفارسي وبعض بحوثه في علم الدواء.»
Publications of the Egyptian Society for the History of Science: no. 2, 1958.

٢ - الأجنبية

Books

Bergé, M. *Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī*. Damas: Institut français de Damas, 1979.

Clagett, Marshall. *Archimedes in the Middle Ages*. Philadelphia: American Philosophical Society, 1980.

——— (ed.). *Archimedes in the Middle Ages*. Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1964.

Crombie, Alistair Cameron. *Robert Grossetest and the Origins of Experimental Science, 1100-1700*. Oxford: Clarendon Press, 1953.

Dictionary of Scientific Biography. New York: Scribner's Sons, 1972; 1973.

Diophante. *Les Arithmétiques*. Texte établi et traduit par R. Rashed. Paris: Les Belles lettres, 1984.

Eastwood, Bruce S. *Astronomy and Optics from Pliny to Descartes*. London: Variorum Reprints, 1989.

Euclides. *Euclidis Optica Opticorum Recensio Theonis, Catoptrica, Cum Scholi-*

- is *Antiquis*. Edidit J. L. Heiberg. Leipzig: Teubner, 1895.
- Huxley, George Leonard. *Anthemius of Tralles: A Study in Later Greek Geometry*. Cambridge, Mass.: [n. pb.], 1959. (Greek, Roman and Byzantine Monographs; no. 1)
- Huygens, Christiaan. *Œuvres complètes* (T. 13, Dioptrique 1653, 1666, 1685-1692). La Haye: [s. n.], 1916.
- Ibn al-Haytham. *Optica Thesaurus Alhazeni Arabis Liber Septem*. Ed. par F. Risner and Basel (1572), with an Introduction by David C. Lindberg. 2nd ed. New York; London: Johnson Reprint, 1972.
- Kongelige Danske Videnskabernes Selskab: *Historisk - Filologiske Meddelelser*. Copenhagen: [n. pb.], 1927.
- Kraemer J. L. *Humanism in the Renaissance of Islam*. Leiden: E. J. Brill, 1986.
- Lejeune, Albert. *Euclide et Ptolémée, deux stades de l'optique géométrique grecque*. Louvain: [s. n.], 1948.
- Lindberg, David. C. *Studies in the History of Medieval Optics*. London: Variorum Reprints, 1983.
- Locust's Leg, A. *Studies in Honour of S. H. Taqigadeh*. London: [n. pb.], 1962.
- Maulavi, Abdul Hamid. *Catalogue of the Arabic and Persian Manuscripts in the Oriental Public Library at Bankipore*. Patna: [n. pb.], 1937.
- Metz, A. *Die Renaissance des Islams*. Ed. by H. Reckendorf. Heidelberg: [n. pb.], 1922. 2 vols.
- Meyerhof, Max. *The Book of the Ten Treatises on the Eye Ascribed to Hunain Ibn Is-Hāq (809-877 A.D.)*. Cairo: [n. pb.], 1928.
- Milhaud, G. *Descartes savant*. Paris: Félix Alcan, 1928.
- Al. Muqaddasī, Muhammad Ibn Ahmad. *Kitāb Ahsan Al-Takāsīm fī ma'rifat al-Akālīm*. ed. by Michael Jan de Goeje. 2^{ème} éd. Leiden; Leipzig: [n. pb.], 1906. (Bibliotheca Geographorum Arabicorum; 3)
- National Museum of American History (U.S.). *Planispheric Astrolabes from the National Museum of American History*. Washington: Smithsonian Institution Press, 1984. (Smithsonian Studies in History and Technology; no. 45)
- Omar, Saleh Beshara. *Ibn al-Haytham's Optics*. Chicago: Bibliotheca Islamica, 1977.
- Priestley, John Boynton. *The History and Present State of Discoveries Relating to Vision, Light and Colours*. London: [n. pb.], 1772; New York: Kraus Reprint Co. Millwood, 1978.
- Ptolemaeus, Claudius. *Composition mathématique de Claude Ptolémée*. Trad. de N. Halma. Paris: [s. n.], 1813. 2 vols.
- . *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*. éd. par Albert Lejeune. Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956. (Université de Louvain, recueil de Travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8)
- Rashid, Rushdi. *Dioclès, Anthémios de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.
- . *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathéma-*

- tiques arabes*. Paris: Les Belles lettres, 1984. (Collection sciences et philosophie arabes)
- . *Mathématiques infinitésimales aux IX-XI^{ème} siècles*.
- . *L'Œuvre optique d'al-Kindi*.
- . *Sharaf al-Dīn al-Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII^{ème} siècle*. Paris: Les Belles lettres, 1986.
- (éd.). *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique*. Paris: Centre national de la recherche scientifique, 1991.
- Rømer et la vitesse de la lumière*. Paris: Ed. R. Taton, 1978.
- Rosenfeld, B. *A History of Non - Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*. New York: Springer-Verlag, 1988. (Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences; vol. 12)
- Schramm, Matthias. *Ibn al-Haytham's Weg zur Physik*. Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963. (Boethius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd. 1)
- Sezgin, F. *Geschichte des Arabischen Schrifttums*. Leiden: E. J. Brill, 1978.
- Simon, G. *Le Regard, l'être et l'apparence dans l'optique de l'antiquité*. Paris: Seuil, 1988.
- Ver Eecke, P. *Les Opuscles mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios*. Paris: Bruges, 1940.
- Vossius, Isaac. *De Lucis natura et proprietate*. Amstelodami: Apud Ludovicum & Danieleum Elzevirios, 1662.

Periodicals

- Anboubā, Adel. «Construction de l'heptagone régulier par les arabes au 4^{ème} siècle de l'hégire.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 2, no. 2, 1978.
- Berggren, J. L. «Al Birūnī on Plane Maps of the Sphere.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 6, nos. 1-2, 1982.
- . The Correspondence of Abū Sahl al-Kūhī and Abū Ishāq al-Sābi: A Translation with Commentaries.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 7, nos. 1-2, 1983.
- Hamadanizadeh, J. «Interpolation Schemes in *Dustūr al-Munajjimīn*.» *Centaurus*: vol. 22, no. 1, 1978.
- Heath, Th. «The Fragment of Anthemius on Burning Mirrors and the Fragmentum Mathematicum Bobiense.» *Bibliotheca Mathematica*: vol. 7, ser. 3, 1906-1907.
- Heiberg, J. L. and E. Wiedemann. «Ibn al-Haytham's Schrift über Parabolische Hohlspiegel.» *Bibliotheca Mathematica*: vol. 3, no. 10, 1909-1910.
- Al-Kindī. «Al-Kindi, Tideus und Pseudo-Euclid. Drei Optische Werke.» Herausgegeben und Erklärt von Axel A. Björnbo und Seb. Vogl. *Abhandlung zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (Leipzig, Berlin): vol. 26, no. 3, 1912.
- Korteweg, D. J. «Descartes et les manuscrits de Snellius.» *Revue de*

- métaphysique et de morale*: no. 4, 1896.
- Krause, Max. «Stambuler Handschriften Islamischer Mathematiker.» *Quellen und Studien zur Mathematik, Astronomie und Physik*: Bd. 3, no. 4, 1936.
- Lejeune, Albert. «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales.» *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*: vol. 52, no. 2, 1957.
- Neugebauer, O. «The Early History of the Astrolabe.» *Studies in Ancient Astronomy*, IX. *Isis*: vol. 40, no. 3, 1949.
- Ragep, J. and E. S. Kennedy. «A Description of Zāhiriyya (Damascus) Ms 4871.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 5, nos. 1-2, 1981.
- Rashid, Rushdi. «La Construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 3, no. 2, 1979.
- . «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique.» *Revue d'histoire des sciences*: no. 21, 1968.
- . «Matériaux pour l'histoire des nombres amiables et de l'analyse combinatoire.» *Journal for the History of Arabic Science*: no. 6, 1982.
- . «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham.» *Archive for History of Exact Sciences*: vol. 6, no. 4, 1970.
- . «A Pioneer in Anaclastics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses.» *Isis*: no. 81, 1990.
- . «Al-Sijzi et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des coniques d'Apollonius.» *Archives internationales d'histoire des sciences*: vol. 37, no. 119, 1987.
- Rosenfeld, B. «A Medieval Physico-Mathematical Manuscript Newly Discovered in the Kuibyshev Regional Library.» *Historia Mathematica*: no. 2, 1975.
- Schramm, Matthias. «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages.» *History of Science*: vol. 4, 1965.
- Suter, H. «Über die Projektion der Sternbilder und der Länder von al-Bīrūnī.» *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*: no. 4, 1922.
- Waard, C. de. «Le Manuscrit perdu de Snellius sur la réfraction.» *Janus*: no. 39, 1935.
- Weidemann, E. «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitam und Kamāl al-Dīn al-Fārisī.» *Sitzungsberichte der Physikalische-Medizinischen Sozietät in Erlangen*: Bd. 13, 1910.
- . «Ibn al-Haytham, ein Arabischer Gelehrter.» *Festschrift für J. Rosenthal* (Leipzig): 1906.
- . «Zur Geschichte der Brennspiegel.» *Annalen der Physik und Chemie*: N.S. 39, 1890.
- Winter, H. J. and W. Arafat. «A Discourse on the Concave Spherical Mirror by Ibn al-Haytham.» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*: 3rd ser.: Science, no. 16, 1950.

- . «Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror.» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal: 3rd ser.: Science*, no. 15, 1949.
- Woepcke, M. F. «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafâ.» *Journal asiatique: 5^{ème} ser.*, no. 5, avril 1855.
- . «Trois traités arabes sur le compas parfait.» *Bibliothèque impériale et autres bibliothèques*: vol. 22, 1874.

Theses

- Mawaldi, M. «L'Algèbre de Kamāl al-Dīn al-Fārisī, analyse mathématique et étude historique.» (Thèse de doctorat non publiée, Paris III, 1988). 3 tomes.

Conferences

- Actes du congrès international d'histoire des sciences, Paris, 1968*. Paris: [s. n.], 1971.

فهرس

(١)

ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن: ١١ -

١٥، ٢٩، ٣٠، ٣٥، ٣٦، ٣٨، ٥٢،

٥٣، ٥٥ - ٥٩، ٦١، ٦٣ - ٧٣، ٧٥ -

٧٨، ٨٣، ٨٤، ٨٦ - ٩١، ٩٢، ١٠٢،

١٢٤، ١٥٠، ١٥١، ١٦١، ١٦٢،

١٧٢ - ١٨٠، ١٨٣، ٢٤٢، ٢٦٩،

٣١٩، ٤٢١، ٤٢٣ - ٤٢٦، ٤٢٨،

٤٢٩، ٤٣٢، ٤٤١، ٤٤٢، ٤٤٥،

٤٥١ - ٤٦٠

ابن يمين المتطبب، نظيف: ٤٦٤، ٤٦٩

أبو البقاء: ٤٢٣

أبولونيوس: ١١، ٩٦، ٩٧، ١٠٢، ١٣٥،

١٣٦، ١٤٩ - ١٥١، ١٦٢، ٢٥٩،

٣٧٩، ٣٨٠، ٤٢٢، ٤٦٤، ٤٦٧

أرخميس: ١١، ١٣، ٢٠، ٢٨، ٢٩، ٩٥ -

٩٧، ١٠٧، ١١٥، ١٢١، ١٢٣،

١٢٤، ١٥١، ١٦١، ١٦٥، ١٨٧،

٣٧١

أرشميس انظر أرخيس

الاسطرلاب: ١٤، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٩،

١٣١ - ١٣٣، ١٣٥ - ١٤٥، ١٤٧ - ١٤٩،

١٥١، ١٦٧، ٢٥١، ٢٥٢، ٢٥٦ -

٢٥٨، ٢٦٠ - ٢٦٢، ٣٧٦، ٣٧٧، ٣٨٠ -

٣٨٦، ٣٨٩ - ٣٩٥، ٣٩٧، ٤٠٢ - ٤٠٤،

٤٠٤، ٤٠٥، ٤٠٧، ٤٠٨، ٤١٠،

٤١٦، ٤١٧، ٤٢٣، ٤٣٤، ٤٧٠، ٤٧١

الاسقاط الاهليجي: ١٣٥

أبولونيوس انظر أبولونيوس

ابن الأثير، أبو الحسن علي بن محمد: ١٥٨

ابن الحسن، يحيى: ١٦٢

ابن سنان، ابراهيم: ٩٧، ١٠٧، ١٦١

ابن سهل، أبو سعد العلاء: ١٢ - ١٥، ١٧،

١٩ - ٢٢، ٢٤ - ٤٢، ٤٤ - ٥٢، ٥٥ -

٥٧، ٦٦، ٦٨، ٨٤ - ٨٩، ٩١، ٩٣،

٩٥ - ٩٩، ١٠١ - ١٠٤، ١٠٦ - ١٠٨،

١١١، ١١٣ - ١١٦، ١١٩، ١٢١ -

١٢٤، ١٢٦، ١٢٨ - ١٣٦، ١٤٠،

١٤٨ - ١٥٢، ١٥٥، ١٥٧ - ١٦٩،

١٧٢، ١٧٣، ١٨٣، ٢٣٩، ٢٤٣،

٢٥١، ٢٦١، ٣٤٥، ٣٥٣، ٣٦٢،

٣٦٥، ٣٧٠، ٣٧٥، ٤١٨، ٤٢٠ -

٤٢٢، ٤٢٤، ٤٢٧، ٤٢٩، ٤٣٠،

٤٣٢ - ٤٣٤، ٤٣٦، ٤٣٨، ٤٦٤،

٤٦٥، ٤٦٩، ٤٧٠

ابن عراق، أبو نصر منصور بن علي: ١٠٧

ابن عيسى، أحمد: ٢٨، ٨٥، ٤٢٨

ابن الميث، أبو الجود: ٩٦، ١٠٧، ١٥١،

١٥٢، ١٥٩، ١٦٤، ١٦٥

ابن محمد، عطارد: ٢١، ٢٨، ٨٥، ٤٢٨

ابن المرحم: ١٧٠ - ١٧٣، ٢٤٢

ابن المعروف، تقي الدين: ٤٢١، ٤٢٢

ابن النديم، أبو الفرج محمد بن اسحق: ٢١،

١٥٨

الاسقاط التسطحي: ١٢٧، ١٣١، ١٣٦، ١٤١، ١٤٩، ١٥٠

اسقاط لامبر: ١٢٧

الاسقاط المبطن: ١٢٧

الاسقاطات الاسطوانية: ١٢٩، ١٣١ - ١٣٣، ١٣٥، ١٤٩

الاسقاطات المخروطية: ١٢٩ - ١٣٣، ١٣٥، ١٤٩

الأشعة المتوازية: ٦٩

الاصطراب انظر الاصطراب

إقليدس: ٩٦، ١٦١، ٤١١، ٤٦٤

أنبوا، عادل: ١٦٣

أوجر، ألين: ١٥

أوجين الصقلي (الأمير): ٤٢٩، ٤٣٢

(ب)

البركار التام: ٩٧، ٩٨، ١٠١، ٤٦٦

بطليموس انظر بطليموس

بطليموس: ١١، ١٢، ١٩، ٢٠، ٣٦ -

٣٨، ٤١، ٥١، ٥٥، ٥٦، ٦٨، ٧٠،

٧٥ - ٧٩، ٨٣، ٨٥، ٨٧، ٨٩ - ٩١،

١٢٧، ٢٣٩ - ٢٤٢، ٢٩٧، ٢٩٨،

٣١٩، ٣٣١، ٤٢٦ - ٤٣٠، ٤٣٢،

٤٤٨، ٤٤٥

البلور: ٣٩، ٤٢٠ - ٤٢٢، ٤٣٠

البلور الصخري: ٤٢٠، ٤٢١، ٤٢٣، ٤٤٣

البوزجاني، أبو الوفاء: ٢٤، ٢٨، ٢٩، ١٥١

البويهيون: ٢٩، ٩٧، ١٥٢، ١٥٥، ١٥٦،

٤١٧

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد: ١٢٨،

١٢٩، ١٥٠، ٤٢١

(ت)

تاريخ الجبر: ١١

التحتماس: ٢٧، ٣٠، ١٠٢، ١٠٣

التريالي، انتميموس: ١٩، ٢٠، ٢٤، ٢٨،

٣٢، ٢٩

التيفاشي: ٤٢١

(ث)

ثابت بن قرة: ١٦١، ١٦٢، ٢٥٨، ٤٢٧،

٤٣٣

ثايون الاسكندري: ٤٢٦، ٤٢٧

(ج)

الجبر: ٩٦

جهاز ابن سهل للرسم المتواصل للقطوع

الثلاثة: ٩٨

(خ)

الحازن: ٨٢، ٩٦

الحوازمية: ٨٢، ٨٣

(د)

دائرة البروج: ١٣٨

دائرة السم: ١٣٧

دترموس: ٢٤، ٢٧، ٢٨

دوزي، ر.ب.أ.: ١٦٧

دوزيته: ٢٠

ديكارت: ٤١

ديوقليس: ٢٠، ٢٤، ٢٧، ٨٥، ٨٧

(ر)

الروذرواري، أبو شعاع: ١٥٨

ريسنر، ف.: ١٧٨

(ز)

الزجاج: ٥٧، ٥٩، ٦١، ٨٤، ٨٧، ٩٠

الزيف البصري: ٨٧

الزيف الكروي: ٦٤، ٦٦، ٦٧، ٧٠، ٧٥، ٨٧

(س)

سايلي، أيلين: ١٥

السجزي: ١٣، ٢٩، ٩٥، ٩٧، ١٥٠ -

١٥٢، ١٥٩، ١٦٠، ١٦٢، ١٦٤،

١٦٦، ٤١٨، ٤٦٤، ٤٦٥، ٤٦٩، ٤٧٠

السطح الكروي: ٢٥٢

السطح المستوي: ٢٥٢

سنيليوس: ٤١، ٣٩

(ش)

الشالوحي، شكر الله: ٩

شرام، مائياس: ٧٥

شرف الدولة: ١٥٨، ١٥٧

شفافية الفلك: ٣٨، ٣٦

الشنخي، محمد بن أحمد: ٩٥، ٩٧، ١٢١،

١٥١، ١٥٩، ١٦٤، ١٦٥، ٤٦٤، ٤٦٥

(ص)

الصابني، أبو اسحق: ١٦١

الصاغانى: ١٣، ١٣٠، ١٥١، ١٥٢، ٤٣٣

صدقي، مصطفى: ١٦٦

صمصام الدولة: ١٥٥، ١٥٧، ١٥٩،

١٧١، ١٨٧، ٤١٧

(ط)

الطائع (الخليفة العباسي): ٤١٧

طريقة قوس الخلاف: ٧٦

الطوسي، شرف الدين: ٩٦

(ظ)

ظاهرة قوس قزح: ٤٢٦

(ع)

العدسات المحرقة: ٨٤

العدسة الزائدية: ٨٧

العدسة الكروية: ١٣، ٦٦، ٦٨، ٢٩١

العدسة الكرية انظر العدسة الكروية

العدسة محدبة الوجهين: ٢٢، ٤٠، ٤١،

٤٨، ٥١، ٦٦، ٨٧، ٢٣٥، ٤٢٣

العدسة المستوية المحدبة: ٢٢، ٤٠، ٤١،

٢٠٩، ٤٢١، ٤٢٣

العدسة المسطحة المحدبة انظر العدسة

المستوية المحدبة

المسكري، أحمد بن محمد بن جعفر: ١٧٤-١٧٧

عضد الدولة: ١٥٥، ١٥٦، ١٥٨، ٤١٧

العطقية: ٤٤٥

علم الانكاسيات: ٢٠

علم الانكساريات: ١٢، ١٣، ١٥، ١٧، ٢٠،

٥١، ٥٢، ٥٥، ٨٤-٨٦، ٨٨، ١٥٠

علم البصريات: ٨٤

علم الفلك: ٧٦، ٨٣، ٩٦، ٩٧، ١٥١

علم المخروطيات: ١٤، ٣٥، ٨٥

(غ)

الغندجاني، أحمد بن أحمد بن جعفر: ١٦٩،

١٧٠، ١٧٢، ٢٣٨

غوليوس: ٤١، ١٤٧

(ف)

الفارسي، كمال الدين: ١٣، ٥٣، ٦٤،

٦٧، ٧٦ - ٨٤، ٩١، ١٧٧، ١٧٩،

١٨٠، ١٨٣، ٣١٩، ٤٢٥، ٤٢٦،

٤٤٢، ٤٤٤، ٤٤٥، ٤٥٢، ٤٥٤ -

٤٥٧، ٤٦٠، ٤٦٣

الفرغاني: ١٢٧، ١٢٨

فوسيسوس، ايزاك: ٤١

فيتليون: ٧٩

فيدمان، أ.: ٤٢٤

(ق)

قانون سنيليوس للإنكسار: ١٢، ٣٦، ٣٨،

٤٠، ٤١، ٥١، ٥٥، ٥٦، ٧٥، ٨٣،

٨٤، ٨٦، ٨٩، ٩١، ٤٢٣

قسطا بن لوقا: ٤٢٧، ٤٣٠، ٤٣٢

القسمه التوافقية: ١٠٦، ١٥١

القطع الزائد: ٢٢، ٤٠، ٤١، ٦٦، ٨٦،

٩٧، ١٠٠، ١٠١، ١٢٤، ١٧١

٢١٧، ٤٣٠، ٤٣٠، ٤٦٥، ٤٦٦

القطع المكافئ: ٢٣، ٢٨، ٣٠، ٩٧-٩٩،

١٠١ - ١٠٣، ١٠٦، ١٢٤، ١٢٦،

١٥١، ١٦٠، ١٦١، ١٨٨، ١٩٦

القطع الناقص: ٢٣، ٩٩، ١٢٦، ٢٠١،
٤٦٤

القطوع المخروطية: ١٣، ٥٠، ٩٧، ٩٨،
١٠١، ١٠٢، ١٣٤، ١٥١، ١٦٦

قوس الاختلاف: ٤٦١

القوهي، أبو سهل ويحيى بن رستم: ١٣، ١٤،
٢٩، ٩٥ - ٩٧، ١٠١، ١٢٤، ١٢٥،
١٢٨ - ١٣١، ١٣٣، ١٣٤، ١٣٦، ١٣٩ -
١٤١، ١٤٥ - ١٥٢، ١٦١، ١٦٢،
١٦٥، ١٦٧، ١٦٨، ٢٥١، ٢٥٦،
٢٥٧، ٢٦٠، ٢٦١، ٣٧١، ٣٧٣،
٣٧٦، ٤٣٣، ٤٣٤، ٤٦٩، ٤٧٠

(ك)

الكاسر الكروي: ١٣، ٥٨، ٦٣ - ٦٧،
٦٩، ٢٦٩

الكاسر الكروي انظر الكاسر الكروي

الكاشي، يحيى: ٨٢، ١٧٩، ٤٦١، ٤٦٢
كيلر: ٧٩

الكرة المحرقة: ١٢، ١٣، ٦٣، ٦٧، ٧٥،
٧٦، ٨٦ - ٨٨، ١٨٠، ٢٩٧، ٣١٩،
٤٤٤، ٤٥٢

كلاجت، مارشال: ١٥

الكندي: ١٩، ٢٠، ٢٤، ٢٨، ٨٧، ٤٢٧،
٤٣٨، ٤٣٠، ٤٣٢

الكوهي، أبو سهل ويحيى بن رستم
انظر القوهي، أبو سهل ويحيى بن رستم

(م)

الماء: ٥٧، ٩٠

المأمون (الخليفة العباسي): ١٢٧

الماعاني: ١٥١، ١٦٠، ١٦١

مبدأ الرجوع المعاكس للضوء: ٤١

مبرهنة متلاؤس: ١٠٨، ١١١، ٤٤٩

التصاغر: ٣٣٨

مجسم القطع الزائد: ٤٢٢

مجسم القطع المكافئ: ٤٢٠

مجسم القطع الناقص: ٤٢٠

محمد الفاتح (السلطان العثماني): ١٧٦

المدرسة الابولونية: ١٣، ٩٦، ١٢٦

المدرسة الارخيدسية: ١٣، ٩٦، ١٢٦

المرأة الاهليلجية: ٢٢، ٢٣، ٢٨، ٣٢،
٣٤، ٣٥، ١٦٩

مرآة القطع المكافئ انظر المرأة المكافئة

مرآة القطع الناقص انظر المرأة الاهليلجية

المرأة الكروية المحرقة: ٨٧

المرأة المكافئة: ٢٢، ٢٤، ٢٧ - ٢٩، ٣٥

٨٦، ٨٩، ١٠٢، ١٦٩، ١٧٠، ٤١٨

المرآيا المحرقة: ١١، ١٢، ١٩، ٢٠، ٢٩،
٣٢، ٥٠، ١٦٨، ١٦٩، ١٨٨

المزولة: ٤٤٥

المسبع المنظم: ٢٩

المستوي المماس: ٣٤، ٣٥، ٤٢

المغربي، علي: ١٧٠، ١٧١، ٢٣٨

مفهوم النسبة الثابتة: ٣٨

المماس: ٣١، ٣٤، ١١١

المنحني: ١٦٩

المنحنيات المخروطية: ٣٠

(ن)

نظرية الأبصار: ٨٨

نظرية الاعداد: ١١

نظرية الانكساريات انظر علم الانكساريات

نظرية الضوء: ٨٨

نظرية المخروطيات انظر علم المخروطيات
نظيف، مصطفى: ٥٦، ٦٤، ٨٨، ٨٩

١٧٥، ١٧٦، ٤٢٤، ٤٤١

(هـ)

هاريو: ٤١

هذفان: ١٨٩، ٤١٧، ٤١٨

الهواء: ٥٧، ٥٩، ٨٣، ٨٧، ٩٠

(و)

ويكتر، كريستيان: ٤١

الدكتور رشدي راشد

- مدير مركز تاريخ العلوم العربية والعصر الوسيط.
- مدير أبحاث في المركز الوطني للبحث العلمي - باريس.
- أستاذ في جامعة طوكيو.
- مدير تحرير مجلة العلوم والفلسفة العربية (جامعة كامبريدج).
- عضو الأكاديمية الدولية لتاريخ العلوم.
- عضو مراسل في مجمع اللغة العربية في القاهرة.
- عضو أكاديمية علوم العالم الثالث.
- ساهم في مؤلفات عدة بالفرنسية والعربية حول تاريخ الرياضيات والعلوم منها: عناصر تاريخ العلوم؛ الباهر في الجبر للسموال؛ الرياضيات والمجتمع؛ صناعة الجبر عند ديوفانتس؛ أبحاث في تاريخ الرياضيات؛ دراسات عن ابن سينا؛ الأعمال الرياضية لشرف الدين الطوسي في الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر؛ العلوم في عهد الثورة الفرنسية، وتاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب.
- نشرت له عشرات المقالات العلمية بالفرنسية والانكليزية والعربية والروسية في دوريات علمية.

الطبعة الثانية

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «سادات تاور» شارع ليون ص.ب: ٦٠٠١ - ١١٣

الحمراء - بيروت ٢٠٩٠ ١١٠٣ - لبنان

تلفون : ٨٦٩١٦٤ - ٨٠١٥٨٢ - ٨٠١٥٨٧

برقياً : «مرعبي» - بيروت

فاكس : ٨٦٥٥٤٨ (٩٦١١)

e-mail: info@caus.org.lb

Web Site: http://www.caus.org.lb

Bibliotheca Alexandrina



0585258

المن: ٢٠
أو

